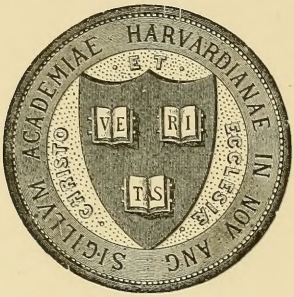
SOC
7130

HARVARD UNIVERSITY.



LIBRARY

OF THE

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOÖLOGY.

167

Exchange

October 9, 1908.

1908
167

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES

DE LIÉGE.

Nec temere, nec timide.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME III.

DÉPOTS :

LONDRES,	PARIS,	BERLIN,
chez Williams et Norgate,	chez Hermann, libraire,	chez Friedländer u. Sohn,
Henrietta Str., 14.	rue de la Sorbonne, 8.	Carlstrasse, 11.

A BRUXELLES,

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

Rue de Louvain, 112.

JUILLET 1901.

OCT 9 1908

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES

DE LIÉGE.

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES

DE LIÉGE.

Nec temere, nec timide.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME III.

DÉPOTS :

LONDRES,	PARIS,	BERLIN,
chez WILLIAMS et NORGATE,	chez HERMANN, libraire,	chez FRIEDLÄNDER u. Sohn
Henrietta Str., 14.	rue de la Sorbonne, 8.	Carlstrasse, 11.

BRUXELLES,

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES
DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

Rue de Louvain, 112.

JUILLET 1901.

TABLE

DES

MÉMOIRES CONTENUS DANS LE TOME III.

1. Contribution à l'anatomie des Renonculacées : Structure des péricarpes et des spermodermes; par H. Lonay.

2. Nouveaux principes de la géométrie avec une théorie complète des parallèles; par Lobatchévsky (traduit du russe par F. Mallieux) (2e partie).

3. Sur la réduction au lieu apparent. Termes dus à l'aberration; par C. le Paige.

4. Étude sur les visées au bain de mercure; par C. le Paige.

5. Sur un système de représentation géométrique des formes algébriques binaires; par J. Fairon.

6. Forme $o^5 = 105$ dans l'épidote d'Arendal; par G Cesàro.

7. Recherches sur l'anatomie des feuilles dans les Renonculacées; par J. Goffart (1re partie).

LISTE

DES

MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ

(JUILLET 1901)

Bureau.

Président,	M. A. Gravis.
Vice-Président,	» G. Cesàro.
Secrétaire général,	» C. le Paige.
Trésorier-Bibliothécaire,	» J. Deruyts.

Membres effectifs.

1855 Dewalque, G., professeur émérite à l'université de Liége, membre de l'Académie royale de Belgique.

1860 Gillon, A., professeur émérite à l'université.

1870 Masius, V., professeur à l'université, membre de l'Académie royale de Belgique.

Vanlair, C., professeur émérite à l'université, membre de l'Académie royale de Belgique.

1871 Van Beneden, Éd., professeur à l'université, membre de l'Académie royale de Belgique.

1874 Firket, Ad., chargé de cours à l'université, inspecteur général au corps des mines.

1878 le Paige, C., professeur à l'université, membre de l'Académie royale de Belgique.

1879 Jorissen, A., professeur à l'université, correspondant de l'Académie royale de Belgique.

1880 Neuberg, J., professeur à l'université, membre de l'Académie royale de Belgique.

1881 Fraipont, J., professeur à l'université, correspondant de l'Académie royale de Belgique.

1884 Deruyts, J., professeur à l'université, membre de l'Académie royale de Belgique.

Ronkar, Ém., professeur à l'université.

Ubaghs, P., répétiteur à l'université.

1885 Gravis, A., professeur à l'université, correspondant de l'Académie royale de Belgique.

1887 Lohest, M., professeur à l'université.

Deruyts, Fr., chargé de cours à l'université, correspondant de l'Académie royale de Belgique.

De Heen, P., professeur à l'université, membre de l'Académie royale de Belgique.

1890 Beaupain, J., docteur en sciences, ingénieur principal au corps des mines.

1897 Cesàro, G., professeur à l'université, correspondant de l'Académie royale de Belgique.

1898 Hubert, H., chargé de cours à l'université, ingénieur en chef au corps des mines.

Micheels, H., docteur en sciences, professeur à l'Athénée royal de Tongres.

1900 Lonay, H., docteur en sciences, assistant à l'université.

Membres correspondants.

I. — Sciences physiques et mathématiques.

1853 Bède, Em., industriel, à Bruxelles.
1855 Liais, ancien directeur de l'Observatoire de Rio de Janeiro.
1863 Gossage, membre de la Société chimique, à Londres.
1865 Hugueny, professeur, à Strasbourg.
De Colnet d'Huart, conseiller d'État, à Luxembourg.
Dausse, ingénieur en chef des ponts et chaussées, à Paris.
Folie, F., directeur honoraire de l'Observatoire royal de Bruxelles.
1866 Ledent, directeur de l'École des textiles de Verviers.
1867 Barnard, président de l'École des mines, à New-York.
1869 Marié Davy, directeur de l'Observatoire météorologique de Montsouris.
1871 Henry, L., professeur à l'université de Louvain.
Durége, professeur à l'université de Prague.
Masters, Maxwell T., membre de la Société royale, à Londres.
1872 Vallès, inspecteur honoraire des ponts et chaussées, à Paris.
Garibaldi, professeur à l'université de Gênes.
Kanitz, Dr Aug., professeur à l'université de Klausenbourg.
1873 Darboux, G., membre de l'Institut, à Paris.
1875 Mansion, P., professeur à l'université de Gand.
Michaelis, O., captain, chief of Ordnance, à Saint-Paul, Minn., département de Dakota (États-Unis).
Dewalque, Fr., professeur à l'université de Louvain.
1876 Balfour, Th. G. H., membre de la Société royale, à Londres.

1877 Tissandier, Gaston, rédacteur du journal *la Nature*, à Paris.

1879 Czuber, professeur, à Prague.

1880 Cremona, Luigi, directeur de l'École d'application, à Rome.

Studnička, F., professeur à l'université de Prague.

Van der Mensbrugghe, Gustave, professeur à l'université de Gand.

De Tilly, J., lieutenant général, membre de l'Académie royale de Belgique, à Bruxelles.

1881 Sébert, colonel d'artillerie de la marine française, à Paris.

Angot, A., attaché au bureau central météorologique de France, à Paris.

Wiedemann, G., professeur à l'université de Leipzig.

Kohlrausch, directeur de l'Institut physique de Wurzbourg.

Quincke, professeur à l'université d'Heidelberg.

Guiscardi, professeur à l'université de Naples.

Laisant, C.-A., à Paris.

1882 Mascart, membre de l'Institut, à Paris.

1883 Breithof, N., professeur à l'université de Louvain.

Mittag-Leffler, G., professeur à l'université de Stockholm.

Gomès Teixeira, F., ancien professeur à l'université de Coïmbre.

1885 Schur, Fréd., professeur à l'université de Dorpat.

Picquet, répétiteur à l'École polytechnique, à Paris.

de Longchamps (Gohierre), professeur au lycée Charlemagne, à Paris.

Vaněček, J. S., professeur, à Jičin (Bohème).

Cesàro, E., professeur à l'université, à Naples.

1887 Walras, L., professeur à l'Académie de Lausanne.

Guccia, docteur en sciences, à Palerme.

Wullner, professeur à l'École polytechnique d'Aix-la-Chapelle.

Paalzow, directeur de l'École technique de Berlin.

1888 Ocagne (Maurice d'), professeur à l'École des ponts et chaussées, à Paris.

1898 Gordan, P., professeur à l'université d'Erlangen.

Korteweg, D.-J., professeur à l'université d'Amsterdam.

Lampe, Em., directeur du *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, professeur à Berlin.

Mathias, Em., professeur à l'université de Toulouse.

Brocard, H., ancien officier du génie, à Bar-le-Duc.

II. — Sciences naturelles.

1853 Waterhouse, Ch., conservateur au Musée britannique, à Londres.

1854 Drouet, H., naturaliste, à Dijon.

Lucas, H., aide-naturaliste au Museum d'histoire naturelle, à Paris.

1855 Geinitz, H. B., professeur à l'École polytechnique, à Dresde.

1864 Thomson, J., membre de la Société entomologique de France, à Paris.

1865 Le Jolis, archiviste perpétuel de la Société des sciences naturelles de Cherbourg.

Hamilton, membre de la Société géologique de Londres.

De Borre, A., ancien conservateur au Musée royal d'histoire naturelle de Bruxelles, à Genève.

1866 Rodriguez, directeur du Musée zoologique de Guatémala.

1867 Gosselet, J., professeur à la faculté des sciences de Lille.

Radoszkoffski, président de la Société entomologique de Saint-Pétersbourg.

1869 Simon, E., naturaliste, à Paris.

1870 Trautschold, professeur, à Carlsruhe.

Malaise, C., professeur émérite à l'Institut agronomique de Gembloux.

1871 Thomson, James, vice-président de la Société géologique de Glasgow.

Capellini (commandeur G.), professeur de géologie à l'université de Bologne.

1873 Clos, directeur du Jardin des Plantes, à Toulouse.

Hall, James, paléontologiste de l'État, à Albany.

Whitney, J. D., géologue de l'État, directeur du *Geological Survey* de Californie.

Glaziou, botaniste, à Rio de Janeiro.

De Carvalho (Pedro Alphonso), docteur en médecine, directeur de l'Hôpital de la Miséricorde, à Rio de Janeiro.

Moreno, F. P., paléontologiste, à Buenos-Ayres.

Areschoug, professeur adjoint à l'université de Lund.

1874 Gegenbauer, professeur à l'université de Heidelberg.

Häckel, professeur à l'université de Iéna.

Waldeyer, professeur à l'université de Berlin.

1875 Eimer, professeur à l'université de Tubingue.

De la Valette Saint-George, professeur à l'université de Bonn.

Ray-Lankester, professeur à l'université de Londres.

Packard, professeur à l'université de Salem.

Flemming, W., professeur à l'université de Kiel.

Plateau, F., professeur à l'université de Gand.

1876 Balfour, I. B., professeur de botanique à l'université, à Oxford.

1877 Mac Lachlan, Rob., membre de la Société entomologique, à Londres.

1878 Hertwig, R., professeur à l'université de Munich.

Strasburger, professeur à l'université de Bonn.

Brongniart, Charles, à Paris.

1879 Wetterby, professeur à l'université de Cincinnati.

Bolivar, I., professeur, à Madrid.

Ritsema, conservateur au Musée royal d'histoire naturelle, à Leyde.

Renard, Alphonse, professeur à l'université de Gand.

1881 Key, Axel, professeur à l'École de médecine de Stockholm.

1881 Retzius, G., professeur à l'École de médecine de Stockholm.
Taramelli, professeur à l'université de Pavie.
Gestro, Dr R., conservateur au Musée d'histoire naturelle de Gênes.
Salvadori (comte Th.), professeur à l'université de Turin.
1883 Hull, Edward, directeur du *Geological Survey* d'Irlande.
Sandberger, Fridolin, professeur à l'université de Wurzbourg.
1884 Trinchese, professeur à l'université de Naples.
1898 Crépin, Fr., membre de l'Académie royale de Belgique, à Bruxelles.
Agassiz, Alexandre, à Cambridge (Mass.).
Bertrand, C.-E., professeur de botanique à la Faculté des sciences de Lille.
Blanchard, Raphaël, assistant au Muséum d'histoire naturelle, à Paris.

LISTE

DES

SOCIÉTÉS SAVANTES, REVUES, ETC.,

AVEC LESQUELLES

LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE LIÉGE

échange ses publications.

BELGIQUE.

Bruxelles. — *Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*
Observatoire royal.
Société entomologique de Belgique.
Société malacologique de Belgique.
Société royale belge de géographie.
Société belge de microscopie.
Musée royal d'histoire naturelle.

Liége. — *Société géologique.*

Mons. — *Société des sciences, des lettres et des beaux-arts du Hainaut.*

Gand. — *Mathesis,* directeurs : MM. P. Mansion et J. Neuberg.

ALLEMAGNE.

Berlin. — *Königliche Akademie der Wissenschaften.*
Deutsche geologische Gesellschaft.
Entomologischer Verein.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, directeur : M. Lampe (Kurfürstenstr., 139).

Bonn. — *Naturhistorischer Verein der Preussischen Rheinlande und Westphalens.*

Breslau. — *Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur.*

Colmar. — *Société d'histoire naturelle.*

Erlangen. — *Physikalisch-medicinische Societät.*

Francfort. — *Senckenbergische naturwissenschaftliche Gesellschaft.*

Fribourg. — *Naturforschende Gesellschaft.*

Giessen. — *Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde.*

Görlitz. — *Naturforschende Gesellschaft.*
Oberlausitzische Gesellschaft der Wissenschaften.

Göttingue. — *Königliche Gesellschaft der Wissenschaften und Georg-August-Universität.*

Halle. — *Naturwissenschaftlicher Verein für Sachsen und Thüringen.*
Naturforschende Gesellschaft.
Kaiserliche Leopoldinisch-Carolinische Deutsche Akademie der Naturforscher.

Kiel. — *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Königsberg. — *Königliche physikalisch-ökonomische Gesellschaft.*

Landshut. — *Botanischer Verein.*

Leipzig. — *Naturforschende Gesellschaft.*

Metz. — *Académie des lettres, sciences, arts et agriculture.*

Munich. — *Königliche bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Königliche Sternwarte.

Munster. — *Westfälischer Provincial-Verein für Wissenschaften und Kunst.*

Offenbach. — *Offenbacher Verein für Naturkunde.*

Stettin. — *Entomologischer Verein.*

Stuttgart. — *Verein für vaterländische Naturkunde in Würtemberg.*

Wiesbaden. — *Nassauischer Verein für Naturkunde.*

Wurzbourg. — *Physikalisch-medicinische Gesellschaft in Würzburg.*

Zwickau. — *Verein für Naturkunde.*

AUTRICHE-HONGRIE.

Agram. — *Académie Sudo-Slave des sciences.*

Cracovie. — *Académie des sciences.*

Hermannstadt. — *Siebenbürgischer Verein für Naturwissenschaften.*

Innspruck. — *Naturwissenschaftlich-medicinischer Verein.*

Prague. — *Königlich böhmische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Kaiserlich-Königliche Sternwarte.
Ceske Akademie Cisare Frantiska Josepha.

Trieste. — *Société adriatica di Scienzi naturali.*

Vienne. — *Kaiserliche Akademie der Wissenschaften.*
Kaiserlich-Königliche zoologisch-botanische Gesellschaft.
Kaiserlich-Königliche geologische Reichsanstalt.
Monatshefte für Mathematik und Physik, rédacteurs : MM. Escherich et Gegenbauer, professeurs à l'université.

ESPAGNE.

Madrid. — *Real Academia de Ciencias.*

FRANCE.

Agen. — *Société d'agriculture, sciences et arts.*

Béziers. — *Société d'étude des sciences naturelles.*

Bordeaux. — *Académie des sciences, belles-lettres et arts.*
Société linnéenne.
Société des sciences physiques et naturelles.

Caen. — *Société linnéenne de Normandie.*

Cherbourg. — *Société des sciences naturelles.*

Dijon. — *Académie des sciences.*

Lille. — *Société des sciences, de l'agriculture et des arts.*

Lyon. — *Académie des sciences.*
Société d'agriculture.
Société linnéenne.
Université.

Marseille. — *Faculté des Sciences.*

Montpellier. — *Académie des sciences et lettres.*

Nancy. — *Société des sciences (ancienne Société des sciences naturelles de Strasbourg).*

Nantes. — *Société des sciences naturelles de l'Ouest de la France.*

Paris. — *Société Philomatique.*
Muséum d'histoire naturelle.
Société mathématique de France.

Rouen. — *Société des amis des sciences naturelles.*
Académie des sciences.

Toulouse. — *Académie des sciences.*
Société des sciences physiques et naturelles.
Faculté des Sciences.

Troyes. — *Société académique de l'Aube.*

GRANDE-BRETAGNE ET IRLANDE.

Dublin. — *Royal Irish Academy.*
Royal Society.

Édimbourg. — *Geological Society.*
Mathematical Society.

Glasgow. — *Geological Society.*
Natural history Society.
Philosophical Society.

Londres. — *Geological Society.*
Linnean Society.
Royal Society.

Manchester. — *Litterary and philosophical Society.*

ITALIE.

Bologne. — *Accademia delle Scienze.*

Catane. — *Accademia gioenia di scienze naturali.*

Florence. — *Institut supérieur.*

Gênes. — *Osservatorio della R. Universita.*

Modène. — *Societa dei naturalisti.*

Naples. — *Societa Reale.*

Palerme. — *Societa di scienze naturali e economiche.*
Circolo matematico.

Pise. — *Societa di scienze naturali.*
Nuovo Cimento, rédacteurs : MM. Felici, Batelli et Volterra.

Rome. — *Reale Accademia dei Lincei.*
Accademia pontificia de' Nuovi Lincei.
R. Comitato geologico d'Italia.

Turin. — *Reale Academia delle Scienze.*

LUXEMBOURG.

Luxembourg. — *Institut royal grand-ducal, section des sciences naturelles et mathématiques.*
Société botanique du grand-duché de Luxembourg.

NÉERLANDE.

Amsterdam. — *Koninklijke Academie van wetenschappen.*
Société mathématique.

Delft. — *École polytechnique.*

Harlem. — *Société hollandaise des sciences.*
Musée Teyler.

Rotterdam. — *Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke wijsbegeerte.*

PORTUGAL.

Coïmbre. — *Journal des sciences mathématiques et astronomiques*, rédacteur : M. Gomès Teixeira.

Lisbonne. — *Académie des sciences.*

RUSSIE.

Helsingfors. — *Société des sciences de Finlande.*
Kazan. — *Société physico-mathématique.*

Kharkoff. — *Société mathématique.*

Juriew. — *Université.*

Moscou. — *Société impériale des naturalistes.*

Saint-Pétersbourg. — *Académie impériale des sciences.*
Archives des sciences biologiques.
Société d'archéologie et de numismatique.
Société entomologique.

SUÈDE ET NORVÈGE.

Bergen. — *Museum.*

Christiania. — *Kongelige Frederiks Universitet.*

Göteborg. — *Kongl. Vetenskaps och Vitterhetssamhälle.*

Stavanger. — *Museum.*

Stockholm. — *Académie royale des sciences.*
Nordist medicinskt Arkiv, directeur : Dr Axel Key.
Entomologiska föreningen, 94, Drottninggatan.
Acta mathematica, rédacteur : M. Mittag-Leffler.

Throndhjem. — *K. Norske Videnskabers Selskabs.*

Upsal. — *Société royale des Sciences.*

DANEMARK.

Copenhague. — *Tidskrift for Mathematik :* Drs Juel et Foldberg (Romersgade, 9).
Académie royale des sciences.

SUISSE.

Berne. — *Naturforschende Gesellschaft.*
Société helvétique des sciences naturelles.

Neuchâtel. — *Societé des sciences naturelles.*

Schaffhouse. — *Naturforschende Gesellschaft.*

Zurich. — *Naturforschende Gesellschaft.*

AMÉRIQUE.

ÉTATS-UNIS.

Austin. — *Texas Academy of sciences.*
Baltimore. — *American Journal of mathematics. (Johns Hopkins University.)*
Boston. — *American Academy of arts and sciences.*
Society of natural History.
Halifax. — *Nova Scotian Institute of Natural Science.*
Madison. — *Wisconsin Academy of sciences, letters and arts.*
New-Haven. — *Connecticut Academy of arts and sciences.*
New-York. — *Academy of sciences.*
Museum of natural history.
American Mathematical Society.
Philadelphie. — *Academy of natural sciences.*
American philosophical Society.
Wagner Free Institute of sciences.
Portland. — *Natural History Society.*
Rochester. — *Academy of sciences.*
Saint-Louis, Mo. — *Botanical Garden.*
Salem. — *Essex Institute.*
American Association for advancement of sciences.
San-Francisco. — *Californian Academy of sciences.*
Washington. — *Smithsonian Institution.*
American Monthly Microscopical Journal.

CANADA.

Ottawa. — *Geological Survey of Canada.*
Commission de géologie et d'histoire naturelle du Canada.
Toronto. — *Canadian Institute.*

CHILI.

Santiago. — *Société scientifique du Chili.*

MEXIQUE.

Mexico. — *Société Antonio Alzate.*
Observatoire météorologique central.

Tacubaya. — *Observatoire national.*

RÉPUBLIQUE ARGENTINE.

Buenos-Ayres. — *Universidad.*

ASIE.

—

INDES ANGLAISES.

Calcutta. — *Asiatic Society of Bengal.*

INDES HOLLANDAISES.

Batavia. — *Koninklijke natuurkundige vereeniging in Nederlandsch Indië.*

SIBÉRIE.

Irkutsk. — *Ostsibirische Abtheilung der K. Russischen geographischen Gesellschaft.*

AUSTRALIE.

Adelaïde. — *Australian Association for advancement of science.*
Royal Society of South Australia.

Hobart-Town. — *Tasmanian Society of natural sciences.*

Melbourne. — *Observatoire.*

Sydney. — *Linnean Society.*
Royal Society of New South Wales.

CONTRIBUTION

A

L'ANATOMIE DES RENONCULACÉES

STRUCTURE

DES PÉRICARPES ET DES SPERMODERMES

PAR

Hyacinthe LONAY

DOCTEUR EN SCIENCES NATURELLES,
ASSISTANT DE BOTANIQUE A L'UNIVERSITÉ DE LIÉGE,
LAURÉAT DU CONCOURS UNIVERSITAIRE,
LAURÉAT DE L'ASSOCIATION BELGE DES CHIMISTES,
MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DE BOTANIQUE DE BELGIQUE,
DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE LIÉGE, ETC

INTRODUCTION

L'étude anatomique des Renonculacées à attiré l'attention de plusieurs botanistes, parmi lesquels il convient de citer Meyer, Marié et Vesque. Considérant la plante adulte dans ses organes végétatifs, ces savants ont fait d'intéressantes observations en pratiquant des coupes en des endroits plus ou moins déterminés.

Au point de vue de l'anatomie générale, comme aussi au point de vue des applications à la classification naturelle, l'observation de la structure doit être étendue à toute la plante, à toutes les phases de son développement. C'est ce que M. Éd. Nihoul comprit en poursuivant ses recherches sur le *Ranunculus arvensis* (1).

MM. Lenfant (2), Mansion (3) et Sterckx (4), s'inspirant des mêmes idées, ont soumis à des recherches approfondies les genres *Delphinium*, *Thalictrum*, *Clematis* et *Atragene*. Récemment encore, M. Sterckx (5) s'est occupé de l'étude des plantules des Renonculacées, réalisée d'une façon comparative et étendue au plus grand nombre d'espèces possible. Je suis cet exemple en

(1) *Contribution à l'étude anatomique des Renonculacées.* — Le *Ranunculus arvensis* L., par Éd. Nihoul. (Mémoires cour. et des savants étrang. publiés par l'Académie royale des sciences, etc., de Belgique, 1891, t. LII, in-4°.)

(2) *Contribution à l'anatomie des Renonculacées.* — Le genre *Delphinium*, par C. Lenfant. (Mémoires de la Société royale des sciences de Liége, 2e sér., t. XIX.)

(3) *Id.* — Le genre *Thalictrum*, par A. Mansion. (Ibid., t. XX.)

(4) *Id.* — Le genre *Clematis*, par R. Sterckx (Ibid., t. XX.)

(5) R. Sterckx, *Recherches anatomiques sur l'embryon et les plantules dans la famille des Renonculacées.* (Mémoires de la Société royale des sciences de Liége, 1899, 3e sér., t. II.)

continuant l'œuvre collective par l'étude des péricarpes et des spermodermes dans cette famille de plantes.

Mes recherches ont été faites à un double point de vue :

1° Au point de vue de l'anatomie générale, c'est-à-dire dans le but de bien établir, non seulement la structure des téguments à l'état adulte, mais encore aux diverses phases de leur développement. Les parois de l'ovaire et les téguments de l'ovule subissent effectivement des modifications souvent profondes après la fécondation. Plusieurs tissus ou assises de tissus se différencient extrêmement, d'autres s'écrasent ou se résorbent au point de disparaître par la suite.

2° Au point de vue de la phytographie, de manière à rechercher l'existence de caractères communs à la famille, ainsi que des caractères propres à distinguer les genres et les espèces; car il est vrai de dire, avec Vesque (1), que, dans la classification, une part importante doit être attribuée aux caractères anatomiques. L'auteur dit notamment : « Les Renonculacées sont remarquables par la variabilité que l'ovule présente sous le rapport du nombre des téguments... ». Et après avoir étudié les téguments séminaux et les péricarpes de plusieurs Clématidées, Anémonées et Renonculées, Vesque est arrivé à cette conviction, que « cette étude doit être faite complètement, espèce à espèce ». Il ajoute : « la définition des genres et des espèces y gagnera beaucoup (2) ».

C'est à peu près dans le même sens que s'exprime Alph. De Candolle quand il expose ses *desiderata* (3) :

« 1° Étudier les faits anatomiques d'espèce en espèce dans un

(1) Vesque, *Des caractères anatomiques dans la classification.* (Bull. Soc. bot. de France, t. XXXVI. Actes du Congrès de Paris [1re partie], 1889.

(2) Vesque, *loc. cit.*, p. lvii.

(3) Alph. De Candolle, *La phytographie*, p. 232. Paris, 1880.

» même genre, ensuite de genre en genre, de famille en famille,
» de cohorte en cohorte.

» 2° Rechercher pour cela et pour l'exactitude des noms, les
» grands herbiers, surtout les parties de ces herbiers qui sont
» en bon ordre, et les grandes bibliothèques botaniques.

» 3° Rapprocher les descriptions des formes linnéennes de
» style, usitées déjà pour l'anatomie des Cryptogames.

» 4° Ne pas multiplier sans nécessité les noms d'organes et
» surtout ne pas remplacer un mot existant, même médiocre,
» tiré du grec ou du latin, par un nom nouveau.

» 5° Rédiger les mémoires avec des divisions claires, des
» résumés et des index, de manière à faciliter les recherches
» d'un auteur à l'autre. »

En somme, la morphologie interne des organes offre des faits qui, joints aux diagnoses employées jusqu'à présent, contribueront à consolider les groupes naturels déjà établis, et permettront sans doute de corriger ce que certaines divisions présentent encore d'artificiel.

Des botanistes se sont déjà occupés de l'étude des spermodermes à l'un ou à l'autre des deux points de vue rappelés ci-dessus.

Ainsi M. Sempolowski (1) étudia quelques graines appartenant aux familles des Linées, des Papilionacées et des Crucifères.

MM. Strandmark (2) et Lohde (3) ont analysé des graines appartenant à diverses familles.

(1) Sempolowski, *Beiträge zur Kenntniss des Baues der Samenschale.* Inaugural-Dissertation. Leipzig, 1874.

(2) Strandmark, Joh.-Edr., *Bidrag till kännedomen om fröskalets byggnad.* Dissertation. Lund, 1874.

(3) Lohde, *Entwickelungsgeschichte und Bau einiger Samenschalen.* Dissertation. Leipzig, 1874.

M. Chatin ([1]) s'occupa des Scrofularinées, des Solanées, des Borraginées et des Labiées.

M. Chalon ([2]) s'en tint aux Légumineuses.

Un grand nombre de spermodermes, appartenant aux familles les plus diverses, firent l'objet d'un travail de M. J. Godfrin ([3]).

En 1881, M. Lotar ([4]) publia une thèse remarquable, dont une partie est réservée aux téguments séminaux des Cucurbitacées.

M. Harz ([5]), en traitant des graines d'espèces champêtres, a décrit assez exactement les spermodermes des principales d'entre elles.

A côté de ces ouvrages spécialement consacrés à l'histologie du spermoderme, parurent d'autres travaux où quelques graines ne furent étudiées qu'accidentellement; à titre d'exemples, nous citerons, entre beaucoup d'autres auteurs, M. Le Monnier ([6]), M. Tschirch ([7]), et surtout M. C.-Eg. Bertrand ([8]), qui a donné, par quelques exemples, des indications générales sur la méthode à suivre dans ce genre de recherches; il a montré aussi l'incon-

([1]) J. Chatin, *Études sur le développement de l'ovule et de la graine dans les Scrofularinées, les Solanées, les Borraginées et les Labiées.* (Ann. des Sc. nat., 5e sér., t. XIX, 1874.)

([2]) J. Chalon, *La graine des Légumineuses.* Mons, 1875.

([3]) J. Godfrin, *Études histologiques sur les téguments séminaux des Angiospermes.* Nancy, 1880.

([4]) H.-A. Lotar, *Essai sur l'anatomie comparée des organes végétatifs et des téguments séminaux des Cucurbitacées.* Lille, 1881.

([5]) Harz, *Landwirthschaftliche Samenkunde.* Berlin, 1885.

([6]) Le Monnier, *Recherches sur la nervation de la graine.* (Ann. Sc. nat., 5e sér., t. XVI, 1872.)

([7]) Tschirch, *Angewandte Pflanzenanatomie.* Vienne et Leipzig, 1889.

([8]) Bertrand, *Traité de Botanique.* (Archives botaniques du Nord de la France. Lille, 1881, pp. 23 et 44.)

vénient de l'usage des termes *testa* et *tegmen* employés dans la plupart des travaux sur les enveloppes de la graine.

A part MM. Lohde, Chatin et Lotar, les botanistes précités se sont occupés plus particulièrement du spermoderme de graines prises à l'état adulte, sans s'enquérir de l'origine des diverses parties constitutives. Pour connaître cette origine, il faut suivre pas à pas le développement de l'ovule en graine.

M. Brandza (1) le comprit, mais ne sut pas éviter plusieurs erreurs, comme l'a montré clairement M. Guignard (2) qui, lui, a suivi, de façon si heureuse, le développement histologique des téguments dans différentes familles de graines exalbuminées.

Tels sont les principaux ouvrages traitant des téguments séminaux. Il en est bien d'autres, certes, mais qui, pour la plupart, ont été faits par des analystes qui recherchaient un moyen quelque peu empirique de déceler des falsifications.

Dans les présentes recherches, j'ai cru devoir étudier d'abord un certain nombre de types d'une façon approfondie, en partant de l'ovule, en suivant « pas à pas » le développement du fruit et de la graine. Six types résument, au point de vue de l'anatomie générale, l'organisation des enveloppes du fruit et de la graine chez les Renonculacées.

J'ai ensuite étendu mes recherches au plus grand nombre d'espèces en les limitant cette fois à l'ovaire et à l'ovule pris dans la fleur d'une part, au péricarpe et au spermoderme mûrs d'autre part.

(1) Marcel Brandza, *Développement des téguments de la graine.* (Revue générale de Botanique, 1893.)

(2) L. Guignard, *Recherches sur le développement de la graine.* (Journal de Botanique, 1893.)

Les procédés techniques ont, ici, une grande importance, vu la diffculté qu'il y a d'observer certains tissus profondément modifiés. J'ai eu recours à de nombreuses inclusions dans la celloïdine, pratiqué des coupes successives en série, étudié beaucoup de matériaux frais pris à divers stades ; pour les organes secs, la potasse, l'eau de javelle, l'acide lactique, l'acide acétique, l'acide picrique, l'acide osmique, voire même l'acide sulfurique, l'hydrate de chloral, le chlorure de zinc et surtout le chlorure de zinc iodé sont d'un grand secours ; dans quelques cas, des macérations et des dissociations ont été utiles pour mettre en évidence les différentes couches écrasées ; enfin diverses matières colorantes ont été employées avec succès, notamment le rouge de Ruthénium, l'hématoxyline et la fuchsine. Tous ces procédés, plus ou moins efficaces suivant les cas, sont nécessaires pour déterminer la nature des membranes et celle du contenu cellulaire.

Ce travail comprendra deux parties : la première consacrée à l'étude des types d'organisation décrits d'une façon complète; la seconde comprenant les diagnoses des genres et des espèces rédigées d'une façon concise conformément aux indications d'Alph. de Candolle.

Guidé dans l'accomplissement de ce travail par les précieux conseils d'un maître aussi dévoué que savant, je saisis ici l'occasion pour adresser à M. le professeur Gravis l'hommage de ma reconnaissance la plus vive.

CONTRIBUTION

A

L'ANATOMIE DES RENONCULACÉES

STRUCTURE

DES PÉRICARPES ET DES SPERMODERMES

PREMIÈRE PARTIE

CHOIX DES TYPES ET PLAN DE LEUR ÉTUDE.

Il résulte de notre étude qu'il convient de distinguer, dans les Renonculacées, six types qui sont les suivants : *Ranunculus arvensis* L., *Clematis vitalba* L., *Thalictrum flavum* L., *Helleborus fœtidus* L., *Delphinium Ajacis* L., et *Pœonia officinalis* Retz.

Notre attention se portera d'abord sur le *Ranunculus arvensis ;* après lui se placera le *Thalictrum* dont le carpelle, monosperme comme le précédent, en diffère surtout par le mode d'insertion et l'orientation de l'ovule. On retrouve ces derniers caractères dans le troisième type : le *Clematis;* mais celui-ci présente en outre une particularité qui doit le faire servir d'intermédiaire entre les espèces à carpelles monospermes et celles à carpelles polyspermes : il existe, en effet, au-dessus du seul ovule fertile, des ovules rudimentaires disposés en deux séries.

Nous passerons ensuite aux espèces à fruits polyspermes que nous n'avons pas de raison de décrire dans un autre ordre que celui établi par le Prodrome, c'est-à-dire : *Helleborus*, *Delphinium* et *Pœonia*.

Cette première partie du présent travail comprend donc la description du péricarpe et du spermoderme des six types choisis. Pour chacun d'eux, ces organes ont été étudiés à quatre stades :

1° Dans le bouton jeune;

2° Dans la fleur épanouie;

3° Dans le carpelle qui a atteint tout son développement mais qui n'est pas encore mûr;

4° A l'époque de la maturité, après dessication normale du fruit et de la graine.

Il sera ainsi facile, pour diverses espèces, de comparer des états de même développement, et, pour chaque espèce en particulier, de comparer la structure adulte au développement histologique.

CHAPITRE PREMIER.

RANUNCULUS ARVENSIS L.

Carpelle uniovulé ; ovule anatrope unitégumenté ; graine albuminée.

§ 1. — LE PÉRICARPE.

Stade 1. — *Carpelle dans le bouton floral.*

Dans un bouton de 1 millimètre de longueur à peine, les carpelles sont en voie de formation ; ils mesurent de $0^{mm},2$ à $0^{mm},3$ de hauteur ; leur forme est celle d'une niche du fond de laquelle émerge le mamelon ovulaire. Ces carpelles sont entièrement formés d'un tissu méristématique (fig. 1 : coupe longitudinale médiane d'un très jeune carpelle dont le bord est indiqué à gauche par une ligne pleine).

Les bords du carpelle se rejoignent bientôt pendant que sa concavité augmente. Il en résulte une fente, visible à l'extérieur, qui se prolonge jusque près de la base organique du carpelle(1). A cet endroit, il existe une petite ouverture qui persiste jusqu'après la fécondation et que nous nommerons *acropyle* (2) (fig. 2 : coupe longitudinale médiane, optique, dans un carpelle de fleur épanouie).

Le carpelle ainsi formé s'accroît d'abord surtout par l'agrandissement des cellules. Quant il a atteint 1 millimètre à peu près de longueur, la paroi de la cavité qu'il circonscrit présente sur ses faces latérales quatre assises de cellules (fig. 3 : coupe

(1) En parlant du *Clematis vitalba* L., nous verrons comment Payer explique la formation de la cavité de l'ovaire et de la fente carpellaire, formation qui, à part quelques petits détails, suit les mêmes processus que dans le *Ranunculus*.

(2) Cf. H. Baillon, *Les ovaires acropylés*. (Bull. du Congrès international de botanique et d'horticulture a Saint-Pétersbourg, 1884.)

transversale de l'ovaire et de l'ovule dans un bouton floral de 2 millimètres de diamètre) :

L'*Ep. e.* (1), dont les cellules, en général presque cubiques, ont 15 μ de côté ; on y distingue déjà, çà et là, des cellules ayant une taille beaucoup plus grande. La cuticule commence à se former.

Le *Tf. e.* à une assise de cellules de mêmes dimensions que celles de *Ep. e.*

Le *Tf. i.* à une assise de cellules en voie de division, un peu plus petite que les précédentes.

L'*Ep. i.* à une assise de cellules présentant déjà un certain allongement dans le sens transversal, c'est-à-dire de la suture dorsale vers la suture ventrale.

A ce stade, seul le faisceau de la suture dorsale est différencié en bois et en liber. A droite et à gauche de la suture ventrale se montre un petit massif de procambium (fig. 4 : ensemble de la coupe de la fig. 3).

Stade 2. — *Carpelle dans la fleur épanouie.*

Au début de l'anthèse, le péricarpe mesure $0^{mm},75$ de largeur (fig. 5 : coupe transversale du carpelle).

Les cellules de l'*Ep e.* se sont agrandies ; autour des cellules épidermiques plus volumineuses signalées au stade précédent, on observe une activité plus grande qu'ailleurs ; cette activité se manifeste dans le *Tf. e.* et le *Tf. i.* aussi bien que dans l'*Ep. e.* lui-même. Il en résulte la formation de protubérances aiguës qui recouvrent les faces du péricarpe et supportent chacune la cellule

(1) La paroi d'un ovaire comprend un épiderme externe, un épiderme interne et, entre les deux, un tissu fondamental qui peut être subdivisé en une portion externe, une assise moyenne et une portion interne. Ces termes devant être fréquemment répétés, je crois pouvoir employer les abréviations suivantes :

Ep. e. = Épiderme externe.
Tf. e. = Tissu fondamendal externe.
Tf. m. = Tissu fondamental moyen.
Tf. i. = Tissu fondamental interne.
Ep. i. = Épiderme interne.

épidermique plus grande qui se transformera plus tard en poil épineux.

Le *Tf. e.* divise ses cellules en tous sens. Il présente déjà deux ou trois assises.

L'assise la plus profonde issue de ces recloisonnements portera dorénavant le nom de *Tf. m.* Cette assise, en effet, présentera ultérieurement des caractères tout spéciaux.

Dans le *Tf. i.*, les cloisonnements cellulaires se font surtout longitudinalement et les cellules deviennent étroites; elles se présentent en deux assises.

L'*Ep. i.* a ses cellules allongées dans le sens transversal, comme au stade précédent (fig. 5); le caractère épidermique de ces cellules se reconnaît mieux sur une coupe longitudinale (fig. 6).

A ce stade, il y a trois faisceaux différenciés et environs six massifs procambiaux distincts (fig. 7 : ensemble de la coupe transversale du carpelle).

Ces faisceaux ont pris naissance aux dépens du *Tf. m.*; à cet effet, certaines cellules de ce *Tf. m.* se sont recloisonnées longitudinalement et ont produit des massifs de procambium (1) (fig. 8 : portion de la coupe transversale du carpelle).

Stade 3. — *Carpelle à la fin de sa croissance.*

La floraison étant terminée et la fécondation ayant été opérée, le carpelle s'accroît rapidement et atteint bientôt sa taille définitive, alors que l'ovule est loin de suivre la même progression dans son développement. Lorsque les cellules ont ainsi acquis le maximum de leur croissance, l'activité du protoplasme ne s'emploie plus guère qu'à modifier la constitution intime de la paroi et du contenu cellulaires (fig. 10 : coupe transversale d'un carpelle à la fin de sa croissance).

A l'*Ep. e.*, les cellules épaississent fortement leur paroi interne.

(1) Dans son mémoire sur le *Tradescantia Virginica*, M. Gravis a constaté l'existence d'une assise moyenne dans le *Tf.* des feuilles, assise qui est le prolongement du cylindre central de la tige et dans laquelle les nervures prennent naissance.

Des poils de diverses sortes s'y sont développés; les uns, en forme de larmes, sont ventrus et plus ou moins arrondis à la base, effilés, pointus au sommet ; ils sont généralement assez longs ; il en est de $0^{mm},2$; les autres, beaucoup plus courts ($0^{mm},02$), sont enchâssés dans l'épiderme par la plus grande partie de leur corps (fig. 9 : coupe transversale d'un ovaire de fleur arrivée à la fin de l'anthèse).

D'une façon générale, tous les poils sont unicellulaires et portés par une protubérance ; ils ont une paroi assez épaisse, mais elle l'est uniformément, la cavité se prolongeant jusque dans la pointe.

Des stomates existent sur les protubérances et sur les bords du carpelle; ils sont dépourvus de cellules annexes (1) (fig. 11 : lambeau d'*Ep. e.* vu de face).

Le *Tf. e.*, dont le nombre d'assises cellulaires n'augmente plus, est le seul tissu dont les cellules renferment de la chlorophylle.

Dans celles du *Tf. m.* ont pris naissance des cristaux qui atteignent environ 12 μ et qui présentent tous les caractères de l'oxalate de chaux (fig. 9 et 10).

Les cellules de l'*Ep. e.*, du *Tf. e.* et du *Tf. m.* sont assez grandes et à peu près de même taille.

Le *Tf. i.* est constitué de quatre à cinq assises de cellules dont les parois commencent à s'épaissir. Ces éléments sont allongés : ils mesurent en moyenne 100 μ dans le sens longitudinal, alors que, transversalement, ils ont environ 19 $\mu \times 13$ μ.

Ce tissu se prolonge dans les protubérances dont il constitue la partie centrale (fig. 9 : coupe déjà citée, et fig. 12 : coupe transversale d'un akène presque mûr).

L'*Ep. i.* a déjà des parois épaisses et ponctuées.

Stade 4. — *Stucture du péricarpe à la maturité.*

« Le fruit du *Ranunculus arvensis* est un polakène. Chaque akène, comprimé latéralement, présente deux faces garnies de pointes épineuses (2). »

(1) Cf. Éd. Ninoul, *op. cit.*, en ce qui concerne les stomates de la feuille.

(2) H. Baillon, *Histoire des plantes*, t. I, p. 35.

Les couches cellulaires constituant ces faces présentent à l'état mûr les caractères suivants (fig. 13 : coupe transversale d'un akène mûr ayant séjourné dans l'alcool et la glycérine) :

Un *Ep. e.* et un *Tf. e.* à une ou deux assises de cellules dont les parois se sont subérifiées. Ces deux tissus sont écrasés. Les cellules du *Tf. m.* sont globuleuses; elles ont leurs parois assez fortement épaissies et ont résisté à l'affaissement des autres cellules; ces parois sont aussi subérifiées. Toutes ces cellules renferment de gros cristaux octaédriques d'oxalate de chaux qui se brisent facilement sous l'action du rasoir.

Tous ces tissus donnent au fruit mûr la coloration brune qu'on observe sur les faces latérales; ils se détruisent facilement lorsqu'on fait des coupes sans précaution. Les protubérances varient de longueur; nous avons vu précédemment quelle était leur constitution. Ajoutons que les poils épineux sont persistants; mais évidemment, si l'on manipule trop brusquement les graines, ils seront arrachés, surtout s'ils sont assez longs.

Quant au *Tf. i.*, les parois des cellules y sont tellement sclérifiées que les cavités en sont presque oblitérées; de celles-ci rayonnent de nombreux canalicules très fins. C'est évidemment ce tissu qui protège le plus efficacement la graine. Quand, par dissociation, on a isolé les cellules du *Tf. i.*, elles présentent absolument l'aspect des sclréides de la poire (fig. 14).

Les cellules de l'*Ep. i.* sont allongées transversalement; elles peuvent atteindre, dans ce sens, 200 μ et plus. Leurs parois, très fortement épaissies et sclérifiées, sont parcourues par des canalicules perpendiculaires à l'axe de la cellule. La cavité cellulaire est tellement oblitérée, que, sur les coupes tranversales du fruit, l'*Ep. i.* donne l'illusion de deux couches de cellules accolées.

Les faisceaux libéro-ligneux sont situés entre le *Tf. e.* et le *Tf. i.*, au niveau du *Tf. m.;* tous leurs éléments ont les parois un peu épaissies, sauf dans ceux qui parcourent les bords du péricarpe.

Près de leur terminaison, les faisceaux sclérifient leurs éléments qui deviennent semblables à ceux du *Tf. i.* Les faisceaux principaux sont en nombre impair, le plus souvent vingt et un.

Parcours des faisceaux dans le péricarpe. — Les akènes ne sont pas tout à fait sessiles. Le court pédicelle qui les supporte présente, au centre, une sorte de cylindre libéro-ligneux où l'on peut distinguer plusieurs lobes qui représentent un certain nombre de faisceaux du réceptacle. Ces lobes se résolvent d'abord en trois, puis en six faisceaux, trois vers la suture dorsale, trois vers la suture ventrale. De ces six faisceaux, celui qui est situé exactement sous la suture ventrale est destiné à se rendre dans le raphé. Nous n'en parlerons pas davantage. Les cinq autres faisceaux qui cheminent dans l'épaisseur du péricarpe sont un *médian* (M), deux *latéraux* (L) et deux *intermédiaires* (*i*). Dans la partie la plus renflée de l'akène, de nouveaux faisceaux intermédiaires se sont intercalés entre le médian et les deux latéraux, et de nombreuses anastomoses courent transversalement ou obliquement, de telle sorte qu'une coupe vers le milieu de l'ovaire peut rencontrer une vingtaine de faisceaux.

Les protubérances sont situées sur le trajet des faisceaux intermédiaires ou des anastomoses. Ceux-ci forment alors une anse qui embrasse la portion sclérifiée de la protubérance et qui est perpendiculaire à la surface de l'akène. Ces anses sont représentées sur la figure 15 (parcours) par une croix (×). Les protubérances ont encore pour effet de rendre le parcours de ces faisceaux très sinueux dans la région moyenne de l'akène.

Vers le sommet, tous les faisceaux, à part les deux latéraux, se rejoignent les uns après les autres pour se jeter dans le faisceau médian. Il ne reste donc plus que les trois faisceaux LML qui parcourent dans toute sa longueur le bec stylaire surmontant l'akène. A quelque distance de l'extrémité de ce bec, les deux L s'éteignent, tandis que M se prolonge encore un peu plus haut (fig. 15).

§ 2. — LE SPERMODERME.

L'ovule du *Ranunculus arvensis* est anatrope, solitaire et ascendant ; son raphé est tourné vers la suture ventrale du carpelle. Il ne possède qu'un seul tégument (fig. 16 : coupe longitudinale d'un ovaire pris dans un jeune bouton).

Stade 1. — *Ovule dans le bouton.*

Tout au début de sa formation, l'ovule n'est représenté que par un mamelon de tissu méristématique situé à l'aisselle de la feuille carpellaire encore ouverte (fig. 1 : coupe longitudinale médiane d'un très jeune carpelle).

Mais bientôt le carpelle se ferme peu à peu ; le mamelon ovulaire croît d'abord un peu obliquement, puis produit un bourrelet, première ébauche du tégument. Alors déjà l'épiderme du sommet du nucelle s'est divisé en deux assises et parfois même en trois (fig. 17 : coupe longitudinale dans un bouton de 2 millimètres).

L'ovule croît vite et se recourbe fortement de manière à devenir anatrope. Dans un bouton de 3 millimètres, le tégument a fini par recouvrir entièrement le nucelle; au lieu de trois assises qu'il comprenait d'abord, il en compte maintenant quatre.

L'épiderme du nucelle se reconnaît aisément à son contenu plus dense, plus granuleux et jaunâtre. Le sac embryonnaire, dont la différenciation débute d'ailleurs très tôt, est formé et occupe une bonne partie du nucelle (fig. 18 : coupe longitudinale d'un ovule pris dans un bouton de 3 millimètres).

Stade 2. — *Ovule dans la fleur épanouie.*

La constitution d'un ovule au moment de la fécondation peut s'énoncer comme suit (fig. 19 : coupe longitudinale d'un ovule provenant d'une fleur fraîchement épanouie, et fig. 20 : coupe transversale du même) :

1° *Tégument :* quatre assises de cellules : *Ep. e. T.* (1), *Tf. T.*

(1) Pour l'ovule et le spermoderme, nous ferons usage des abréviations suivantes :

Ep. e. T. = Épiderme externe du tégument.
Ep. i. T. = Épiderme interne du tégument.
Tf. T. = Tissu fondamental du tégument.
Ep. N. = Épiderme du nucelle.
Tf. N. = Tissu fondamental du nucelle.

Dans les espèces pourvues de deux téguments, *T.* (= tégument) sera remplacé par *P.* (= primine) et par *S.* (= secondine).

à deux assises et *Ep. i. T.* Près du micropyle, le tégument, plus épais, comprend six ou sept assises cellulaires.

2° *Nucelle : Ep. N.* très reconnaissable, formant, au sommet, un bourrelet épais de deux ou trois assises de cellules.

Tf. N. englobant un sac embryonnaire très volumineux (environ 167 μ de long sur 97 μ de diamètre), situé en contact avec l'*Ep. N.* au sommet.

Le raphé est appliqué contre la suture ventrale du péricarpe, laquelle regarde l'axe du réceptacle floral. En d'autres termes, l'ovule est recourbé du côté de la suture dorsale (fig. 16).

L'ovule, à ce stade, est apte à être fécondé; M. Guignard considère un tel ovule comme adulte (1).

Stade 3. — *Ovule à la fin de sa croissance.*

En suivant le développement de l'ovule fécondé, on remarque deux faits importants : 1° l'apparition de l'albumen ; 2° la résorption de la majeure partie du nucelle et l'écrasement de l'assise interne du *Tf. T.*

Il s'ensuit que lorsque l'ovule est arrivé presque à sa taille définitive, le spermoderme se compose d'un tégument offrant un *Ep. e. T.*, dont les cellules sont allongées tangentiellement et délimitées par de très épaisses parois à ponctuations nombreuses ; un *Tf. T.*, dont l'assise externe présente des cellules à parois minces, renfermant de la chlorophylle et formant un tissu assez lâche et dont l'assise interne est totalement écrasée ; un *Ep. e. T.*, dont les parois cellulaires profondes s'épaississent irrégulièrement, de manière à donner un aspect frangé à cette assise de cellule.

L'*Ep. N.*, seule partie du nucelle maintenant bien reconnaissable, est constitué de cellules assez allongées tangentiellement; des épaississements fibrillés commencent à s'accuser sur les parois de ces cellules.

Quant à l'albumen, son organisation comme tissu ne fait que commencer (fig. 21 : coupe transversale dans un ovule remplissant plus de la moitié d'un péricarpe arrivé à sa taille définitive,

(1) L. Guignard, *op. cit.*, p. 3.

et fig. 22 : coupe transversale d'un ovule remplissant presque entièrement le péricarpe).

Stade 4. — *Structure du spermoderme à la maturité.*

Le spermoderme comprend :

1° Un seul tégument ; 2° quelques débris du nucelle.

1° *Tégument* composé de :

a) *Ep. e. T.* à cellules allongées dans le sens longitudinal, à lumens facilement reconnaissables dans la région du raphé (fig. 23 : coupe transversale d'une graine mûre, mais non desséchée encore) et au bord opposé de la graine, non reconnaissables sur les côtés où les cellules sont fortement aplaties, à parois munies d'épaississements cellulosiques assez considérables et fortement ponctuées (fig. 24 : même coupe qu'à la fig. 23, région voisine du raphé; fig. 25 : idem, région latérale, et fig. 27 représentant un spermoderme vu de face).

b) *Tf. T.* comprenant deux assises, l'externe formée de cellules isodiamétriques, un peu aplaties, assez écartées les unes des autres, à parois cellulosiques épaisses, renfermant de la chlorophylle (1) (fig. 24, 25 et 27) ; l'interne totalement écrasée.

c) *Ep. i. T.* Cellules tabulaires à cloisons internes épaissies, sclérifiées ; cloisons latérales partiellement recouvertes d'épaississements frangés, sclérifiés, caractéristiques. Ces sortes de franges semblent formées par des lignes d'épaississement parallèles très serrées et qui couvrent les parois latérales jusqu'aux deux tiers de la hauteur. Cette portion de la paroi est comparable à une plaque gravée de traits parallèles; elle est en même temps sclérifiée et colorée, tandis que la portion lisse est mince, cellulosique et blanche. Il en résulte qu'au premier abord on croirait voir les cellules à moitié remplies d'une substance jaune et striée. Ces mêmes cellules, vues de face, ne laissen aucun doute sur l'existence des stries des parois. La cloison interne (plancher de la cellule) est également sclérifiée et légèrement striée ; la paroi externe (plafond de la cellule) est au contraire lisse et cellulo-

(1) Cf. Harz, *Landwirthschaftliche Samenkunde*, 1885, p. 1065.

sique. Le contenu de ces cellules, peu abondant d'ailleurs, consiste en protoplasme desséché (fig. 24 et 25 déjà citées et fig. 28 : assise vue de face).

2° *Nucelle :* l'*Ep. N.*, encore visible peu de temps avant la maturité, est totalement écrasé et forme avec les autres couches écrasées une lame cornée entre l'albumen et l'*Ep. i.* du tégument.

Cette lame est difficile à distinguer de la paroi extérieure des cellules du bord de l'albumen. On constate seulement qu'il existe une sorte de plan de clivage entre l'albumen et l'*Ep. i. T.*, suivant lequel se fait plus aisément une séparation (fig. 25). (L'eau de javelle a pour action de faire apparaître une ligne de démarcation entre ces deux couches.)

Toutefois, dans le voisinage du raphé, l'*Ep. N.* persiste. Il est formé de cellules présentant les caractères suivants : cellules grandes, prismatiques, quatre fois plus longues que larges, allongées tangentiellement et contenant protoplasme et noyau ; membranes couvertes d'épaississements cellulosiques fibrillés (fig. 24 déjà citée et fig. 26 : ensemble de la coupe des fig. 23, 24 et 25). On peut établir un rapprochement entre ces cellules de l'*Ep. N.* et les cellules fibrillées des valves d'une anthère.

Le raphé présente nettement son faisceau composé de douze à quinze trachées étroites, de liber et de fibres libériennes (fig. 23).

L'ALBUMEN.

Volumineux, remplissant toute la cavité du péricarpe — l'embryon restant très petit, — l'albumen est composé de cellules polygonales, à parois un peu plus épaisses aux angles, non ponctuées, gorgées de réserves alimentaires consistant en aleurone et en corps gras (fig. 24).

Les parois des cellules de l'albumen sont différenciées : on y distingue, en effet, une lame médiane mince, s'épaississant aux angles des cellules et présentant un aspect plus sombre, surtout après l'action des réactifs éclaircissant et colorant : c'est la membrane primaire. Les membranes secondaires sont uniformément épaissies (fig. 29 : coupe dans l'albumen d'une graine sèche traitée par l'eau de javelle).

NOTE CRITIQUE.

D'après F. Hegelmaier (1), l'ovule des *Ranunculus* est imparfaitement anatrope. Si cette remarque est vraie pour quelques espèces, comme on le verra dans la seconde partie de ce travail, elle ne l'est pas pour d'autres. Ainsi, on peut en juger d'après les figures, l'anatropie de l'ovule du *Ranunculus arvensis* est assez parfaite. C'est d'ailleurs là une question de plus ou de moins qui ne peut certainement pas donner lieu à généralisation.

Il en est de même du fait signalé par cet auteur, et que j'ai tenu à vérifier, que certaines espèces présentent un canal micropylien grêle en forme de S. Ce n'est pas le cas pour le *Ranunculus arvensis*.

L'*Ep. i. T.* présente une structure assez constante chez les *Ranunculus* et chez d'autres genres, comme nous aurons l'occasion de le voir : les cellules de cet épiderme sont caractérisées par des épaississements brunâtres frangés sur les parois internes et latérales. Bien que M. Godfrin (2) ait reconnu la vraie nature de ces épaississements, Harz (3) et, après lui, Holfert (4), semblent s'être mépris à ce sujet. D'après eux, les cellules de l'*Ep. i. T.* renfermeraient un contenu rougeâtre qui serait du protoplasme desséché. Mes observations confirment donc celles de Godfrin ; elles ont établi l'impossibilité de reconnaître un contenu dans les cellules de l'*Ep. i. T.* et, ce qui est mieux, elles démontrent la formation des épaississements frangés.

Harz commet une autre erreur encore quand il identifie l'*Ep. e. T.* avec l'assise persistante du *Tf. T.* Nous avons vu, en effet, en quoi ces deux couches diffèrent.

Parlant du péricarpe, Harz dit encore que les cellules de ce

(1) F. Hegelmaier, *Vergleichende Untersuchungen über Entwickelung dikotyledoner Keime.* Stuttgart, 1878.

(2) Godfrin, *op. cit.*

(3) Harz, *op. cit.*, p. 1065.

(4) Holfert, *Die Nährschicht der Samenschalen.* (Flora, 73e année, p. 312.)

que nous avons appelé *Tf. i.* se dirigent tantôt dans un sens, tantôt dans un autre, sans ordre déterminé. Ce n'est pas tout à fait exact, car lorsque rien ne les dérange dans leur trajet, ces éléments fibreux courent parallèlement au grand axe du fruit; mais au voisinage des protubérances dont ils constituent, comme nous l'avons constaté, la partie centrale, elles prennent une direction d'abord oblique, puis horizontale pour entrer dans la protubérance.

CHAPITRE II.

THALICTRUM FLAVUM L.

Carpelle uniovulé; ovule anatrope bitégumenté; graine albuminée.

§ 1. — LE PÉRICARPE.

Stade 1. — *Carpelle dans le bouton floral.*

Les débuts de la formation du carpelle ne diffèrent guère de ceux du *Ranunculus arvensis* (fig. 30 : coupe longitudinale dans un carpelle d'un bouton de 1 millimètre). Seulement la fente stigmatique qui résulte de la fermeture de la feuille carpellaire descend moins bas; elle ne se prolonge pas jusqu'à la moitié de la hauteur du carpelle, vers le bas, et n'atteint pas le sommet. Les lèvres de cette fente sont épaisses et proéminentes; l'acropyle est très apparent (fig. 31 : carpelle d'un bouton de 2 millimètres montrant la fente vue en face).

La section transversale d'un carpelle présente un contour sinueux avec des côtes parcourues par des faisceaux. Ceux-ci, presque toujours au nombre de dix, sont exceptionnellement au nombre de onze dans l'exemple étudié à ce stade (fig. 32 : coupe transversale dans un carpelle d'un bouton de 2 millimètres).

La paroi de ce carpelle présente, entre les côtes, sept assises de cellules :

L'*Ep. e.*, dont les cellules sont cubiques et déjà recouvertes vers l'extérieur d'une mince cuticule. Quelques cellules, assez rares d'ailleurs, se sont allongées de manière à former de courts poils en massue qui ne sont pas plus de trois fois plus longs que les autres cellules épidermiques (fig. 33 et 34 : détails de la fig. 32).

Le *Tf.*, formé actuellement de cinq assises de cellules, ne montre pas nettement la subdivision en une région externe, une

moyenne et une interne. Toutefois, il est probable qu'ici, comme dans le *Ranunculus arvensis*, la paroi du carpelle était constituée primitivement de quatre assises cellulaires : l'*Ep. e.*, le *Tf. e.*, le *Tf. i.* et l'*Ep, i.*; ce serait aux dépens du *Tf. e.* que prendrait naissance le *Tf. m.* La principale différence entre l'histogenèse du péricarpe du *Ranunculus arvensis* et du *Thalictrum flavum* consiste dans le nombre définitif des assises cellulaires qui est de douze à la maturité dans la première de ces plantes et de cinq dans la seconde.

L'*Ep. i.*, au stade 1, est figuré par une assise de cellules semblables à celles de l'*Ep. e.*

Stade 2. — *Carpelle dans la fleur épanouie.*

Rien n'est changé quant au nombre des assises ; mais les cellules sont devenues plus nombreuses par suite de cloisonnements en direction radiale.

Les cellules de l'*Ep. e.* ont épaissi toutes leurs parois. Ces cellules sont tabulaires et plus grandes que celles du *Tf.*, qui n'ont subi aucune différenciation.

Outre les poils, on y rencontre maintenant des stomates.

Quant aux éléments de l'*Ep. i.*, ils commencent à s'allonger longitudinalement à la fin de la floraison (fig. 35 : coupe transversale; fig. 36 : coupe longitudinale et fig. 37 : ensemble de la coupe longitudinale).

Ces différences insignifiantes ne nécessitent pas un examen plus approfondi. J'ai cru utile de maintenir cependant ce stade afin de trouver des points de comparaison faciles avec les autres types.

Stade 3. — *Carpelle à la fin de sa croissance.*

Pour atteindre leur taille définitive, 3 millimètres environ, les carpelles multiplient et agrandissent leurs cellules sans toutefois augmenter le nombre des assises.

Comme caractères nouveaux, on peut signaler que l'épaississement des parois externes des cellules de l'*Ep. e.* s'est surtout accentué; les poils ne changent guère.

Au *Tf.*, il se forme des méats entre les cellules qui sont toutes

semblables, soit qu'elles appartiennent au *Tf. e.*, au *Tf. m.* ou au *Tf. i.*

A l'*Ep. i.*, les parois internes et latérales se sont considérablement épaissies; ces épaississements, sous l'action de la potasse, gonflent beaucoup (fig. 38 : coupe transversale d'un carpelle de 3 millimètres, traitée par la potasse); en outre, ces cellules se sont fortement allongées parallèlement à l'axe principal du fruit (fig. 39 : coupe longitudinale du carpelle précédent), contrairement à ce que nous avons vu dans le *Ranunculus*.

Lorsque la taille maxima est atteinte, le fruit ne tarde guère à mûrir; car ici, le développement du péricarpe se fait parallèlement à celui de l'ovule.

Stade 4. — *Structure du péricarpe à la maturité.*

Le péricarpe mûr présente :

Un *Ep. e.* à cellules assez grandes à parois cellulosiques épaisses, surtout les externes, lesquelles sont recouvertes d'une cuticule, ce que montre bien une coupe traitée par le chlorure de zinc iodé (fig. 40). Cet épiderme comprend d'assez nombreux stomates localisés dans les dépressions. Dans ces régions, les cellules de l'*Ep. e.*, vues de face, sont isodiamétriques et ont des contours sinueux. Les stomates se montrent construits de la même façon que dans le *Ranunculus arvensis* (fig. 41 : *Ep. e.* vu de face). Le long des côtes, les cellules de l'*Ep. e.* sont rectangulaires, allongées longitudinalement, à contours moins sinueux; il est rare d'y rencontrer des stomates (fig. 42).

Un *Tf.*, lequel peut ne comprendre que trois assises : une pour le *Tf. e.*, une pour le *Tf. m.* et une pour le *Tf. i.* (fig. 40); mais, plus généralement, il se compose de cinq assises de cellules dont les parois sont assez épaisses et fortement ponctuées, sauf chez celles de l'assise externe. Dans les cellules de ce *Tf.*, on ne rencontre aucun contenu spécial.

Un *Ep. i.*, dont les parois latérales et internes sont fortement épaissies, au point de combler presque entièrement la cavité cellulaire.

De même que nous l'avons pu voir dans les stades intermé-

diaires, l'akène de *Thalictrum* présente dix côtes et dix vallécules. Selon l'importance des faisceaux qu'elles renferment, les côtes sont plus ou moins saillantes. Ces faisceaux sont très symétriquement disposés à droite et à gauche d'un seul plan (fig. 43 : dessin d'ensemble de la coupe transversale d'un ovaire complètement développé).

Dans un des faisceaux de taille moyenne (fig. 44), le bois est représenté par cinq ou six trachées assez étroites; le liber compte une trentaine d'éléments assez petits. Le tout est entouré d'une gaine sclérenchymateuse importante, surtout vers la face externe, où les éléments sclérifiés sont plus étroits et à paroi beaucoup plus épaissie. Ce faisceau fibrolibéroligneux est séparé de l'*Ep. e.* par deux assises de *Tf.*, et de l'*Ep. i.* par une assise de *Tf.*

Parcours des faisceaux dans le péricarpe. Ce parcours est loin de présenter les complications que nous avons rencontrées dans le *Ranunculus arvensis.* En effet, les dix faisceaux qui sont bientôt individualisés, ne présentent aucun contact entre eux par le moyen d'anastomoses. Chacun suit la côte qui lui correspond et qui se prolonge depuis le bas jusque vers le sommet du péricarpe.

§ 2. — LE SPERMODERME.

L'ovule du *Thalictrum flavum* L. est anatrope, solitaire et pendant; son raphé est tourné vers la suture dorsale du carpelle. Il possède deux téguments (fig. 47 : coupe longitudinale dans un ovule d'une fleur presque épanouie).

Stade 1. — *Ovule dans le bouton.*

La première ébauche de l'ovule consiste en un mamelon inséré au bord inférieur de l'invagination ovarienne qui est plus profonde que celle du *Ranunculus arvensis.*

La secondine apparaît déjà sous forme d'un bourrelet avant la fermeture du carpelle (fig. 30 : coupe longitudinale d'un carpelle de bouton de 1 millimètre).

Lorsque celle-ci s'est faite, la primine s'est formée à son tour comprenant d'abord deux assises de cellules (fig. 45 : coupe longitudinale d'un ovule de bouton de 1 $^1/_2$ millimètre), nombre qui va en augmentant (fig. 46 : comme la précédente, bouton de 2 millimètres).

La secondine, fortement agrandie, n'en comprend que deux; elle recouvre bientôt le nucelle dont l'*Ep. N.* reste simple au sommet et dans lequel se caractérise assez tôt le sac embryonnaire (fig. 45).

Stade 2. — *Ovule dans la fleur épanouie.*

Dans un bouton de 3 millimètres, sur le point de s'épanouir, l'ovule est adulte. Il comprend une primine, une secondine et un nucelle (fig. 47 : coupe longitudinale de l'ovule d'un bouton de 3 millimètres).

1° *Primine :* quatre ou cinq assises de cellules toutes semblables : *Ep. e. P.*, *Tf. P.* à deux ou trois assises et *Ep. i. P.*

2° *Secondine :* trois assises de cellules semblables : *Ep. e. S.*, *Tf. S.* et *Ep. i. S.*

Cependant, au voisinage du micropyle, le nombre d'assises peut être porté à cinq, et les assises supplémentaires sont formées aux dépens de l'*Ep. i. S.*

3° *Nucelle : Ep. N.* qui reste simple au sommet : *Tf. N*, comprenant une assise de cellules caractéristiques sous l'*Ep. N.*; le reste du corps nucellaire est occupé par un sac embryonnaire assez volumineux : largeur 62 μ; longueur 122 μ.

Le faisceau du raphé est encore à l'état procambial. Ce n'est que plus tard qu'il se différencie en bois et en liber.

Stade 3. — *Ovule à la fin de sa croissance.*

La fécondation opérée, l'ovule s'accroît. A un certain moment, l'albumen s'organise; plus tard les parois externes s'épaississent dans les cellules de l'*Ep. e. P.*, qui tendent à s'allonger suivant l'axe de l'ovule; les modifications s'ajoutent les unes aux autres, de façon qu'un ovule arrivé au maximum de sa taille présente un spermoderme composé :

1° D'une *primine* où l'on distingue un *Ep. e. P.* dont les

cellules sont allongées parallèlement à l'axe de l'organe et à parois externes épaissies; deux ou trois assises de *Tf. P.* parenchymateux et un *Ep. i. P.* dont les cellules ont des parois minces.

2° D'une *secondine* dont il ne subsiste que l'*Ep. i. S.*; en effet, l'*Ep. e. S.* et le *Tf. S.* ont été complètement écrasés, formant une lame amorphe entre la primine et l'*Ep. i. S.* La paroi interne des cellules de celui-ci s'épaissit, mais ne produit pas de franges comme dans le *Ranunculus arvensis*.

Quant au nucelle, nous avons pu assister à sa résorption de plus en plus complète; il n'en existe plus rien et l'albumen se trouve immédiatement en contact avec l'*Ep. i. S.* (fig. 48, 49, 50, 51, 52, 53 : coupes longitudinales d'ovules fécondés dans des ovaires de 2, 2 $^1/_2$ et 3 millimètres; fig. 54, 55, 56, 57 et 58 : coupes transversales des mêmes ovules).

Stade 4. — *Structure du spermoderme à la maturité.*

Le spermoderme comprend :

1° Une primine; 2° une secondine.

Primine : Ep. e. P. à cellules allongées longitudinalement de 127 μ, larges de 22 μ, bombées vers l'extérieur (fig. 62 : *Ep. e. P.* vu de face). Ce dernier fait s'explique parce que la graine n'est pas adhérente au péricarpe, comme cela a lieu dans celle du type précédent où les cellules de l'*Ep. e. T.* ont une limite extérieure rectiligne. De tout le spermoderme mûr, c'est l'assise qui est la moins abîmée dans une graine sèche (fig. 60 : coupe transversale dans une graine sèche mise dans la glycérine épaisse) et, après un séjour dans l'eau ou dans la potasse (fig. 61), elle réapparaît très nettement. Cette assise, vue de face, montre des cellules à parois radiales à ponctuations nombreuses (fig. 62).

Tf. P. et *Ep. i. P.* totalement écrasés (fig. 59 : coupe transversale d'une graine sèche traitée par l'acide lactique, et fig. 60). Ce n'est qu'un séjour prolongé dans la potasse qui puisse agir sur les membranes de manière à dilater ces tissus suffisamment pour faire apparaître leur structure primitive (fig. 61). Vus de face, le *Tf. P.* et l'*Ep. i. P.* se montrent sous forme de cellules rectangulaires à parois minces, laissant de nombreux

méats entre elles, le long des côtés aussi bien qu'aux angles (fig. 63 : *Tf. P.*).

Secondine : Ep. e. S. et *Tf. S.* écrasés depuis longtemps, non reconstituables.

Ep. i. S. à cellules tabulaires à parois internes et latérales épaissies en U (fig. 59, 61 et 64). Cette dernière figure représente l'*Ep. i. S.* vu de face.

Aucune cellule du spermoderme d'une graine sèche ne présente de contenu appréciable. Le chlorure de zinc iodé les colore toutes en brun.

Albumen volumineux et aleurique comme chez le *Ranunculus arvensis.*

NOTE CRITIQUE.

Le spermoderme de *Thalictrum* a été étudié par M. Godfrin (1). Sa description et sa figure 11 de la planche III diffèrent en somme très peu de ma description et de ma figure 59 de la planche V. Ces différences sont sans doute dues à ce que nous n'avons pas opéré sur la même espèce. Mais il est intéressant de constater que la figure 11 du travail de M. Godfrin offre la plus grande ressemblance avec la figure 58 du présent mémoire, laquelle représente une coupe dans un ovule fécondé, presque arrivé à sa taille définitive, mais encore loin d'être mûr. Ceci et d'autres remarques encore me laissent à penser que, dans la plupart des cas, cet auteur s'est adressé, pour effectuer ses recherches, à des graines dont la maturité n'était pas encore accomplie.

Quant au péricarpe, son étude anatomique a été négligée jusqu'à présent. Il n'est pas hors de propos de signaler cependant que M. Lecoyer (2) attache assez d'importance à l'aspect extérieur de l'akène des *Thalictrum* au point de vue de la détermination des espèces. Or l'aspect extérieur résulte très souvent de la structure interne, surtout chez les fruits de *Thalictrum.*

(1) J. Godfrin, *op. cit.*, p. 67, pl. III, fig. 11.

(2) J.-B. Lecoyer, *Monographie du genre Thalictrum.* (Bulletin de la Soc. royale de botan. de Belgique, 1885, t. XXIV, p. 78.)

CHAPITRE III.

CLEMATIS VITALBA L.

Carpelle uniovulé par avortement; ovule anatrope unitégumenté ; graine albuminée.

§ 1. — LE PÉRICARPE.

Le développement du péricarpe dans le *Clematis* est plus simple encore que dans le *Thalictrum*. Aussi ne considérons-nous que deux des stades de ce développement : celui du carpelle dans le bouton floral qui est, certes, le plus intéressant; puis celui du carpelle dans la fleur au moment de son anthèse. Le troisième, celui du carpelle à la fin de sa croissance, n'offre aucun intérêt.

Stade 1. — *Carpelle dans le bouton floral.*

La gynécée du *Clematis* est dialycarpellé, à carpelles nombreux. Rappelons, d'après Payer (1), comment ceux-ci se développent :

« Chacun de ces carpelles a d'abord l'aspect d'une petite feuille dont les bords sont rapprochés et qui serait placée sur un petit tubercule. » (Fig. 65 : carpelle très jeune, en coupe optique, longtemps avant sa complète fermeture ; l'un des bords est indiqué par un trait continu, l'autre par un trait discontinu ; préparation provenant d'un bouton de moins de 1 millimètre.)

« Mais bientôt ce petit tubercule devient creux à l'intérieur et forme la loge ovarienne, tandis que toute la partie supérieure formée par cette sorte de feuille, dont les bords sont repliés, constitue le style et s'allonge démesurément. Il résulte de là que, à l'extérieur, la fente qui indique le rapprochement des deux

(1) Payer, *Traité d'organogénie de la fleur*, p. 253.

bords carpellaires ne descend que jusqu'au niveau de l'ovaire. » Si l'on pratique une coupe longitudinale passant par la suture dorsale suivant un plan antéro-postérieur, « on voit naître d'abord, immédiatement au-dessus de cette fente, un ovule puis quatre autres ovules disposés par paires sur chacun des bords rentrant du carpelle qui sont gonflés en placentas (1) » (fig. 66 : carpelle d'un bouton de 3 millimètres vu extérieurement, montrant comment les bords se recouvrent dans la majeure partie de l'étendue du prolongement styliforme et l'orifice ouvert ou acropyle au sommet de l'ovaire; par transparence, on voit l'ovule principal et les ovules rudimentaires; fig. 71 : ensemble de la coupe longitudinale dans un carpelle de fleur récemment flétrie). Ajoutons que la fente, qui indique le rapprochement des deux bords carpellaires, persiste tout le long de ce que Payer appelle le style.

En suivant le développement du carpelle, on peut s'assurer, il importe de le remarquer, que la fente carpellaire ne descend jamais jusqu'au bas du carpelle, chose que nous avons déjà signalée dans les deux types précédents; en dessous du niveau auquel cette fente s'arrête, s'élève, du côté de la face ventrale, un placenta sur lequel prend naissance l'ovule principal. Les ovules rudimentaires naissent, comme il vient d'être dit, sur les bords mêmes de la fente, au-dessus de l'ovule principal. Cette fente, au sommet de l'ovaire, reste ouverte et se présente comme un orifice triangulaire ou acropyle qui ne se ferme que longtemps après la fécondation (fig. 66 : jeune carpelle d'un bouton de 5 millimètres vu extérieurement).

Telle est l'histoire du premier développement du carpelle en relation avec celui de l'ovule.

Voyons maintenant ce qui a rapport à l'histogenèse.

Le carpelle jeune se compose de cinq assises de cellules toutes semblables, sauf l'*Ep. i*, dont les cellules sont déjà un peu allongées longitudinalement (fig 67 : coupe longitudinale de l'ovaire lors de la fermeture des carpelles).

(1) Payer, *ibid.*

Plus tard, lorsque le bouton floral a 3 millimètres environ de diamètre, une assise est venue s'ajouter aux cinq autres ; elle se forme aux dépens de l'assise du milieu et semble correspondre au *Tf. m.* du *Ranunculus arvensis*. A ce moment, le prolongement styliforme de l'ovaire porte seul des poils. Mais par la suite, on peut voir l'ovaire lui-même se recouvrir de poils qui sont particulièrement nombreux le long de la suture dorsale, un peu moins à la suture ventrale (fig. 68 : coupe longitudinale d'un carpelle provenant d'un bouton de 7 millimètres).

Stade 2. — *Carpelle dans la fleur épanouie.*

L'ovaire présente sur les côtés six assises de cellules :

1° L'*Ep. e.*, dont les cellules sont un peu plus grandes que celles des autres assises et possèdent des parois externes épaisses recouvertes d'une cuticule ; les parois internes sont munies d'épaississements collenchymateux. On y trouve des poils.

2° Le *Tf. e.*, qui a deux assises de cellules parenchymateuses.

3° Le *Tf. m.*, qui présente une assise de cellules semblables aux précédentes.

4° Le *Tf. i.*, composé d'une assise de cellules un peu plus petites.

5° L'*Ep. i.*, à cellules étroites, allongées longitudinalement, à parois épaisses (fig. 69 : coupe transversale dans un carpelle d'une fleur épanouie ; fig. 70 : ensemble de la même). La différenciation libéro-ligneuse s'est produite, un peu avant ce stade, dans les faisceaux du carpelle. Ceux-ci sont au nombre de deux ; il ne s'en forme pas d'autres ; l'un suit la suture dorsale et s'étend jusque près de l'extrémité du prolongement styliforme ; l'autre parcourt la suture ventrale, pénètre tout entier dans le funicule, se prolonge dans le raphé et finalement s'épanouit à la chalaze de l'ovule principal (fig. 71 : coupe longitudinale d'ensemble d'un carpelle de fleur à la fin de l'anthèse). Les ovules rudimentaires ne reçoivent pas de faisceau.

Quant à la structure de ces faisceaux, elle est représentée par la fig. 69. On y remarque que le *Tf. e.* est entièrement collenchymateux contre le faisceau.

Le péricarpe se développe ensuite sans presque rien changer à la nature et au nombre de ses éléments. Il arrive ainsi à sa taille définitive et mûrit assez lentement.

Stade 4. — *Structure du péricarpe à la maturité.*

Dans une graine mûre, le péricarpe présente :

a) Un *Ep. e.*, dont les cellules isodiamétriques ont des parois externes épaisses recouvertes d'une cuticule d'épaisseur moyenne; les autres parois cellulaires sont minces (fig. 72 : coupe transversale dans le péricarpe d'un akène dix jours avant sa maturité; fig. 74 : *Ep. e.* du péricarpe mûr vu de face).

b) Un *Tf.* à cellules presque toutes semblables et isodiamétriques; quelques méats.

c) Un *Ep. i.*, qui a une assise de cellules fibreuses étroites, d'une longueur moyenne de 350 μ, à parois épaisses et ponctuées. Ces fibres, disposées longitudinalement, sont parfois écartées les unes des autres par suite de l'accroissement général du péricarpe (fig. 72 : coupe transversale d'un péricarpe peu avant sa maturité; fig 73 : coupe longitudinale du même; fig. 75 : *Ep. i.* vu de face).

Les deux faisceaux ne se sont guère développés; ils se réduisent à quelques trachées et au liber. Pas de productions secondaires.

Structure du prolongement styliforme. — Le prolongement styliforme possède à peu pres la même structure dans toute sa longueur :

Épiderme composé de cellules à peu près isodiamétriques et fortement bombées vers l'extérieur, à parois externes épaissies et recouvertes d'une cuticule fortement striée ; poils assez nombreux, surtout sur les bords accolés.

La cavité stylaire est toujours bien apparente.

Un faisceau occupe à peu près le centre de l'organe; il se compose de quelques trachées, de liber, de fibres primitives à parois minces et d'une gaine interrompue de sclérenchyme. Ce

faisceau parcourt le style depuis la base jusqu'au sommet. Il n'est que le prolongement du faisceau qui longe la suture dorsale du carpelle.

§ 2. — LE SPERMODERME.

L'ovule du *Clematis vitalba* est anatrope et pendant; le raphé est tourné vers la suture dorsale comme dans le *Thalictrum;* mais il ne possède qu'un tégument et il est accompagné de quatre ovules rudimentaires (fig. 71).

Stade 1. — *Ovule dans le bouton floral.*

Nous avons vu où l'ovule prend naissance; il se présente d'abord sous forme d'un petit mamelon hémisphérique dont l'allongement est, dans le principe, dirigé horizontalement vers la suture dorsale.

Mais avant de toucher celle-ci, le sommet de l'ovule s'infléchit vers le bas, puis revient vers la suture ventrale et finalement se dresse verticalement, le micropyle en haut dirigé vers l'orifice triangulaire dont il a été question plus haut.

Pendant que s'opère cette révolution, l'ovule se complète : son unique tégument se forme par un recloisonnement cellulaire qui débute dans les cellules épidermiques (fig. 76; coupe longitudinale dans l'ovaire d'un bouton de 3 millimètres; rud. = ovules rudimentaires). A ce moment se sont produits, au sein du nucelle, les cloisonnements et les spécialisations qui président à la formation du sac embryonnaire (1). L'épiderme du nucelle se montre constitué d'une assise de cellules aussi bien à son sommet que partout ailleurs; il conserve définitivement ce caractère.

Le tégument s'accroît assez rapidement et présente tout au début trois assises de cellules (fig. 77, coupe longitudinale dans

(1) Pour plus de détails sur la formation du sac embryonnaire, voir L. Guignard, *Recherches sur le sac embryonnaire,* p. 33, pl. XI, et J. Vesque, *Nouvelles recherches sur le sac embryonnaire.* (Ann. Sc. nat., 6e sér., t. VIII, p. 327.)

un ovule provenant d'un bouton de 4 millimètres). Ce nombre est porté bientôt à cinq ou six.

Une cellule-mère du sac embryonnaire s'individualise aussi dans chacun des ovules rudimentaires; mais elle y est contiguë à l'épiderme, ce qui n'est pas le cas dans l'ovule principal jeune. Les quatres ovules rudimentaires restent à l'état de mamelons sans se recouvrir d'aucune enveloppe (fig. 78).

Stade 2. — *Ovule dans la fleur épanouie.*

L'ovule est devenu entièrement anatrope; il n'est revêtu que d'un seul tégument qui possède cinq ou six assises de cellules dont l'externe forme l'*Ep. e. T.;* les trois ou quatre moyennes constituent le *Tf. T.;* l'interne est l'*Ep. i. T.* Toutes les cellules sont semblables.

L'assise externe du nucelle consiste en un *Ep. N.* qui est simple dans toute son étendue. Au sommet, cet épiderme est, à ce stade, en contact avec le sac embryonnaire, par suite de la résorption, en cet endroit, des éléments que Guignard et Vesque ont appelés cellules de la calotte (fig. 79 : coupe longitudinale d'un ovule pris dans un bouton sur le point de s'épanouir; fig. 80 id. en coupe transversale; fig. 70 : ensemble de la coupe transversale).

Le contact s'élargit peu à peu, parce que la résorption gagne aussi les cellules « en éventail » (1) qui entourent le sac embryonnaire.

Cette disposition se maintient pendant assez longtemps; nous la retrouvons au début du stade suivant.

Stade 3. — *Ovule à la fin de sa croissance.*

Après la fécondation, les cellules du tégument s'accroissent dans le sens tangentiel et la différenciation libéro-ligneuse se manifeste dans le faisceau du raphé (fig. 81 : coupe transversale dans l'ovule d'un ovaire fécondé de 1 millimètre, ensemble; fig. 82 : même coupe, région latérale).

(1) L. Guignard, *loc. cit.*

Par la suite, l'*Ep. e. T.* et le *Tf. T.* ne changent guère d'aspect; mais l'*Ep. i. T.* épaissit la paroi interne de ses cellules.

Quant au nucelle, les cellules de l'*Ep. N.* s'allongent d'abord radialement; cette assise résiste encore longtemps à l'envahissement de l'albumen; il n'en est pas de même du *Tf. T.*, qui disparaît de plus en plus par résorption et qui ne forme plus guère qu'une lame épaisse séparant l'albumen naissant du restant du nucelle (fig. : 83 coupe transversale dans un ovule d'un ovaire de 2 millimètres, portion latérale).

Stade 4. — *Structure du spermoderme à la maturité.*

Tégument : a) *Ep. e. T.* à cellules allongées dans le sens longitudinal, à parois minces, non ponctuées, fortement aplaties (fig. 84 : coupe longitudinale dans le spermoderme d'une graine à peu près mûre; fig. 85 : coupe transversale dans le péricarpe et le spermoderme d'une graine mûre traitée par l'eau de javelle et la potasse; fig. 86 : coupe transversale dans le spermoderme d'une graine bien mûre, traitée par la potasse; fig. 90 : *Ep. e. T.* vu de face), sauf du côté du raphé et au bord opposé (fig. 87 : coupe transversale dans le spermoderme d'une graine mûre mais non desséchée encore).

b) *Tf. T.* à trois ou quatre assises de cellules à parois minces allongées suivant l'axe de la graine parfois de plus de $0^{mm},2$ (fig. 84 déjà citée; fig. 91; *Tf. T.* vu de face). Ce *Tf. T.* est fortement écrasé (fig. 88 : coupe transversale faite à sec dans une graine mûre et déposée dans la glycérine anhydre; fig. 89 : coupe semblable mise dans l'eau).

Le raphé est parcouru par un faisceau composé de quelques trachées, du liber et de quelques fibres libériennes (fig. 87).

c) *Ep. i. T.* à caractères pareils à ceux de l'*Ep. i. T.* du *Ranunculus arvensis :* cellules à section rectangulaire; parois internes épaisses; cloisons latérales recouvertes d'épaississements frangés sclérifiés (fig. 84, 85, 86, et 87). Sur une coupe faite à sec et observée dans la glycérine anhydre ou même dans l'eau, on ne voit pas les cavités cellulaires ni les cloisons radiales de cette assise (fig. 88 et 89). Mais la potasse ou l'eau de javelle

rendent visibles tous les détails de la coupe (fig. 85 et 86). De face, l'*Ep. i. T.* montre des cellules polygonales ou allongées transversalement dont la paroi du fond (interne), brune et striée, est assez opaque. Les cavités cellulaires ne peuvent se voir (fig. 92).

Nucelle : complètement écrasé, formant une lame cornée cellulosique entre l'albumen et l'*Ep. i. T.*, colorable en bleu par le chlorure de zinc iodé (fig. 85, 86 et 89). Dans le voisinage du raphé, l'*Ep. N.* persiste cependant; il s'y trouve sous forme de cellules prismatiques allongées longitudinalement avec des épaississements fibrillaires sur les parois radiales (fig. 84 et 87).

Albumen. — L'albumen, dans le *Clematis Vitalba*, est semblable à celui du *Ranunculus*.

NOTE CRITIQUE.

Quelques divergences d'opinion se sont produites au sujet de l'organisation de l'ovule et de la graine de *Clematis*.

Tous les botanistes sont d'accord pour reconnaître l'existence d'ovules rudimentaires au nombre de deux (1), trois (2) ou quatre (3). Mais, chose bizarre, il n'en est pas de même pour ce qui concerne le nombre des téguments : alors que Vesque et Guignard et, après eux, Engler et Prantl (4) n'ont reconnu l'existence que d'un seul tégument dans l'ovule du *Clematis*, il est étonnant de voir M. Van Tieghem affirmer que cet ovule est pourvu de deux téguments (5). Peut-être s'est-il laissé influencer dans cette idée par l'organogéniste Payer, quand celui-ci dit : « L'ovule (du *Clematis*) se revêt de ses enveloppes », ce qui fait croire que cet auteur aurait vu aussi une primine et une secondine.

(1) L. Guignard, *loc. cit.*
(2) Vesque, *loc. cit.*
(3) Payer, *loc. cit.*
(4) Engler et Prantl, *Die natürlichen Pflanzenfamilien*, 1888, pp. 52 et 61.
(5) Ph. Van Tieghem, *Traité de Botanique*, 2e édit., 1891.

Quant à M. Godfrin (1), sa description du spermoderme de *Clematis Viorna* est exacte; mais la figure qu'il en donne ne l'est pas; en effet, puisque toutes les figures accompagnant son mémoire ne représentent pas autre chose que des spermodermes, celle en cause ici semble représenter un spermoderme dont l'assise externe serait composée de cellules épidermiques à parois très épaissies, ce qui est une erreur. L'auteur paraît s'en être rendu compte dans sa description, mais encore ne le dit-il pas bien clairement.

(1) Godfrin, *op. cit.*, p. 66.

CHAPITRE IV.

HELLEBORUS FŒTIDUS L.

Carpelle multiovulé; ovule anatrope unitégumenté; graine albuminée.

§ 1. — LE PÉRICARPE.

Stade 1. — *Carpelle dans le bouton floral.*

Dans les péricarpes des Renonculacées à fruits polyspermes, le nombre d'assises cellulaires est assez grand déjà dès le début de la fermeture des feuilles carpellaires, c'est-à-dire longtemps avant l'apparition des mamelons ovulaires. Il en est ainsi dans l'Hellébore.

Une coupe transversale dans un carpelle extrait d'un bouton floral de 8 millimètres (fig. 93 et 94) présente la structure suivante :

Un *Ep. e.* à cellules déjà assez grandes, à parois externes un peu épaissies; de courts poils en forme de massue viennent prendre naissance aux dépens de cellules épidermiques restées plus étroites.

Le *Tf.* comprend en moyenne sept assises de cellules à parois minces, formant un parenchyme méatique. Il est très homogène et nous nous abstiendrons pour cela de le subdiviser, bien qu'il soit très probable que, au point de vue de l'histogenèse, on puisse également distinguer un *Tf. e.*, un *Tf. m.* et un *Tf. i.*

L'*Ep. i.* est constitué par une rangée de cellules à parois minces, plus petites que toutes les autres.

Stade 2. — *Carpelle dans la fleur épanouie.*

La structure ne diffère pas sensiblement de celle qui vient d'être exposée.

Stade 3. — *Carpelle à la fin de sa croissance.*

Les parois des cellules de l'*Ep. e.* s'épaississent beaucoup, surtout vers l'extérieur; on remarque de nombreuses ponctuations sur les cloisons latérales et les cloisons internes; en même temps ces cellules acquièrent un volume considérable (fig. 95 : coupe transversale d'un carpelle de 22 millimètres; fig. 96 : cellule épidermique d'un carpelle peu avant la maturité, en coupe transversale). Quant aux poils, leur extrémité libre se renfle de plus en plus en forme de tête pendant que la partie étroite épaissit sa paroi. Finalement, ces poils, dont la base incluse dans l'épiderme est restée étroite, sont soulevés par la croissance des cellules voisines auxquelles cette base adhère fortement, et il se forme entre eux et les cellules sous-jacentes du *Tf.* une lacune assez grande (fig. 95). Il n'existe pas de stomates à l'*Ep. e.*

Le *Tf.* présente actuellement dix ou onze assises. Les sept assises extérieures constituent un parenchyme lacuneux dont les cellules épaississent leurs parois. Les assises profondes, au contraire, à parois minces, s'affaissent de plus en plus.

Les parois des cellules de l'*Ep. i.* deviennent très épaisses (fig. 97 : coupe transversale d'une portion d'*Ep. i.*). Les latérales envoient vers l'intérieur de la cavité cellulaire des prolongements cellulosiques semblables à peu près à ceux qui se produisent dans les cellules du parenchyme foliaire des *Pinus*. Les cellules de l'*Ep. i.*, tabulaires et presque toutes de même taille, offrent des contours sinueux.

Les stomates sont localisés à l'*Ep. i.*; ils sont arrondis et sans cellules annexes (fig. 98 : *Ep. i.* vu de face).

Stade 4. — *Structure du péricarpe à la maturité.*

Le péricarpe mûr est un organe de consistance parcheminée. Il est devenu tel par suite de la disparition ou la dessiccation du contenu protoplasmique des cellules et de la subérification de leurs parois, d'où résulte l'affaissement ou l'écrasement de la plupart des cellules malgré la présence de parois épaisses.

Toutefois, les énormes cellules de l'*Ep. e.* restent assez visibles,

chose concevable étant donnée la grande épaisseur de leurs parois. Les ponctuations qui les garnissent sont assez larges et celles des parois latérales sont allongées perpendiculairement à la surface (fig. 96). Ces cellules épidermiques renferment encore un peu de protoplasme desséché.

Le *Tf.* est complètement écrasé.

Quant à l'*Ep. i.*, il est à peu près intact (fig. 97).

Parcours des faisceaux dans le péricarpe. — Entre l'insertion des dernières étamines et celle des carpelles, il existe une courte région où l'axe floral est nu. A cet endroit, il existe neuf faisceaux normalement orientés et disposés en cercle : ils constituent trois systèmes LML, dans chacun desquels le médian M est plus étroit que les latéraux L (fig. 99).

Bientôt les trois M s'incurvent brusquement en dehors, tandis que les L d'un même système, en poursuivant leur trajet, se tournent et se présentent l'un à l'autre leur bois (fig. 100). Chacun des trois carpelles reçoit un système LML; M y suit la suture dorsale, tandis que les L se prolongent à droite et à gauche de la suture ventrale où leur orientation est telle que leur bois est tourné vers le centre du carpelle (fig. 101 et 102).

D'abord cohérents par la suture ventrale, les trois carpelles s'affranchissent au cinquième de leur longueur totale, tout en conservant à peu près la même structure (fig. 94). Les faisceaux L se relient au faisceau M par des anastomoses horizontales au nombre de dix-huit environ de chaque côté de la suture ventrale. Au sommet, le faisceau M se trifurque et, comme les L continuent, le style possède cinq faisceaux (fig. 103).

§ 2. — LE SPERMODERME.

Les ovules de l'*Helleborus fœtidus* L. sont anatropes et disposés dos à dos en deux séries le long de la suture ventrale du carpelle. Leur raphé est horizontal. Ils possèdent un tégument.

Stade 1. — *Ovule dans le bouton floral.*

Dans son étude sur les Conifères (1), Strasburger nous apprend que lors de la formation du tégument de l'ovule du *Delphinium elatum*, on voit apparaître successivement, à la base du mamelon ovulaire, l'ébauche de deux téguments, lesquels ne se développent guère chacun pour son propre compte, mais sont bientôt soudés en une base commune qui s'accroît pour constituer le tégument unique qui, sur la coupe longitudinale, présente un repli à son sommet.

Il doit en être ainsi également dans l'ovule de l'*Helleborus fœtidus* L. Car, dans un bouton de fleur de 8 millimètres (fig. 104 : coupe longitudinale de l'ovule), le tégument épais de sept ou huit assises cellulaires montre au sommet deux lobes qui forment un repli assez profond et bien distinct. Quatre ou cinq de ces assises pourraient être attribuées à la partie externe du tégument et trois à l'interne.

Au nucelle, l'*Ep. N.* présente, au sommet, plusieurs assises, comme c'est le cas dans le *Ranunculus*. Le *Tf. N.* est assez épais et comprend un sac embryonnaire relativement étroit, qui touche à l'*Ep. N.* du sommet (fig. 105 : dessin d'ensemble).

Stade 2. — *Ovule dans la fleur épanouie.*

Il existe, à ce stade, neuf ou dix assises de cellules dans le tégument. On voit toujours au sommet le repli dont il a été question au stade précédent.

Les cellules du *Tf. T.* se sont allongées parallèlement au grand axe de l'ovule.

Bien que le sac embryonnaire se soit assez agrandi, le nucelle, outre son *Ep. N.*, se compose de trois ou quatre assises de *Tf. N.*

Enfin, dans le raphé, le faisceau commence à se différencier en bois et en liber.

La taille actuelle de l'ovule est, très approximativement, de $1^{mm},08$ (coupe longitudinale de l'ovule, fig. 106 : ensemble;

(1) Ed. Strasburger, *Die Coniferen*. Jena, 1872, p. 415.

fig. 107 : partie moyenne du tégument, fig. 108 : sommet du tégument du même ovule).

Stade 3. — *Ovule à la fin de sa croissance.*

L'ovule reste assez longtemps ainsi avant qu'il se produise de différenciation en une quelconque de ses parties, à part évidemment celles qui se passent dans le sac embryonnaire.

Ce n'est que quand le carpelle a atteint 12 millimètres de longueur que, dans l'*Ep. e. T.*, la paroi externe des cellules s'épaissit, sauf au centre de sa surface où elle reste mince et commence à se prolonger sous forme d'excroissance piliforme (fig. 109 : coupe longitudinale de l'ovule et fig. 110 : ensemble).

Un peu plus tard, les éléments du *Tf. T.* s'arrondissent en formant entre eux des méats. Ces cellules grandissent assez bien, tandis que celles de l'*Ep. i. T.* restent petites (fig. 111 : coupe longitudinale ; fig. 113 : coupe transversale de l'ovule d'un ovaire de 16 millimètres).

Le sac embryonnaire, devenu cylindrique, occupe bientôt toute la longueur du nucelle (fig. 112 : coupe longitudinale du même ovule, ensemble) ; quant à la région du raphé, elle proémine fortement (fig. 114 : ensemble de la coupe transversale).

Tous ces caractères s'accentuent encore. Mais les assises profondes du *Tf. T.* s'aplatissent, la paroi interne de l'*Ép. i. T.* s'épaissit et le *Tf. N.* se résorbe d'une façon sensible à l'époque où l'albumen se constitue en tissu (fig. 115 : coupe transversale dans un ovule d'un carpelle de 25 millimètres ; fig. 116 : ensemble ; fig. 117 : coupe transversale dans un ovule peu avant la maturité ; fig. 118 : ensemble).

Stade 4. — *Structure du spermoderme à la maturité.*

Si l'on s'adresse à une graine tout récemment mûre, noire et contenue dans un follicule déjà parcheminé, une coupe transversale faite en son milieu montre (fig. 119) :

A. Un *spermoderme* constitué par le tégument et ce qui reste du nucelle ;

B. Un *albumen* volumineux, semblable à celui des graines précédemment étudiées.

Le *tégument* comprend huit ou neuf assises de cellules facilement reconnaissables sans aucun apprêt, parce que leur aplatissement n'est pas plus considérable qu'au stade précédent. Ce sont :

1° L'*Ep. e. T.*, formé de cellules à peu près cubiques dont la paroi externe presque incolore est fortement épaissie, l'épaississement envahissant la moitié environ des cloisons radiales dont le reste demeure mince, ainsi que les cloisons internes. Les excroissances piliformes et creuses ont des parois cutinisées. Primitivement en communication avec la cavité de la cellule, elles en sont complètement séparées actuellement par suite de l'oblitération graduelle et complète du canalicule, dont il ne reste plus de trace (fig. 119 déjà citée et fig. 120 : *Ep. e. T.*, vu de face);

2° Le *Tf. T.*, qui comprend six ou sept assises; sur la coupe en question (fig. 119), elles n'ont guère subi d'aplatissement, bien que les cellules aient des parois minces;

3° L'*Ep. i. T.*, formé par une assise de cellules plates, non écrasées, à paroi interne épaisse, dont les franges sont à peine marquées, offrant, vues de face par l'intérieur, une légère striation (fig. 121) et contenant une matière solide, friable et fortement colorée en brun foncé. Le suc que contiennent ces cellules présente la même coloration.

Il est à remarquer que, dans cet état, tous les tissus de la graine ont les parois incolores. Mais pendant que la dessiccation s'opère, les cellules meurent et le suc des cellules de l'*Ep. i. T.* se répand sur presque toutes ces parois qui, par le fait, deviennent noirâtres.

Les couches de *Tf. T.*, si écrasées dans la graine à l'état sec (fig. 124 : coupe transversale d'une graine sèche mise dans la glycérine), se reconstituent assez aisément sous l'action de la potasse (fig. 122 : coupe transversale d'une graine sèche ayant séjourné dans la potasse pendant dix jours). Mais l'eau ne suffit pas (fig. 123 : coupe transversale d'une graine sèche mise dans l'eau).

Du *nucelle*, il reste encore deux ou trois assises de cellules, excepté du côté du raphé où elles sont plus nombreuses encore.

La plus externe est l'*Ep. N.;* elle est formée de cellules prismatiques allongées longitudinalement.

La partie nucellaire du spermoderme de graine mûre se comporte, vis-à-vis des réactifs, de la même manière que le *Tf. T.* Elle se sépare facilement de la partie tégumentaire du spermoderme. Après la dessiccation de la graine, toutes les parois cellulaires du spermoderme sont subérisées, excepté celles qui étaient auparavant cutinisées (portion de la paroi externe de l'*Ep. e. T.*).

NOTE CRITIQUE.

En 1846, Barnéoud (1) affirma que l'ovule de l'*Helleborus* possédait deux téguments. Il prétendit même que ce caractère était fondamental chez toutes les Renonculacées; s'il en est qui semblent n'en avoir qu'un seul, c'était, dit-il, par suite d'avortement ou de concrescence; mais dans le tout premier âge de l'ovule, on aurait pu, d'après cet auteur, retrouver des vestiges de l'existence des deux téguments. C'était généraliser trop; car si cette thèse est admissible pour l'*Helleborus*, elle est absolument fausse en ce qui concerne le *Ranunculus* et le *Clematis*. D'ailleurs, Barnéoud entre dans des considérations qui se ressentent de l'époque où ses recherches furent faites.

Tulasne (2), en 1855, étudia plus spécialement le sac embryonnaire. Il reconnut que celui de l'*Helleborus* est très grand; mais bien qu'il lui attribuât une forme ellipsoïde, la technique de l'époque était trop défectueuse, semble-t-il, pour qu'il pût en juger exactement, attendu qu'elle consistait à extraire le sac embryonnaire de l'ovule, chose assez difficile.

(1) Barnéoud, *Développement de l'ovule, de l'embryon, etc., dans les Renonculacées et les Violariées.* (Ann. des Sc. nat., 3e sér., t. VI, 1846.)

(2) Tulasne, *Nouvelles études d'embryologie végétale.* (Comptes rendus, t. XLI, p. 790.)

Mais, depuis, d'autres travaux ont vu le jour qui ont donné de l'ovule de l'*Helleborus* une description plus exacte; citons entre autres : Warming (1), Hegelmaier (2), Vesque (3), Guignard (4) et Engler et Prantl (5).

Quant au tégument de la graine mûre, il n'y a guère que Godfrin (6) qui s'en soit occupé; mes recherches confirment les siennes, sauf en ce qui concerne :

1° Le contenu brun noir qui existerait dans les cellules de l'*Ep. e.*, dont la paroi très épaisse serait noire;

2° Le *Tf.* dont les cellules seraient semblables à celles de l'*Ép. i.* et auraient des parois épaisses.

Il est vrai que cet auteur s'est adressé aux graines d'*Helleborus orientalis* Lamk., que je n'ai pas eu l'occasion d'examiner; le seul contenu que j'aie trouvé dans les cellules de l'*Ep. e. T.* est un peu de protoplasme desséché et jauni. Quant aux autres particularités, je me suis assez expliqué plus haut.

Van Tieghem (7) a étudié le parcours des faisceaux dans le péricarpe. Nos descriptions concordent absolument.

(1) Warming E., *De l'ovule.* (Ann. des Sc. nat., 6e sér., t. V, 1878.)

(2) Hegelmaier, *loc. cit.*, p. 51.

(3) Vesque, *loc. cit.*, p. 330.

(4) Guignard, *loc. cit.*, p. 34.

(5) Engler et Prantl, *loc. cit.*, p. 52.

(6) J. Godfrin, *loc. cit.*, p. 75.

(7) Ph. Van Tieghem, *Recherches sur la structure du pistil.* Paris, 1871, p. 52, pl. I, fig. 39 à 46.

CHAPITRE V.

DELPHINIUM AJACIS L.

Carpelle multiovulé; ovule anatrope bitégumenté; graine albuminée.

§ 1. — LE PÉRICARPE.

Stade 1. — *Carpelle dans le bouton floral.*

Dans un bouton de 7 millimètres, l'ovaire est glabre encore; une coupe transversale faite en son milieu montre sept assises de cellules y compris l'*Ep. e.* En général, les cellules de cet épiderme sont isodiamétriques; mais on en voit beaucoup qui se recloisonnent radialement; une partie des cellules étroites ainsi formées vont reprendre les caractères des cellules épidermiques; les autres se transforment en poils (fig. 125). Ceux-ci atteignent bientôt 300 μ de longueur et sont alors bicellulaires, la cellule de base étant quatre fois plus courte que l'autre (fig. 126 : *Ep. e.* d'un carpelle de bouton de 9 millimètres en coupe transversale).

Au *Tf.*, il y a cinq assises de cellules laissant entre elles des méats. Les deux externes constituent le *Tf. e.*; la médiane présente les caractères d'un *Tf. m.*; en effet, de distance en distance, certaines cellules se recloisonnent assez activement de manière à former de petits massifs de procambium qui se développent de plus en plus. Les deux assises internes représentent le *Tf. i.*

Enfin l'*Ep. i.* est l'assise qui tapisse intérieurement la cavité de l'ovaire.

Stade 2. — *Carpelle dans la fleur épanouie.*

Le nombre des assises cellulaires est porté à dix environ (fig. 127 : coupe transversale d'un carpelle pris dans un bouton

sur le point de s'épanouir). Cette dernière figure comprend un des poils unicellulaires renflés à leur base que nous nommerons poils ventrus. Ces poils, très nombreux peu avant l'épanouissement, le sont beaucoup moins pendant l'anthèse. Ils sont longs de 462 μ environ, dont les cinq sixièmes reviennent à la partie effilée, obtuse au bout. Ils sont d'ailleurs répandus sur tout le corps de la plante (1) et semblent provenir des poils bicellulaires préexistants dont la cellule terminale serait tombée, ce qui permettrait à la cloison transversale de se développer en un long prolongement, tandis que la partie inférieure se renflerait.

Il en est peut-être de même des poils d'une autre sorte qui existent encore à l'*Ep. e.* Ils sont unicellulaires aussi, mais non renflés et moins longs (257 μ), et tandis que les poils ventrus dressent parfaitement leur partie effilée, ceux-ci sont toujours pliés ou tout au moins fortement recourbés. Primitivement peu nombreux, ils le sont davantage lors de l'anthèse. (Cf. les figures d'ensemble 128 et 129.)

Quant aux cellules épidermiques ordinaires, elles commencent à épaissir leurs parois tangentielles.

A l'*Ep. i.*, il en est ainsi également, mais certaines cellules produisent chacune une petite excroissance piliforme vers l'intérieur de la cavité ovarienne, bien visible surtout un peu avant l'épanouissement (fig. 127).

Il est à remarquer que la chlorophylle prend naissance avant l'épanouissement des fleurs; cela résulte sans doute de ce que les enveloppes florales sont suffisamment transparentes à une partie, au moins, des rayons actifs.

Stade 3. — *Carpelle à la fin de sa croissance.*

La taille définitive d'un carpelle est de 25 millimètres à peu près. Il renferme alors des graines blanches qui ne tarderont pas à noircir. Une coupe transversale présente (fig. 130):

a) Un *Ep. e.* dont les cellules ont une paroi externe très épaisse, revêtue d'une cuticule lisse bien visible; les parois

(1) C. Lenfant, *loc. cit.*

internes et latérales sont moins épaisses; ces dernières sont, en outre, ponctuées (fig. 131 : *Ep. e.* vu de face). Poils de deux sortes : les uns, très recourbés, à parois très épaisses, recouvertes de petits tubercules (fig. 133); les autres, dressés, ventrus, à parois plus minces et lisses, renfermant une substance jaune rougissant par la potasse (fig. 134). L'insertion des poils est polygonale dans les deux cas (fig. 131); mais elle est plus large dans le premier que dans le second.

Les stomates, formés peu après la fécondation, sont dépourvus de cellules annexes (fig. 131). Ils sont superficiels et présentent deux replis saillants de la cuticule (fig. 132 : coupe transversale d'un carpelle de 15 millimètres).

b) Un *Tf.* dans lequel la division en *Tf. e.*, *Tf. m.* et *Tf. i.* n'est plus reconnaissable, mais où il y a lieu de distinguer, à un autre point de vue, deux régions :

1° Un hypoderme; c'est l'assise la plus externe dont les cellules, dépourvues de chlorophylle, ont les parois épaissies, tout au moins les parois externes et latérales;

2° Le *Tf.* parenchymateux à cellules isodiamétriques à parois minces, laissant entre elles des méats plus ou moins grands et renfermant de la chlorophylle; il comprend de cinq à sept assises cellulaires.

c) Un *Ep. i.* dont les cellules ont les parois superficielles fortement épaissies, de même que la majeure partie et parfois la totalité des parois latérales. Celles-ci portent de nombreuses ponctuations en canalicules. L'épaisseur de la paroi superficielle se divise en deux couches : l'une, plus mince, périphérique, est cellulosique; l'autre, plus épaisse vers l'intérieur de la cellule, est sclérifiée; c'est, avec la cuticule de l'*Ep. e.*, la seule partie du péricarpe qui se colore en jaune par le chlorure de zinc iodé, abstraction faite de la partie ligneuse des faisceaux, ainsi que du massif de sclérenchyme qui se trouve adossé au plus gros : le faisceau M (fig. 135). Les cellules de l'*Ep. i.* sont allongées transversalement (fig. 130); mais la chose n'est pas toujours apparente sur une coupe transversale (fig. 136 : coupe transversale du péricarpe mûr, dans la glycérine), à cause des nom-

breuses et fortes sinuosités que présentent les parois latérales. Pour s'en assurer, il faut avoir recours à des coupes tangentielles montrant cette assise de face (fig. 137).

Stade 4. — *Péricarpe à la maturité.*

La structure que nous venons de décrire au stade précédent ne subit aucune modification fondamentale dans le courant de la maturation. Le péricarpe ne fait que changer d'aspect; il devient sec et acquiert une consistance parcheminée. Le contenu des cellules disparaît ou se dessèche; il en résulte que les cellules à parois minces récemment subérisées du *Tf.*, perdant leur turgescence, s'écrasent, s'affaissent les unes sur les autres, de manière qu'on les distingue assez difficilement (fig. 136 : coupe transversale du péricarpe mûr). L'action prolongée de la potasse peut de nouveau les rendre visibles. Seuls, les deux épidermes et quelque peu l'hypoderme résistent à l'affaissement à cause de l'épaisseur de leurs parois.

Toute cette enveloppe constitue le fruit sec, membraneux et déhiscent que l'on appelle follicule.

Parcours des faisceaux dans le péricarpe. — Dans le *Delphinium Ajacis*, le gynécée de la fleur ne comprend qu'un seul carpelle; le fruit n'est constitué que par un follicule. Immédiatement en dessous du carpelle se trouve l'insertion des étamines. Aussi l'extrémité du pédicelle qui supporte le fruit est-elle constituée par le réceptacle lui-même; nous avons vu qu'il en était autrement dans l'Hellébore.

Une coupe faite dans cette extrémité montre un cercle de faisceaux interrompu par cinq faisceaux sortant dans les étamines.

Tout à la base du carpelle, on ne trouve plus de sortants; le cercle libéro-ligneux est remplacé par cinq faisceaux, L*i*M*i*L, qui se subdivisent en un certain nombre de nouveaux faisceaux *i'*, *i''*, etc.; enfin les L donnent naissance chacun, du côté de la suture ventrale, à un petit faisceau *m* (marginal) qui rentre dans L au niveau de l'insertion des premiers ovules; de nom-

breuses anastomoses obliques et horizontales relient entre eux les faisceaux M, *i* et L. A part l'existence des deux faisceaux *m*, le parcours est ici très semblable à celui du péricarpe de *Ranunculus arvensis*. La principale différence est que, dans le *Delphinium*, les faisceaux ont un trajet à peu près rectiligne et non sinueux comme dans le *Ranunculus*. Leur nombre est de seize à dix-huit; seuls, le médian et les latéraux présentent un massif de sclérenchyme en arrière du liber (fig. 138 : ensemble d'une coupe transversale dans un carpelle).

§ 2. — LE SPERMODERME.

Les ovules de *Delphinium Ajacis* sont anatropes, disposés dos à dos en deux séries le long de la suture ventrale du carpelle. Leur raphé est horizontal; ils possèdent deux téguments.

Stade 1. — *Ovule dans le bouton floral.*

Les débuts de la courbure anatrope du mamelon ovulaire coïncident avec l'apparition de la secondine sous forme de bourrelet circulaire et de la cellule mère du sac embryonnaire. Dès ce moment déjà, on voit se former des recloisonnements tangentiels dans les cellules de l'*Ep. N.* (fig. 139 : coupe longitudinale dans un ovule d'un ovaire provenant d'un bouton de 5 millimètres).

Bientôt se forme la primine aux dépens à la fois de recloisonnements de l'épiderme et du *Tf.* du mamelon. Mais ce n'est que dans un bouton de 9 millimètres que les ovules sont devenus complètement anatropes. On y trouve alors une primine comprenant trois ou quatre assises de cellules et une secondine qui n'en possède que deux. Le sac embryonnaire est formé; il est séparé de l'*Ep. N.* double au sommet par un rang de cellules du *Tf. N.* A ce stade, le sommet du nucelle est encore à nu (fig. 140).

Stade 2. — *Ovule dans la fleur épanouie.*

Quelque temps avant l'épanouissement, la primine et la secondine se sont développés, cette dernière jusqu'à recouvrir entièrement le nucelle. Celui-ci d'ailleurs a grossi beaucoup aussi ; mais c'est surtout l'*Ep. N.* qui s'est multiplié d'une façon remarquable (fig. 141 : coupe longitudinale d'un ovule pris dans un bouton sur le point de s'épanouir).

C'est ainsi que l'ovule adulte, tel qu'on le trouve dans une fleur fraîchement épanouie, présente :

Primine : un *Ep. e. P.* d'une assise de cellules ; un *Tf. P.* de deux ou trois assises ; un *Ep. i. P.*

Toutes les cellules sont semblables.

Secondine : un *Ep. e. S.* d'une assise de cellules ; un *Ep. i. S.* d'une assise également.

Les bords de la secondine sont renflés et comprennent trois ou quatre étages de cellules provenant du recloisonnement de l'*Ep. i. S.*

Quant au *nucelle,* il présente un *Ep. N.* remarquable par le nombre des assises de cellules — six ou sept — qui se forment au sommet. Après la fécondation, elles deviennent encore plus nombreuses.

Le sac embryonnaire est plongé au sein du *Tf. N.* ; il touche cependant à l'*Ep. N.* au sommet ; il n'est pas très volumineux, environ 100 μ de longueur sur 49 μ de largeur. Mais il s'accroît aussitôt après la fécondation en même temps que le *Tf. N.* se résorbe.

Stade 3. — *Ovule à la fin de sa croissance.*

Peu de temps après la fécondation, les différentes parties de l'ovule subissent d'importantes transformations. Ainsi à l'*Ep. e. P.,* les cellules s'agrandissent fortement, alors que les autres cellules restent relativement petites et que celles de l'*Ep. e. S.* commencent à s'écraser. Bientôt les cellules de l'*Ep. e. P.* présentent à la paroi externe une gibbosité qui ne fait que s'accroître, en même temps que tout le corps des cellules s'allonge suivant l'axe de l'ovule. Sur ces entrefaites, ces

cellules et celles du *Tf. P.* se remplissent d'amidon qui est formé en majeure partie de grains composés; l'*Ep e. S.* s'écrase de plus en plus et les cellules de l'*Ep. i. S.* s'allongent dans le même sens que celles de l'*Ep. e. P.*

Le nucelle se résorbe graduellement, et il n'en reste bientôt que l'*Ep. N.* (fig. 142 : ovule d'un ovaire de 15 millimètres; fig. 143 : ovule d'un ovaire de 18 millimètres en coupe longitudinale; fig. 144 : en coupe transversale).

Ensuite les parois externes des cellules bossues de l'*Ep. e. P.* s'épaississent en se recouvrant de nombreuses petites verrues; l'*Ep. i. P.* commence à s'écraser à son tour, de manière à former avec l'*Ep. e. S.* une sorte de lame cornée. L'*Ep. i. S.* épaissit aussi la paroi interne de ses cellules (fig. 145 et 146 : coupes longitudinale et transversale d'un ovule provenant d'un ovaire de 20 millimètres).

L'ovule atteint bientôt sa taille définitive. Certains de ses éléments constitutifs s'épaississent, tandis que d'autres s'écrasent. Il devient une graine qui est d'abord blanche, mais qui noircit bientôt par une substance bleu foncé que sécrète le protoplasme des cellules de l'*Ep. e. P.* et qui colore les parois après la mort de ces cellules. Ces deux états de la graine n'étant que très peu différents, nous les réunirons sous le même stade.

Stade 4. — *Spermoderme à la maturité.*

Le spermoderme est formé par la primine, la secondine et le nucelle.

a) La *primine* se compose de six ou sept assises cellulaires.

L'*Ep. e. P.* est formé de cellules longues de 244 μ, larges de 10 μ, présentant chacune, vers le milieu de leur longueur qui est parallèle au grand axe de la graine, une bosse creuse, haute de 139 μ environ, constituée par un repli de la paroi externe qui est très épaisse, — 25 μ en moyenne, — striée parallèlement à la surface et hérissée de petites verrues à l'extérieur. Les autres parois sont demeurées minces et sont repliées contre l'externe avec les éléments des autres tissus écrasés. Telle est la forme et la constitution d'une cellule épidermique considérée isolément

(fig. 151 : coupe longitudinale d'une graine blanche). Mais comme on l'a déjà pu remarquer aux stades précédents (fig. 144 et 146), sur une coupe transversale de l'ovule, les cellules de l'*Ep. e. P.* peuvent se présenter sous deux aspects différents : sous forme de cellules tabulaires ou sous forme de cellules en palissade (fig. 147, 148, 149, 150 : coupes transversales dans des graines plus ou moins mûres). Ces deux aspects trouvent leur explication dans l'examen d'un lambeau d'*Ep. e. P.* vu par la face externe. A l'œil nu, et mieux à la loupe, on voit que la surface de la graine présente une succession assez régulière, à première vue, de crêtes et de sillons. Ces crêtes dessinent plutôt une hélice autour de la graine; elles ne sont donc pas tout à fait transversales (fig. 152 : graine entière). C'est pourquoi une coupe transversale peut présenter les cellules de l'*Ep. e. P.* sous les deux aspects à la fois (fig. 144, 146 et 149). D'ailleurs, ces crêtes sont très sinueuses et elles ne sont pas toutes continues (fig. 153 : lambeau de l'*Ep. e. P.* vu par l'extérieur). Si la sinuosité est très forte comme au point *x* de cette figure, une coupe passant par là montrera une cellule coupée longitudinalement avec sa bosse, à côté d'autres ayant l'aspect de cellules tabulaires (fig. 148). Étant données la forme des cellules épidermiques, la disposition des crêtes, et si l'on ajoute à cela l'aspect d'un lambeau de l'*Ep. e. P.* vu à un fort grossissement par la face externe, on reconnaîtra que les crêtes résultent simplement de la juxtaposition des bosses des cellules épidermiques qui, elles-mêmes, sont disposées en séries transversales légèrement obliques (fig. 154 et 155 : détails de la fig. 153); et, en dernière analyse, nous concluons que les cellules de l'*Ep. e. P.* sont d'une seule sorte.

Le *Tf. P.* comprend quatre ou cinq assises de cellules à parois minces, reconnaissables encore dans les graines blanches, mais absolument écrasées dans les graines noires.

L'*Ep. i. P.* est entièrement écrasé aussi.

b) La *secondine* est formée de deux assises :

L'*Ep. e. S.* est écrasé depuis longtemps.

L'*Ep. i. S.* est très reconnaissable, même dans une graine sèche; il se compose de cellules longues de 100 μ environ et

larges de 5 μ. Cette assise cellulaire est caractérisée par l'existence d'épaississements frangés semblables à ceux que nous avons vus dans le *Ranunculus* et le *Clematis*. Seulement, ils ne sont bien apparents que sur une coupe longitudinale (fig. 156 : l'*Ep. e. P.* y est enlevé et fig. 151), et sur un lambeau de l'*Ep. i. S.* vu par la face interne (fig. 157).

c) Le *nucelle* n'est représenté que par l'*Ep. N.* qui, écrasé en grande partie, réapparaît souvent par la potasse; ce sont des cellules à peu près cubiques, à parois minces, ayant environ 42 μ de hauteur (fig. 150 déjà citée et fig. 158 : coupe transversale d'une graine mûre traitée par l'eau).

Albumen formé de cellules à parois épaisses contenant de l'aleurone en grains assez gros (fig. 158).

Quand on examine, dans la glycérine anhydre, une coupe faite à sec dans une graine sèche, on n'y voit de distinct que la paroi externe de l'*Ep. e. P.*, l'assise de l'*Ep. i. S.*, parfois l'*Ep. N.* et l'albumen. Entre la paroi externe de l'*Ep. e. P.* et l'*Ep. i. S.*, on aperçoit une lame assez épaisse, amorphe, grisâtre; elle est formée de tous les éléments à parois minces compris entre les deux couches considérées. Ainsi donc les parois internes et latérales minces de l'*Ep. e. P.*, tout le *Tf. P.*, l'*Ep. i. P.* et l'*Ep. e. S.* concourent à sa formation. Son aspect ne se modifie pas dans l'eau (fig. 158). La potasse même reste pour ainsi dire sans effet. Il n'y a que les cellules de l'*Ep. e. P.* qui deviennent distinctes. Ce réactif donne une coloration spéciale à la partie de la lame amorphe provenant de l'*Ep. e. S.* Au surplus, le tout, à part les cellules de l'albumen, prend une coloration jaune par le chlorure de zinc iodé.

NOTE CRITIQUE.

Barnéoud (1) considère les crêtes de la graine comme formées par des « plissements horizontaux de la primine » tout entière.

C'est à propos du *Delphinium* que Warming (2) a émis cette

(1) Barnéoud, *loc. cit.*

(2) Warming, *loc. cit.*

idée empruntée à Strasburger (1), que le tégument unique de certains *Delphinium* provient de la soudure de la primine et de la secondine; car la somme des assises de ces deux téguments, dans les espèces qui les ont, n'est pas plus élevée que le nombre des assises de l'unique tégument de certaines autres espèces.

Cette idée est d'ailleurs partagée par Vesque (2), ou du moins cet auteur ne la rejette pas.

A mon avis, je ne crois pas qu'il s'agisse ici de soudure; mais il est bien plus probable que la croissance intercalaire de la partie basilaire commune joue un rôle prépondérant. C'est ce que nous nous proposons d'élucider dans la seconde partie, où nous étudierons le *Delphinium elatum*.

M. Godfrin (3), M. Herlant (4) et d'autres auteurs (5) se sont occupés du *Delphinium Staphisagria*. Ils y ont trouvé une structure différente de celle décrite ci-dessus au sujet du *D. Ajacis* pour tous les tissus et surtout pour l'*Ep. e. P.* Nous y reviendrons plus tard. Faisons seulement remarquer que Godfrin appelle épiderme externe du spermoderme l'assise la plus extérieure (*Ep. e. P.* ou *Ep. e. T.*, suivant les cas), et épiderme interne l'assise apparemment la plus intérieure sans s'inquiéter de savoir si celle-ci provient de la secondine ou de la primine, du tissu fondamental ou de l'un des épidermes de ces deux enveloppes ou même du nucelle. En somme, le travail de M. Godfrin et la note de M. Herlant sont des études empiriques des spermodermes des graines; mais l'œuvre de M. Godfrin est particulièrement propre à égarer le lecteur, parce qu'il donne un nom déterminé à des assises non déterminées. Quant à M. Herlant, il se contente de diviser les tissus tégumentaires en couche externe, couche moyenne et couche interne.

(1) Strasburger, *loc. cit.*

(2) Vesque, *loc. cit.*

(3) J. Godfrin, *loc. cit.*, p. 69.

(4) A. Herlant, *Caractères microscopiques de quelques graines officinales.* Bruxelles, 1882, p. 10.

(5) Harz, *loc. cit.*, p. 1068. — Holfert, *loc. cit.*, p. 312.

G. Kraus (1) admet l'existence à l'*Ep. i.* du péricarpe du *Delphinium* de cellules isodiamétriques. C'est une erreur; on pourrait tout au plus les considérer comme tabulaires, bien que, à vrai dire, aucune des trois dimensions de ces cellules ne soit égale, la plus longue étant transversale, ainsi que nous l'avons montré.

(1) G. Kraus, *Ueber den Bau trockner Pericarpien.* (Jahrbücher für wissenschaftliche Botanik, 1866, Bd V, H. 1.)

CHAPITRE VI.

PÆONIA OFFICINALIS Retz.

Carpelle multiovulé; ovule anatrope bitégumenté; graine albuminée.

§ 1. — LE PÉRICARPE.

Le pistil est formé de deux ou trois gros carpelles allongés, surmontés chacun d'un stigmate subsessile. Ces carpelles sont fortement arqués en dehors longtemps avant la maturité. « Ils sont insérés au fond d'une coupe peu profonde provenant de la concrescence basilaire des sépales, pétales et étamines [1]. »

Stade 1. — *Carpelle dans le bouton floral.*

Peu de temps avant l'apparition, le long des placentas, des mamelons ovulaires, le carpelle, déjà fermé, comprend plusieurs assises de cellules à parois minces qui se recloisonnent activement en tous sens. Toutefois, vers le milieu de l'épaisseur du péricarpe existe une zone moyenne où les divisions tangentielles sont plus fréquentes (fig. 183 : coupe transversale dans un carpelle d'un bouton de 6 millimètres vers le milieu de la partie libre. Le dessin d'ensemble, fig. 184, représente le faisceau M seul différencié).

Bientôt après, des poils apparaissent sur l'*Ep. e.* Ce sont certaines cellules assez nombreuses de l'*Ep. e.* qui s'allongent sans se recloisonner. Presque en même temps, d'autres cellules de l'*Ep. e.* commencent à subir les premières transformations nécessaires pour produire des stomates.

Le *Tf.* se divise en trois régions : le *Tf. e.* dont les cellules sont plus ou moins anguleuses et où les méats sont rares; le

[1] Ph. Van Tieghem, *Traité de Botanique*. Paris, 1884, p. 1451.

Tf. m. dans lequel apparaissent de nombreux faisceaux ou anastomoses la plupart peu différenciés, disposés en cercle et parmi lesquels on peut distinguer trois principaux : le médian M qui se montrera bientôt après constitué par du bois, du liber et entre les deux une zone cambiale ; les latéraux L occupant leur position ordinaire; les autres faisceaux ont un parcours assez sinueux; il en résulte que ce *Tf. m.* est tourmenté : les cellules s'y recloisonnent volontiers — probablement pour donner naissance à des faisceaux — et il est rare d'y trouver un endroit où les cellules sont bien régulières (fig. 185 : coupe transversale dans un carpelle d'un bouton de 13 millimètres; portion du *Tf. m.*; fig. 186 : ensemble de la même coupe). C'est cette zone qui se caractérisait déjà auparavant par des cloisonnements tangentiels. Le *Tf. i.* est une région aussi épaisse que le *Tf. e.*; les cellules y sont, en général, plus grandes, arrondies aux angles, formant entre elles des méats parfois assez grands.

Stade 2. — *Carpelle dans la fleur épanouie.*

Ce stade s'accuse déjà dans un bouton sur le point de s'épanouir.

Les cellules de l'*Ep. e.* présentent alors des parois externes épaisses recouvertes par une cuticule mince encore. Des poils unicellulaires, longs de $1^{mm},5$ environ, assez nombreux, y sont insérés (fig. 187 : poil d'un carpelle de fleur épanouie). Les stomates sont complètement formés.

Le *Tf. e.* est le siège d'une activité cellulaire inusitée; les cellules s'y recloisonnent rapidement. Le *Tf. i.* devient de plus en plus méatique. Des cristaux d'oxalate de chaux en forme de mâcles s'observent dans beaucoup de cellules du *Tf.* tout entier. Ces mâcles sont parfaitement libres dans les cellules et non pas empâtées comme dans le péricarpe du *Ranunculus arvensis* (fig. 188 : coupe transversale dans un carpelle d'un bouton de 26 millimètres, partie extérieure).

L'*Ep. i.*, qui précédemment était formé de cellules cubiques, présente maintenant des cellules allongées dans le sens horizontal, tangentiellement à la surface; il faut en excepter cependant celles

qui se trouvent vers la région dorsale où elles sont allongées longitudinalement; les parois internes des cellules sont épaisses (fig. 189 : partie interne de la coupe de la fig. 188). L'*Ep. i.* possède également quelques stomates sans cellules annexes, mieux visibles plus tard (fig. 190 : morceau de l'*Ep. i.* avec stomates provenant d'un carpelle de 3 centimètres, vu de face).

Stade 3. — *Carpelle vers la fin de sa croissance.*

Pendant que le carpelle grandit, ses cellules épaississent leurs parois.

L'*Ep. e.* montre des cellules dont les parois externes et internes sont surtout épaissies, les latérales étant beaucoup plus minces. Les poils, à la base du moins, ont des parois épaisses aussi.

Le *Tf. e.* présente un aspect collenchymateux; les méats y sont toujours peu nombreux; il est parcouru par une infinité de petits faisceaux qui se dirigent vers la périphérie.

La région intermédiaire du *Tf. m.* se montre constituée des mêmes éléments que le *Tf. e*, lorsque des anastomoses ne viennent pas troubler son aspect.

Le *Tf. i.* forme un tissu lâche dont les cellules sinueuses ou même ramifiées ont des parois épaissies uniformément. Il a beaucoup d'analogies avec le parenchyme spongieux qui se rencontre dans un grand nombre de feuilles.

L'*Ep. i.* est formé de cellules dont les parois internes et externes sont assez épaisses; on y rencontre des stomates superficiels, sans cellules annexes, assez grands (fig. 191 : coupe transversale dans un carpelle de $1^{cm},5$; fig. 192 et 193 : coupes transversales dans un carpelle de 3 centimètres).

Stade 4. — *Structure du péricarpe à la maturité.*

Ce stade présente, en somme, peu de différence avec le précédent. On sait que, lorsque la déhiscence du follicule se produit, la maturation des graines n'est pas encore parachevée et que la face interne du péricarpe, concave avant la déhiscence, devient, après cet acte, à peu près plane et se porte vers la lumière. Les

graines, rouges au début, restent attachées sur les deux bords du follicule ouvert et noircissent lentement. Elles adhèrent longtemps au péricarpe qui, pendant ce temps, se dessèche en écrasant ses tissus, ce à quoi l'épaisseur des parois ne s'oppose pas. Celles-ci, d'ailleurs, sont cellulosiques sauf, en partie, celles de l'*Ep. e.* et de l'*Ep. i.* qui se sclérifient. L'eau suffit pour regonfler les tissus, du moins lorsque la dessiccation ne date pas de trop longtemps; sinon la potasse y parvient; mais ce dernier réactif produit un commencement de dissolution des membranes du *Tf.*

Parcours des faisceaux. — La nervation du péricarpe dans le *Pæonia* est très compliquée. Elle résulte de la présence de :

1° Cinq faisceaux principaux qui sont : un médian, dorsal; deux intermédiaires, l'un à droite, l'autre à gauche du précédent et à mi-chemin entre celui-ci et chacun des suivants; deux latéraux, très gros, près de la suture ventrale;

2° Une dizaine au moins de faisceaux plus petits qui sont en retrait sur les précédents et qu'il faut considérer, j'ai tout lieu de le croire, comme des anastomoses obliques à long trajet;

3° Des anastomoses directes, horizontales, qui relient entre eux les faisceaux de la première et de la seconde catégorie;

4° Une infinité de petits faisceaux qui traversent en tous sens le *Tf. e.*, s'y ramifient fréquemment, s'y terminent ou se rejettent dans les faisceaux des deux premières espèces (fig. 194 : coupe transversale d'un carpelle au moment de sa déhiscence).

Enfin les faisceaux latéraux produisent, du côté de la suture ventrale, des anses anastomotiques parfois très longues et qui se comportent probablement comme celles que nous aurons l'occasion de voir dans l'*Actæa spicata.*

Il est difficile de se faire une idée bien exacte du parcours des faisceaux dans les carpelles de *Pæonia*, parce que la méthode des coupes successives n'y est guère applicable par suite de la forte courbure qui se manifeste dans ces organes peu après la fécondation, alors même que tous les faisceaux ne sont pas différenciés.

§ 2. — LE SPERMODERME.

Stade 1. — *Ovule dans le bouton floral.*

Dans le *Pæonia*, les boutons sont déjà bien gros quand les ovules ne se présentent encore que comme une ébauche sous forme de légères ondulations de l'épiderme placentaire (fig. 195 : coupe longitudinale dans un bouton de 7 millimètres; un mamelon ovulaire; fig. 196 : ensemble de la coupe).

Chaque mamelon s'allonge en se courbant vers l'extérieur et à peine les premiers cloisonnements se produisent-ils pour former la secondine, que l'on voit déjà se subdiviser tangentiellement l'épiderme au sommet du mamelon (fig. 197 : coupe longitudinale d'un ovule d'un carpelle pris dans un bouton de 13 millimètres). La primine se forme ensuite à son tour par recloisonnement d'une zone circulaire de cellules épidermiques; elle est formée au début de quatre à cinq assises cellulaires; elle dépasse bientôt la secondine qui en a deux. Le sac embryonnaire se forme ensuite (fig. 198 : coupe longitudinale de l'ovule pris dans un bouton de 15 millimètres).

Ce n'est que dans un bouton de 20 millimètres que l'ovule est devenu à peu près complètement anatrope. Il comprend alors une primine ayant six ou sept assises cellulaires; une secondine à deux assises et un nucelle dont l'épiderme, au sommet, s'est recloisonné un grand nombre de fois; on peut y compter jusqu'à sept cellules en files. Quant au sac embryonnaire, il se trouve inclus profondément dans le nucelle, séparé qu'il est de l'*Ep. N.* multiple par quatre assises de *Tf. N.* (fig. 199 : coupe longitudinale dans un ovule d'un bouton de 20 millimètres).

Au voisinage du hile, le funicule s'épaissit assez considérablement, comme s'il allait s'y former une arille ; aux stades suivants, il continue encore à s'épaissir davantage. La secondine acquiert une troisième assise. La primine s'épaissit aussi, le sac embryonnaire s'allonge, puis l'ovule devient adulte (fig. 200 : coupe longitudinale d'un ovule provenant d'un bouton de 25 millimètres).

Stade 2. — *Ovule dans la fleur épanouie.*

A ce moment, l'ovule présente :

a) Une *primine* formée en moyenne par treize assises se répartissant comme suit :

L'*Ep. e. P.* en comprend une dont les éléments sont encore isodiamétriques;

Le *Tf. P.* dont les onze assises forment un parenchyme méatique;

L'*Ep. i. P.* est une assise de cellules également isodiamétriques.

b) Une *secondine* composée de quatre assises de cellules :

L'*Ep. e. S.* a une assise cellulaire;

Le *Tf. S.* a deux assises cellulaires;

L'*Ep. i. S.* a une assise.

c) Un *nucelle* dans lequel l'*Ep. N.* se caractérise très bien; mais les cellules des autres assises, sollicitées par l'allongement du sac embryonnaire, s'étirent dans le sens de la hauteur et les assises perdent leur régularité (fig. 201 : coupe longitudinale d'un ovule de fleur épanouie).

Stade 3. — *Ovule vers la fin de sa croissance.*

Après la fécondation, l'ovule s'allonge assez rapidement et avec lui le sac embryonnaire; le nucelle se rompt transversalement en son milieu et forme ainsi deux calottes, une à chaque extrémité du sac embryonnaire (1) (fig. 202 : ensemble d'une coupe longitudinale faite dans un ovule pris dans un ovaire de 2 centimètres); il en résulte que la secondine touche l'albumen dans la majeure partie de son étendue. Quant à la primine, elle s'épaissit de plus en plus et, contrairement à ce que nous avons vu dans les types précédents, dépasse la secondine du côté du micropyle.

Plus tard, des différenciations assez profondes se produisent dans les tissus. Ainsi, dans un ovaire de 3 centimètres, les ovules

(1) Il y a à rapprocher ce phénomène de celui qui se passe dans l'archégone des Muscinées qui se coupe transversalement en deux moitiés : la coiffe et la vaginule.

présentent un *Ep. e. P.* pallissadique qui est pourvu déjà d'une paroi externe fort épaisse, rosée comme les autres parois d'ailleurs, recouverte d'une cuticule jaunâtre.

Le *Tf. P.*, se composant en moyenne de trente assises cellulaires, commence à se différencier en trois régions :

1° Une extérieure, que nous nommerons *hypoderme*, consistant en une assise de cellules qui forment pallissade également, mais à éléments plus petits que ceux de l'*Ep. e. P.* et renfermant un noyau très apparent; un grand nombre de ces cellules se sont divisées en deux autres inégales, la plus longue à l'extérieure (fig. 203 : coupe longitudinale dans un ovule provenant d'un ovaire de 3 centimètres). Ces cellules en pallissade, après s'être encore un peu allongées, épaississent fortement leurs parois; leurs noyaux seront refoulés vers la partie externe des cellules, au quart de leur longueur, de manière à se trouver tous à la même hauteur à peu près; des cristaux d'oxalate de chaux prendront alors naissance entre les noyaux et les parois externes (fig. 204 : coupe transversale dans un ovule d'un ovaire au début de la déhiscence);

2° Un *Tf. e. P.* se composant de plusieurs assises d'éléments arrondis, parenchymateux, bourrés d'amidon, dont les parois s'épaissiront par la suite;

3° Un *Tf. i. P.* à cellules semblables aux précédentes, mais sans amidon, les assises les plus profondes étant même écrasées déjà; ces cellules conserveront des parois minces et seront écrasées plus tard.

L'*Ep. i. P.* est formé de cellules à parois épaisses à peu près cubiques.

La *secondine* est en grande partie écrasée; de-ci de-là quelques cellules restent bien visibles, notamment celles de l'*Ep. i. S.* dont les parois sont alors un peu épaissies (fig. 203 et 205 : coupes longitudinale et transversale d'un ovule pris dans un ovaire de 3 centimètres).

On aperçoit un reste du *nucelle* près de la chalaze.

Dans cet ovule, l'albumen apparaît sous forme d'une assise de cellules contre la secondine écrasée.

Stade 4. — *Structure du spermoderme à la maturité.*

Le spermoderme de *Pæonia* se compose d'une primine très épaisse offrant, en moyenne, trente assises de cellules et d'une secondine transformée en lame cornée.

1° La *primine :* elle comprend un *Ep. e. P.*, un *Tf. P.* et un *Ep. i. P.*

a) L'*Ep. e. P.* est formé de cellules palissadiques à section tangentielle polygonale. La membrane externe de ces cellules est très épaisse : 42 μ; elle se différencie en deux parties à peu près d'égale épaisseur : l'externe est la cuticule, un peu jaunâtre; l'interne est fortement colorée en brun. Sous l'action du chlorure de zinc iodé, la première se colore en jaune intense, la seconde reste brune. Sous l'influence de l'eau, cette dernière gonfle assez bien et présente des stries parallèles et bombées vers l'extérieur au-dessus de chaque cellule. Les parois latérales sont plutôt minces, brunes également; elles sont plissées à la façon des parois d'un soufflet, par suite d'un affaissement de la paroi externe contre la paroi interne, affaissement qui se produit à la suite de la dessiccation progressive de cette assise. La paroi interne est assez épaisse et présente, assez atténuées, les mêmes réactions que la partie brune de la paroi externe. Du protoplasme desséché tapisse les parois cellulaires. Toutes les cellules de l'*Ep. e. P.* ont à peu près les mêmes dimensions; pour bien s'en rendre compte, il faut s'adresser à des graines non encore complètement mûres; ces cellules ont 384 μ de hauteur sur 61 μ de largeur.

b) Le *Tf. P.* se divise, comme nous l'avons vu plus haut, en trois régions ou tissus différents :

α. L'*hypoderme* constitue certainement la partie la plus résistante du spermoderme; nous avons vu que c'est une assise disposée aussi en pallissade et dont les éléments, serrés les uns contre les autres, sont, par conséquent, assez allongés : 18 μ de largeur sur 140 μ de hauteur; ils ont des parois sclérifiées, très épaisses au point que la cavité cellulaire est presque oblitérée au milieu; aux deux extrémités, la cavité s'élargit un peu, surtout vers l'extrémité externe qui loge le noyau et le cristal d'oxalate

de chaux. Ceux-ci ne sont pas bien visibles à cause de la couche de protoplasme bruni qui les entoure.

Ajoutons que des coupes tangentielles pratiquées dans cette assise montrent (fig. 209 et 210) que les cellules ont une section polygonale et qu'elles ne laissent pas de méats entre elles. Les coupes tangentielles faites près de la surface montrent des cavités cellulaires assez larges dans lesquelles viennent aboutir d'assez nombreux canalicules; dans le milieu, la cavité est plus réduite et ne présente pas de canalicules.

β. Le *Tf. e. P.* est formé d'une dizaine d'assises de cellules dont les plus internes prennent insensiblement les caractères du *Tf. i. P.* Ce sont des cellules isodiamétriques à angles arrondis, laissant entre elles des méats. Elles présentent des parois cellulosiques fortement épaissies, ponctuées et assez rigides (coloration bleue par le chlorure de zinc iodé); mais à mesure qu'on s'avance vers l'intérieur, ces caractères s'effacent peu à peu, surtout la rigidité. C'est ce qui explique l'aspect écrasé que présente, à l'état sec, cette partie du *Tf. e. P.* qui confine au *Tf. i. P.* (fig. 206 : coupe transversale du spermoderme sec mis dans la glycérine épaisse; fig. 207, id. mis dans la potasse). Mais si l'on humecte le spermoderme par un séjour plus ou moins prolongé dans l'eau, tout ce tissu gonfle; les parois cellulosiques semblent même se gélifier quelque peu et la différence entre le *Tf. e. P.* et le *Tf. i. P.* devient plus apparente (fig. 208 : coupe transversale d'un spermoderme ayant séjourné une nuit dans l'eau, examinée dans l'eau ; fig. 211 : lambeau de *Tf. e. P.* montrant des cellules arrondies et ponctuées d'un spermoderme traité de même).

γ. Le *Tf. i. P.* se compose de cellules assez grandes, souvent allongées tangentiellement à la surface : 200 μ × 63 μ. Cet allongement est dû sans doute à l'aplatissement prolongé qu'ont subi ces cellules; car on en trouve aussi d'arrondies (fig. 212). Dans tous les cas, elles laissent entre elles des méats; c'est un vrai parenchyme.

c) L'*Ep. i. P.* est absolument écrasé, mais l'emploi des réactifs permet de le retrouver (fig. 213 : coupe transversale du spermoderme traité comme celle de la fig. 208, puis ayant subi l'action

de la potasse); c'est une assise de cellules peu différenciées qui n'est séparée de l'albumen que par :

2° Une lame cornée représentant la *secondine* dont il n'est pas possible de faire réapparaître les caractères.

Un *albumen* volumineux existe, formé, comme dans les autres Renonculacées, de cellules polygonales, mais dont les parois épaisses sont constituées d'une substance que Schleiden a nommée amyloïde (coloration bleue par l'iode seul). Ces cellules renferment des grains d'aleurone assez gros (fig. 206).

NOTE CRITIQUE.

M. Godfrin (1) en s'occupant du spermoderme du *Pœonia officinalis*, décrit l'épiderme externe comme formé de cellules tabulaires, polygonales, à membrane externe très épaisse, à contenu brun, en ajoutant que dans la plupart d'entre elles, il se produit une cloison tangentielle qui les divise en deux cellules secondaires. Nous avons vu que, loin d'être tabulaires, ces cellules sont assez longues, prismatiques; il est probable, d'autre part, que la cloison tangentielle de M. Godfrin n'est que le résultat d'un aspect dû à ce que la coupe dessinée par cet auteur passait par un des replis de la membrane radiale que nous avons observés. L'étude du développement nous a convaincu de la non-existence de recloisonnements tangentiels dans l'*Ep. e. P.*

Il existe encore une erreur dans l'ouvrage de M. Godfrin au sujet de l'hypoderme. D'après lui, il existerait, entre les éléments prismatiques de cette assise, des méats visibles sur une coupe tangentielle. Nous avons vu qu'il n'en est rien.

Enfin, ce savant a trouvé des lames moyennes cuticularisées dans ce parenchyme à grandes cellules, c'est-à-dire dans les assises profondes de ce que nous avons appelé *Tf. e. P.* J'ai vainement cherché à vérifier cette allégation; je ne suis pas parvenu à déceler de membrane cutinisée.

(1) J. Godfrin, *op. cit.*, p. 75, pl. III, fig. 21.

Holfert (1) a décrit assez exactement les assises de ce spermoderme, en se plaçant à un point de vue plutôt physiologique. Seulement, il dit que la couche nourricière — notre *Tf. P.* parenchymateux, sans doute — est formée de cellules à parois réticulées, ponctuées. Les ponctuations sont assez nombreuses, certes, et quelque peu ovales, mais pas assez pour justifier le terme « réticulées ».

(1) Holfert, *loc. cit.*

SECONDE PARTIE

Ainsi que je l'ai annoncé dans l'Introduction de ce mémoire, cette seconde partie comprend la description résumée des genres et des espèces dont il m'a été possible de rassembler les fruits et les graines.

Ces matériaux peuvent être rangés en plusieurs catégories : les uns proviennent d'espèces cultivées au Jardin botanique de Liége, dont j'ai pu faire la détermination et la récolte moi-même; les autres sont des espèces offertes annuellement par les jardins botaniques étrangers. Autant que possible, ces graines étrangères ont été semées ici pour permettre la vérification du nom. Lorsque le semis et par suite la détermination n'ont pas été possibles, des graines de diverses provenances ont été étudiées, et si leur structure concordait parfaitement, la détermination a été jugée certaine. Il en a été ainsi pour certains *Ranunculus*, *Anemone* et un *Delphinium*. Enfin, lorsque toute détermination étant impossible, des matériaux de diverses origines, mais de même nom, ont montré une histologie différente, ils ont été abandonnés.

Nous n'envisagerons l'étude des péricarpes et des spermodermes, dans cette partie, qu'au stade de la maturité. Le plus souvent, cependant, j'ai cru utile de présenter, en outre, celui de la fleur épanouie.

RENONCULÉES.

Carpelle uniovulé; ovule anatrope, unitégumenté et dressé, à raphé ventral; graine albuminée.

Genre RANUNCULUS.

Nos observations se sont étendues sur les vingt-deux espèces suivantes : **Ranunculus arvensis* L.; **R. acris* L.; **R. lanuginosus* L.; **R. auricomus* L.; *R. repens* L.; *R. nemorosus* D. C.; *R. Gouani* Willd.; *R. millefoliatus* Vahl.; *R. bulbosus* L.; *R. Cassubicus* L.; *R. Illyricus* L.; *R. Asiaticus* L.; *R. Broterii*?; *R. Steveni* Andr.; *R. Monspeliacus* L.; *R. abortivus* L.; *R. tuberosus* Lapeyr.; **R. sceleratus* L.; **R. Flammula* L.; *R. Lingua* L.; **R. platanifolius* L. et **R. divaricatus* Schrk. Les espèces marquées d'une astérisque ont été étudiées au stade de la fleur épanouie et au stade du fruit mûr. Les autres espèces n'ont été considérées qu'à ce dernier stade. J'ai en outre eu l'occasion d'examiner la structure de l'ovaire et de l'ovule d'une fleur de *R. amplexicaulis* L. Malheureusement, je n'ai pu m'en procurer des akènes mûrs.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Cette structure est sensiblement la même que celle qui a été décrite au sujet du *Ranunculus arvensis*. Les différences consistent dans :

a) Le nombre des assises qui est généralement de cinq ou six, rarement quatre (*R. sceleratus* [fig. 231 : coupe transversale dans un ovaire]; *R. divaricatus*) ou sept (*R. auricomus*) ou huit (*R. platanifolius*);

b) La présence de stomates répandus sur les faces de l'ovaire qui ne se constate que chez *R. arvensis, acris, Cassubicus* et *auricomus*;

c) Celle de poils chez *R. arvensis*, où ils sont piquants, *R. auricomus* et *R. Cassubicus*;

d) Les protubérances; elles sont spéciales au *R. arvensis*.

Structure du péricarpe à la maturité.

Presque toujours l'*Ep. e.* du péricarpe est formé de cellules dont les parois externes sont épaisses. Ce n'est guère que chez des espèces aquatiques que ces parois sont minces (par ex. : *R. divaricatus* [fig. 237 : coupe transversale du péricarpe mûr]). Ces cellules épidermiques sont, dans la plupart des cas, isodiamétriques; assez souvent cependant elles sont tabulaires (*R. repens, bulbosus, lanuginosus* [fig. 222], *Asiaticus, abortivus, platanifolius, auricomus* [fig. 226]); chez un petit nombre d'espèces, elles sont allongées dans le sens de l'axe du fruit (*R. acris* [fig. 216], *divaricatus* [fig. 237]); une seule espèce les a montrées pallissadiques (*R. tuberosus*).

Les akènes mûrs sont généralement glabres et dépourvus de stomates sur la plus grande étendue de la surface. Présentent seuls des poils ceux de *R. arvensis* où ils sont solides et piquants, des *R. auricomus* et *Cassubicus* où ils sont flexibles et plus longs; ces trois espèces plus le *R. acris* ont, en outre, des stomates sur leurs akènes. Enfin la présence de protubérance est absolument spéciale au *R. arvensis*.

Chez tous les *Ranunculus*, on peut admettre l'existence de trois régions dans le *Tf.* du péricarpe :

1° Le *Tf. e.* est un tissu parenchymateux, méatique, à cellules assez grandes disposées assez souvent en deux assises, quelquefois en une assise seulement (*R. Monspeliacus, repens, Cassubicus, Lingua*); mais il arrive fréquemment que le *Tf. e.* n'a pas été individualisé et que, réduit à une assise, il revêt les caractères de la seconde région du *Tf.* ou *Tf. m.*, et alors nous avons désigné cette assise sous le signe *Tf. e.* et *m.* En effet, l'étude du développement du péricarpe de *R. arvensis* a montré que l'assise sous l'*Ep. e.* se cloisonne tangentiellement en deux assises superposées, l'extérieure se subdivisant encore pour former le *Tf. e.* à deux assises, l'intérieure restant indivise et

formant le *Tf. m.* cristalligène. Mais dans beaucoup d'espèces (*R. Steveni, lanuginosus* [fig. 222], *Illyricus, millefoliatus, Gouani, tuberosus, acris* [fig. 216], *Asiaticus, Flammula* [fig. 232] et *sceleratus*), l'assise sous-épidermique ne se divise pas tangentiellement : elle représente donc en même temps le *Tf. e.* et le *Tf. m.;* d'ailleurs, sauf un seul cas (*R. sceleratus*), elle est, comme ce dernier, cristalligène. Dans ces espèces, le péricarpe a donc subi une sorte d'arrêt de développement;

2° Le *Tf. m.* est une assise de cellules, semblables souvent à celles du *Tf. e.* ou plus petites; comme chez le *R. arvensis*, cette assise est souvent cristalligène; mais chez *R. abortivus, auricomus* (fig. 226), *platanifolius, Cassubicus* et *divaricatus* (fig. 237), il ne m'a pas été donné de constater l'existence de cristaux;

3° Le *Tf. i.* est un sclérenchyme dont les cellules fortement sclérifiées et ponctuées sont plus ou moins allongées dans le sens de l'axe de l'akène (fig. 216, 222, 226, 232 et 237). En somme, il est toujours le même que chez *R. arvensis*, sauf que, suivant les espèces, il peut occuper un nombre variable d'assises. Dans la plupart des cas, ce nombre oscille entre trois et cinq; il n'est même pas toujours constant dans la même espèce. Chez un petit nombre, il est inférieur à trois (*R. Monspeliacus, lanuginosus* [fig. 222], *Asiaticus, divaricatus* [fig. 237]) ou supérieur à cinq (*R. nemorosus, bulbosus, platanifolius, Lingua*).

A l'*Ep. i.*, les cellules sont, comme nous l'avons vu chez *R. arvensis*, fortement sclérifiées et ponctuées aussi; mais, tandis que, chez le plus grand nombre, elles sont allongées tangentiellement, chez quelques espèces, au contraire (*R. Monspeliacus, repens, lanuginosus* [fig. 222], *abortivus*), elles étendent leur plus grande dimension suivant l'axe de l'akène.

Faisceaux. — Au sujet du *R. arvensis*, nous avons dit qu'une coupe transversale faite vers le milieu de l'akène présente une vingtaine de faisceaux. C'est la seule espèce où ce nombre soit aussi considérable. Le plus communément, on en compte trois : un M et deux L (fig. 215, 220, 225, 230); chez les

R. nemorosus (fig. 229) et *Steveni*, il y en a cinq : un M, deux *i* et deux L. Chez *R. divaricatus* (fig. 236), il n'y en a que deux, dont un M; l'autre faisceau est celui qui se rend dans l'ovule et sa présence dans le péricarpe sur un aussi long parcours résulte de ce que l'ovule, dans cette espèce, est inséré assez haut sur la paroi de l'ovaire et non au fond comme chez les autres *Ranunculus*. (Cf. fig. 2 déjà citée, fig. 214 : coupe longitudinale optique d'un ovaire de fleur épanouie de *R. acris* et fig. 235, id. de *R. divaricatus*.)

Chez *R. Illyricus* et surtout chez *R. Asiaticus*, le *Tf. e.* et le *Tf. i.* multiplient le nombre de leurs assises le long des bords de l'akène et contribuent à le rendre ailé (fig. 230 : coupe transversale du fruit mûr de *R. Asiaticus*, dessin d'ensemble).

LE SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

L'ovule chez les *Ranunculus* est dressé, à raphé ventral et à micropyle tourné vers le fond de la cavité ovarienne. Il est toujours unitégumenté et l'*Ep. N.* est multiple au sommet.

Nous venons de voir qu'au point de vue de son insertion, seul le *R. divaricatus* diffère des autres espèces.

Le nombre des assises du tégument est généralement de quatre. Il peut être de cinq (*R. lanuginosus*, *divaricatus*), ou six (*R. amplexicaulis*), ou sept (*R. platanifolius*), ou varier de quatre à sept (*R. auricomus*).

Le micropyle est droit (*R. arvensis* [fig. 2], *acris* [fig. 214], *Flammula*, *amplexicaulis*) ou parfois recourbé en S (*R. lanuginosus*, *divaricatus* [fig. 235]).

Spermoderme de la graine mûre.

Le plus souvent le spermoderme est formé uniquement aux dépens du tégument, le nucelle ayant été résorbé avant la maturité de la graine. Cependant, dans plusieurs espèces, le nucelle concourt aussi à la formation du spermoderme (*R. arvensis*, *nemorosus*, *millefoliatus*, *divaricatus*, *Flammula*, *repens*, *bulbosus*, *acris*, *auricomus*).

Tégument. — L'*Ep. e. T.* est formé principalement de cellules presque isodiamétriques, ou bien très plates (*R. arvensis, Monspeliacus, lanuginosus* [fig. 224], *acris* [fig. 219], *abortivus, auricomus* [fig. 228], *divaricatus* [fig. 239]), à parois minces, rarement épaisses, tout au moins l'externe (*R. arvensis, Monspeliacus*).

Le *Tf. T.* est rarement entièrement résorbé (*R. sceleratus*); le plus souvent il en subsiste une assise de cellules plus ou moins disjointes et à parois plutôt épaisses; deux assises peuvent même persister, mais les parois cellulaires sont alors minces (*R. Monspeliacus*).

Quant à l'*Ep. i. T.*, c'est la seule assise du spermoderme qui soit réellement caractéristique. Nous avons vu que, vers l'intérieur des cellules, les parois internes de celles-ci sont munies d'épaississements particuliers en forme de franges. Ceux-ci se retrouvent chez presque tous les *Ranunculus*, à part quelques espèces (*R. Asiaticus, Flammula* [fig. 233], *Lingua*). Tantôt, et c'est généralement le cas, ces franges d'épaississement sont assez larges; tantôt, au contraire, elles sont étroites (*R. Monspeliacus, auricomus* [fig. 228], *platanifolius* [fig. 234]). Les cellules de l'*Ep. i. T.* ont en moyenne 29 μ de largeur, chez la généralité des espèces du genre. Cependant elles sont notablement plus grandes chez les *R. bulbosus, tuberosus* et *Monspeliacus*, plus petites chez *R. abortivus*.

Nucelle. — Si dans *R. arvensis* nous avons vu que le nucelle entrait dans la formation du spermoderme tout au moins par son épiderme, c'est loin d'être le cas le plus fréquent chez les différentes espèces : le plus souvent, ainsi que nous l'avons dit plus haut, il est résorbé complètement avant que la graine n'arrive à sa maturité. Parfois, comme chez les *R. arvensis, nemorosus, millefoliatus, divaricatus, Flammula* (fig. 233), l'*Ep. N.* persiste mais est fortement écrasé et difficile à mettre en évidence; d'autres fois, l'*Ep. N.* résiste à l'écrasement (*R. repens, bulbosus, acris* [fig. 219], *auricomus* [fig. 228]).

Albumen. — Enfin l'albumen est le même chez tous les *Ranunculus*. La seule différence consiste dans l'épaisseur des parois des

cellules; mais encore faut-il remarquer que cette épaisseur est variable dans la même espèce et n'est donc guère de nature à constituer un caractère spécifique.

Genre CERATOCEPHALUS.

J'ai spécialement étudié le *Ceratocephalus falcatus* Pers. (fig. 241 à 247). Cette espèce présente la plus grande ressemblance avec les *Ranunculus*, ainsi que le montrent les caractères qu'elle offre à ses différents stades.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Ep. e. à cellules isodiamétriques assez volumineuses; des poils unicellulaires.

Tf. se divisant en trois régions d'une assise chacune :

1° Le *Tf. e.* à cellules aussi volumineuses que celles de l'*Ep. e.*;

2° Le *Tf. m.* à cellules plus petites allongées tangentiellement;

3° Le *Tf. i.* à cellules comme celles du *Tf. m.*

Ep. i. à cellules presque isodiamétriques.

Vers la région ventrale, le nombre des assises est beaucoup plus considérable, grâce surtout à la multiplication des assises du *Tf. m.* et du *Tf. i.* La distance qui sépare les deux faisceaux L est très grande (fig. 241 : coupe transversale d'un carpelle de fleur épanouie).

Bec stylaire très long, hérissé, sur le bord ventral, de nombreuses papilles stigmatiques (fig. 240 : coupe longitudinale optique du carpelle).

Structure du péricarpe mûr.

Comme chez les *Ranunculus*, le fruit est un pollakène. A la base de chaque akène se voit ce que Baillon appelle « deux espèces de cornes latérales (1) » ; ce sont, en réalité, deux expansions membraneuses du péricarpe qui s'étendent beaucoup

(1) Baillon, *Histoire des plantes*, p. 38, note 3.

derrière les faisceaux L et qui, par suite de l'élargissement considérable de la région ventrale comprise entre ces deux derniers, semblent se détacher latéralement sur la coupe transversale (fig. 242 : coupe transversale d'un akène mûr, dessin d'ensemble). Ces expansions s'étant formées aux dépens de la partie si épaisse voisine des faisceaux L, signalée au stade précédent, se sont incurvées vers la région ventrale de manière à donner l'apparence de carpelles « bigibbeux et munis de deux loges vides à la base (1) ».

Abstraction faite de ces expansions, la structure du péricarpe est la même, dans ses traits généraux, que celle décrite pour le genre *Ranunculus :*

Ep. e. à cellules aplaties à paroi externe épaisse; des poils ordinaires assez longs.

Tf. e. à une ou deux assises de cellules parenchymateuses écrasées.

Tf. m. à une assise de cellules comme au *Tf. e.*

Les cellules de ces trois tissus ont subi une sorte de subérification.

Tf. i. à deux assises de cellules sclérifiées.

Ep. i. à cellules sclérifiées, allongées tangentiellement, sauf près du faisceau M où elles sont longitudinales (fig. 243 : détails de la fig. 242).

Faisceaux au nombre de trois : un M et deux L (fig. 242) qui se continuent dans le bec stylaire très développé, les L jusqu'aux deux tiers de sa hauteur, M un peu plus loin.

LE SPERMODERME.

Considéré dans son état jeune aussi bien que dans la graine mûre, le spermoderme de *C. falcatus* répond entièrement aux caractères les plus généraux des spermodermes des *Ranunculus.*

(1) Grenier et Godron, *Flore française*, t. I, p. 18 cité par Baillon, *loc. cit.*

Genre FICARIA.

Le *Ficaria ranunculoides* Mönch. que j'ai observé ressemble beaucoup aussi aux *Ranunculus*. C'est surtout avec le *R. auricomus* qu'il offre le plus d'analogie comme le montrent les caractères suivants.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Sept assises de cellules ; des poils et des stomates à l'épiderme (fig. 1, *A*).

Structure du péricarpe à la maturité.

Le fruit est un pollakène comme chez les *Ranunculus* ; mais des douze ou quinze ovaires qui le constituent, il n'en est que un à cinq qui arrivent à complet développement. « Les pédoncules fructifères étalés sur le sol se recourbent au sommet et enfoncent le fruit en terre (1) ». La partie externe du péricarpe reste charnue et se détruit rapidement dans le sol. Il faut donc récolter les akènes avant leur enfouissement pour s'assurer de la structure du péricarpe. Ce dernier présente neuf assises de cellules :

Ep. e. à cellules tabulaires assez grandes, à parois interne et externe épaissies, les parois latérales l'étant moins.

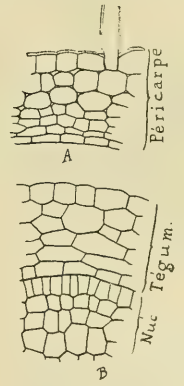


Fig. 1. — Carpelle d'une fleur épanouie : *A*, coupe transversale de la paroi de l'ovaire; *B*, idem de l'ovule. $\frac{473}{1}$.

(1) R. Sterckx, *Recherches anatomiques sur l'embryon et les plantules dans la famille des Renonculacées.* (Mém. de la Soc. roy. des Sc. de Liége, 1899, 3e sér., t. II, p. 42, et Archives de l'Institut botanique de l'Université de Liége, t. II.)

Tf. partagé en trois régions :

Tf. e. à deux ou trois assises de grandes cellules à méats;

Tf. m. à une assise de cellules plus petites;

Tf. i. à quatre assises, en moyenne, de cellules fortement sclérifiées comme chez les *Ranunculus*.

Ep. i. à cellules tabulaires un peu allongées tangentiellement, *à parois cellulosiques peu épaisses*, souvent écrasées et peu apparentes, ce qui distingue au premier coup d'œil ce péricarpe de celui des *Ranunculus*, où cette assise est toujours bien apparente (fig. 2, *C*).

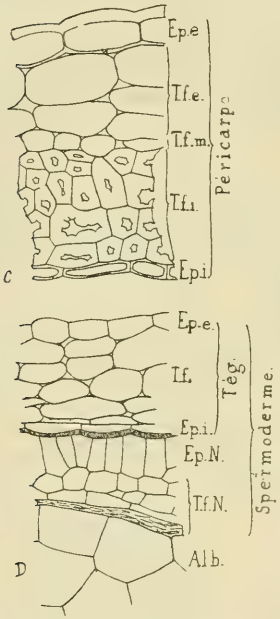


Fig. 2. — Akène arrivé à maturité presque complète : *C*, coupe transversale du péricarpe; *D*, idem de la graine (spermoderme et albumen). $\frac{175}{1}$.

Faisceaux : trois, comme dans la plupart des *Ranunculus* (fig. 4, *G*).

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

L'ovule de *Ficaria* est dressé comme chez les *Ranunculus;* mais au lieu d'être inséré au fond de la cavité ovarienne, il l'est latéralement, le long de la suture ventrale, et la base d'insertion s'étend sur une assez grande longueur. On s'en rend compte par des séries de coupes transversales dans le carpelle (fig. 4, *G*) ou bien par une coupe longitudinale (fig. 4, *F*). On peut dire que le raphé est concrescent avec la paroi ventrale de l'ovaire.

Cet ovule a à peu près 1 millimètre de longueur et présente cinq assises cellulaires au tégument; entre celui-ci et le nucelle, il existe souvent un espace vide. Pour le reste, cet ovule est semblable à celui de *Ranunculus* (fig. 1, *B*).

Spermoderme de la graine mûre.

Le spermoderme est formé par le tégument et le nucelle.

Tégument : sept assises de cellules.

Ep. e. T. à cellules isodiamétriques à parois toutes minces.

Tf. T. : parenchymateux, à cinq assises de cellules arrondies.

Ep. i. T. à cellules tabulaires à parois internes munies d'épaississements frangés très étroits (fig. 2, *D*).

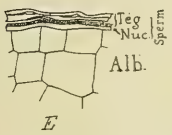


Fig. 3. — Graine mûre et sèche : coupe transversale du spermoderme et de l'albumen. $\frac{175}{1}$.

Dans une graine conservée à sec, ces tissus sont écrasés au point que l'emploi des réactifs est pour ainsi dire incapable de les faire réapparaître. Seul l'*Ep. i. T.* reste bien visible (fig. 3, *E*).

Nucelle : Ep. N. à cellules à parois minces allongées dans le sens de l'axe de l'ovule.

Il subsiste même plusieurs assises du *Tf. N.*

Dans la graine sèche, tout ce qui reste du nucelle est fortement écrasé et réduit à une lame nacrée entre l'*Ep. i. T.* et l'albumen.

Celui-ci est semblable à celui des *Ranunculus;* les cellules y ont les parois minces.

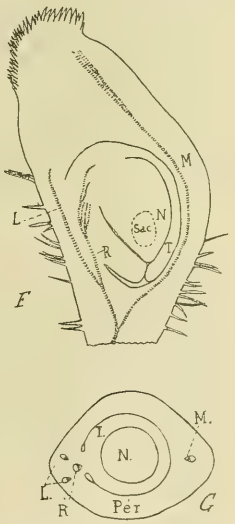


Fig. 4. — Carpelle d'une fleur épanouie : *F,* coupe longitudinale; *G,* coupe transversale pratiquée un peu au-dessus du sac embryonnaire. $\frac{22}{1}$.

Genre OXYGRAPHIS.

Mes observations sur l'*Oxygraphis Cymbalariæ* Prantl. m'ont amené à conclure que ce genre de plantes s'écartait plus que les deux précédents du genre *Ranunculus.* Cependant, lors de la floraison, les organes femelles offrent beaucoup d'analogie avec ceux de *R. sceleratus.*

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Quatre assises de cellules; des stomates à l'*Ep. e.*

Structure du péricarpe à la maturité.

Quatre assises de cellules.

Ep. e. à cellules à parois toutes minces, assez grandes; pas de poils; des stomates.

Tf. homogène; deux assises de cellules à parois minces, l'interne pouvant être identifiée au *Tf. m.* (assise génératrice des faisceaux); le *Tf. i.* fait défaut.

Ep. i. à cellules sclérifiées, allongées longitudinalement (fig. 249 : coupe transversale dans le péricarpe mûr).

Faisceaux. — Presque aussi nombreux que dans *R. arvensis*, les faisceaux présentent le même parcours; ils ne sont constitués que de quelques éléments conducteurs entourés d'un gros massif de cellules sclérifiées (fig. 248 : coupe transversale, dessin d'ensemble).

Il est à remarquer que le fruit d'*O. cymbalariæ* est déhiscent, ce que montre d'ailleurs la coupe transversale dans la région ventrale où se voit la surface de déhiscence (fig. 250).

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Le *tégument* de l'ovule se prolonge bien au delà du sommet du nucelle, de sorte que le canal micropylien est très long (fig. 247 : coupe longitudinale de l'ovaire, ensemble); ce tégument comprend cinq assises de cellules.

Nucelle : Ep. N. simple, même au sommet.

Tf. N. résorbé vers le sommet; sac embryonnaire grand touchant à l'*Ep. N.* au sommet (fig. 251 : coupe longitudinale de l'ovule).

Spermoderme de la graine mûre.

Le spermoderme est formé par le tégument seul.

Ep. e. T. à une assise de cellules tabulaires à paroi externe épaisse.

Tf. T. à une assise persistante de cellules à parois minces.

Ep. i. T. à cellules tabulaires à paroi interne épaissie, sans franges (fig. 253 : coupe transversale d'une graine mûre, traitée par la potasse).

Cette structure rappelle celle du spermoderme de *R. Flammula.*

Genre MYOSURUS.

C'est le seul genre de la tribu des Renonculées où l'ovule soit pendant, à raphé dorsal et à micropyle tourné vers le haut. C'est celui qui s'éloigne le plus des *Ranunculus* aussi par la structure des péricarpe et spermoderme. Il peut servir de transition vers les Anémonées.

J'ai examiné les fruits de l'espèce européenne *M. minimus* L.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Cinq assises de cellules peu différenciées; poils rares.

Structure du péricarpe à la maturité.

La coupe de l'akène présente la forme d'un triangle isocèle dont la base occupe la région dorsale. De part et d'autre du faisceau M, en effet, il existe une arête produite par l'existence, en ces endroits, sous l'*Ep. e.*, d'un tissu formé de cellules à parois minces; ce tissu diminue graduellement en allant du faisceau M vers les L et s'éteint vers le tiers de ce trajet (fig. 254 : coupe transversale du péricarpe). Ailleurs, on trouve la constitution fondamentale suivante :

Cinq assises de cellules.

Ep. e. à cellules à paroi externe épaisse, les autres minces.

Tf. : deux ou trois assises de cellules, allongées obliquement, à parois épaisses sclérifiées.

Ep. i. à cellules sclérifiées se confondant avec celles du *Tf.*

Faisceaux : trois, englobés dans le *Tf.* sclérifié.

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

L'ovule, qui n'a que quatre assises de cellules au tégument, ressemble à celui de l'*Oxygraphis cymbalariæ*, sauf que le canal micropylien est moins long (fig. 255 : coupe longitudinale de l'ovule).

Structure du spermoderme à la maturité.

Cette structure est la même que celle du spermoderme de la plante précédente; seulement le *Tf. T.* présente deux assises au lieu d'une de cellules écrasées, mais rendues visibles par la potasse (fig. 256 : coupe transversale du spermoderme).

ANÉMONÉES.

Carpelle uniovulé avec ou sans ovules rudimentaires; ovule anatrope, uni- ou bitégumenté et pendant, à raphé dorsal; graine albuminée.

Genre THALICTRUM.

Carpelle essentiellement uniovulé; ovule bitégumenté.
J'ai étudié les *T. flavum* L. et *aquilegifolium* L.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur.

Cinq à sept assises de cellules; stomates et, chez *T. flavum*, poils en massue à l'*Ep. e.*

Structure du péricarpe à la maturité.

Ep. e. à cellules assez grandes à paroi externe plus épaisse que les autres, isodiamétriques et à contours sinueux dans les dépressions allongées longitudinalement et à contours rectilignes le long des côtes. Stomates nombreux dans les dépressions. Poils courts chez *T. flavum;* manquent chez *T. aquilegifolium.*

Tf. à trois, quatre ou cinq assises (*T. flavum*) ou davantage (*T. aquilegifolium*); cellules à parois un peu épaissies et ponctuées.

Ep. i. à cellules allongées longitudinalement; leurs parois latérales et internes sont très épaisses chez *T. flavum* et beaucoup moins chez *T. aquilegifolium.*

Faisceaux en nombre pair longeant les côtes; dix chez *T. flavum;* quatre chez *T. aquilegifolium;* celui opposé au faisceau M se rend dans l'ovule. Pas d'anastomoses entre ces faisceaux, dont les éléments conducteurs sont généralement entourés d'un grand nombre de cellules sclérifiées.

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Primine : quatre (*T. aquilegifolium*) ou cinq assises (*T. flavum*).

Secondine : deux (*T aquilegifolium*) ou trois assises (*T. flavum*).

Nucelle : Ep. N. simple au sommet.

Tf. N. présentant une assise sous le sommet séparant ainsi complètement de l'*Ep. N.* le sac embryonnaire assez volumineux.

Spermoderme de la graine mûre.

Le nucelle s'étant résorbé avant la maturité de la graine, le spermoderme est formé aux dépens de la primine et de la secondine. Les spermodermes de l'une et de l'autre espèce de *Thalictrum* sont semblables, sauf que celui de *T. aquilegifolium* a une forte coloration brune. Je me borne donc à renvoyer le lecteur à la première partie.

Genre ADONIS.

Mes observations se sont portées sur trois espèces : *A. autumnalis* L., *A. æstivalis* L. et *A. vernalis* L.; j'ai en outre étudié une plante cultivée sous le nom d'*A. squarrosus;* mais je ne lui ai trouvé aucune différence avec l'*A. autumnalis,* si ce n'est d'avoir un pollakène plus allongé et des akènes plus saillants (1).

Carpelle uniovulé avec ovules rudimentaires; ovule bitégumenté.

Structure de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Comme dans le *Thalictrum flavum,* sauf que dans l'*A. æstivalis* il n'y a pas de poils à l'*Ep. e.* et que dans l'*A. vernalis* les poils ne sont pas glanduleux (fig. 258 : poil de l'ovaire d'*A. autumnalis*).

(1) J'insiste sur ce point, parce que cette remarque semble concorder avec une note de MM. G. Rouy et J. Foucaud, *Flore de France,* 1893, t. I, p. 55 (en note).

Structure du péricarpe à la maturité.

Quinze assises de cellules en moyenne.

Ep. e. à cellules à parois externe et interne fortement épaissies. Cuticule assez mince (*A. autumnalis* et *æstivalis*) ou épaisse et fortement sillonnée (*A. vernalis*). Des stomates; des poils courts et glanduleux (*A. autumnalis*) ou longs et effilés (*A. vernalis*), ou nuls (*A. æstivalis*).

Tf. comportant trois régions :

Tf. e. : sept assises environ de cellules parenchymateuses.

Tf. m. à une assise de cellules plus ou moins aplaties, à parois minces, génératrice des faisceaux.

Tf. i. à cinq assises environ de cellules sclérifiées à parois épaisses, renfermant un cristal d'oxalate de chaux.

Ep. i. à cellules sclérifiées à parois épaisses, plus ou moins allongées tangentiellement (fig. 260 et 261 : coupe transversale du péricarpe mûr).

Faisceaux en nombre pair, seize en moyenne, reliés par des anastomoses obliques; parcours fort semblable à celui des faisceaux du *Ranunculus arvensis*. Seul le faisceau opposé à M, très petit, est isolé des autres et se rend dans l'ovule (fig. 259 : ensemble de la coupe transversale).

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Dans les *Adonis*, il existe, au-dessus de l'ovule principal, deux paires d'ovules rudimentaires pareils à ceux du *Clematis* (voir page 34) et à ceux qui se rencontrent chez certains *Anemone* (fig. 257 : coupe longitudinale dans un ovaire d'une fleur épanouie).

Primine : six ou sept assises de cellules.

Secondine : deux assises.

Nucelle : Ep. N. subdivisé au sommet en dessous duquel le *Tf. N.* est résorbé.

Spermoderme de la graine mûre.

Le spermoderme est formé aux dépens de la primine, de la secondine et du nucelle.

Dans une graine fraîchement récoltée, les tissus du spermoderme ne sont pas trop écrasés et réapparaissent aisément à l'aide des réactifs.

Primine : Ep. e. P. coloré en bleu (*A. autumnalis* et *æstivalis*) ou en jaune (*A. vernalis*). Cellules tabulaires à paroi externe épaisse.

Tf. P. à huit assises de cellules grandes, parenchymateuses, écrasées dans la graine sèche, surtout celles des assises internes.

Ep. i. P. à cellules à parois minces écrasées.

Secondine : Ep. e. S. comme à l'*Ep. i. P.*

Ep. i. S. à petites cellules à paroi interne un peu épaissie, à contenu dense. De même que dans les *Thalictrum,* absence de franges d'épaississements.

Nucelle : Ep. N. à cellules cubiques écrasées (fig. 263 : coupe transversale du spermoderme).

Genres ANEMONE et HEPATICA.

Du genre *Anemone,* treize espèces ont été étudiées au stade de la maturité, à savoir : *A. nemorosa* L.; *A. sylvestris* L.; *A. multifida* D.C.; *A. Pulsatilla* L.; *A. Baldensis* L.; *A. Virginiana* L.; *A. vitifolia* Buchan.; *A. alba* Juss.; *A. intermedia* Hoppe (= *Pulsatilla montana* Hoppe); *A. patens* L.; *A. pratensis* L.; *A. vernalis* L.; *A. narcissiflora* L., ainsi que *Hepatica triloba* Chaix.; cette dernière espèce, ainsi que les quatre premières du genre *Anemone,* ont en outre fait l'objet d'observations au stade de la fleur épanouie.

Caractères généraux : carpelle uniovulé par avortement (excepté *A. multifida* où il n'y a pas d'ovules rudimentaires); ovule unitégumenté (fig. 264 : coupe longitudinale d'un carpelle).

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Tissus peu différenciés comprenant trois à quatre assises de cellules (*A. Pulsatilla* [fig. 273 : coupe transversale dans un ovaire; péric.]) ou quatre (*A. nemorosa; A. sylvestris; Hepatica triloba*) ou cinq assises (*A. multifida*).

Structure du péricarpe à la maturité.

Des coupes faites vers le milieu des akènes montrent, dans le péricarpe mûr, toujours quatre assises de cellules (*A. sylvestris* [fig. 270 : coupe transversale dans le péricarpe et le spermoderme d'un fruit mûr]; *A. Baldensis; A. alba; A. Virginiana* [fig. 278 : comme à la fig. 270]; *Hepatica triloba*), ou bien quatre ou cinq assises (*A. Pulsatilla* [fig. 274 : comme à la fig. 270]; *A. intermedia; A. pratensis; A. vernalis*), ou cinq assises (*A. nemorosa* [fig. 266 : coupe transversale du péricarpe mûr]; *A. patens* [fig. 275 : comme à la fig. 270]; *A. multifida* [fig. 277 : comme à la fig. 270]; *A. vitifolia*), ou huit assises (*A. narcissiflora* [fig. 280 : comme à la fig. 270]).

Ep. e. à cellules à paroi externe épaisse, généralement tabulaires, parfois plus hautes que larges (*A. Pulsatilla* [fig. 274]; *A. intermedia; A. patens* [fig. 275]; *A. vernalis*), auquel cas les parois externes sont d'une épaisseur plus considérable. Dans certaines espèces, ces cellules épidermiques sont relativement très grandes (*A. pratensis; A. vitifolia; A. narcissiflora* [fig. 280]), et quelquefois non seulement les parois externes sont très épaisses, mais des épaississements s'observent aussi sur les parois internes (*A. narcissiflora; Hepatica triloba*). Dans la plupart des cas, l'épiderme est couvert de poils souvent longs, effilés, flexueux et soyeux, parfois raides au contraire (*A. Pulsatilla, intermedia, patens, pratensis*), rarement courts (*Hepatica triloba*); il est glabre chez *A. vernalis* et *A. narcissiflora.*

Tf. : homogène, parenchymateux, sauf chez *A. narcissiflora* où la partie externe, comprenant quatre assises en moyenne, est parenchymateuse, et la partie interne, de deux assises environ, est un sclérenchyme (fig. 280).

Ep. i. à cellules à parois épaissies de diverses façons :

1° En fer à cheval (c'est-à-dire dont les parois latérales et interne sont seules épaissies de manière à figurer un U), et alors (sauf dans *A. multifida* [fig. 277]) à section carrée chez *A. nemorosa* (fig. 266); *A. sylvestris* (fig. 270); *A. virginiana* (fig. 278); *A. vitifolia* et *A. alba;* dans ces quatre dernières espèces, les parois latérales ne sont épaissies que suivant leur moitié interne;

2° Toutes les parois sont épaissies tantôt inégalement, les parois externes l'étant moins (*A. Baldensis* [fig. 271]), tantôt également (*A. Pulsatilla* [fig. 274]; *A. intermedia; A. pratensis; A. vernalis; Hepatica triloba; A. patens* et *A. narcissiflora*), et alors, sauf chez cette dernière, les cellules sont plus hautes que larges, surtout chez *A. vernalis;* ces épaississements sont relativement considérables chez *A. patens* (fig. 275) et *A. narcissiflora* (fig. 280).

Faisceaux : deux dont un, M, dorsal; l'autre, ventral, se rendant dans la graine.

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Ovule unitégumenté, pendant, à raphé dorsal.

Tégument à quatre assises de cellules (*A. sylvestris, A. multifida*), ou cinq (*A. nemorosa* [fig. 267 : coupe longitudinale dans l'ovule]), ou de cinq à six (*A. Pulsatilla* [fig. 273], *Hepatica triloba*).

Nucelle : Ep. N., multiple au sommet, excepté dans *H. triloba*, où il est indivis partout.

Sac embryonnaire en général assez volumineux.

Spermoderme de la graine mûre.

Le spermoderme est formé uniquement aux dépens du tégument, excepté chez *A. nemorosa, A. Pulsatilla, A. intermedia*, où l'*Ep. N.* persiste.

Tégument : *Ep. e. T.* à cellules tabulaires à paroi externe le plus souvent épaisse, parfois mince (*A. nemorosa* [fig. 268 : coupe transversale dans le tégument de la graine mûre], *A. Virginiana* [fig. 278], *A. vitifolia*), particulièrement grandes chez *A. multifida* (fig. 277) et *A. narcissiflora* (fig. 280).

Tf. T. à cellules à parois minces, dont les assises persistent généralement au nombre de deux ou de trois, rarement une (*A. multifida*), ou quatre à cinq (*A. narcissiflora*), ou quatre à six (*H. triloba*).

Ep. i. T. à cellules le plus souvent presque isodiamétriques, parfois franchement tabulaires (*A. sylvestris*, *A. Baldensis*, *A. multifida*, *H. triloba*, *A. narcissiflora*, où elles sont très plates), à paroi interne épaissie sans franges (*A. nemorosa*), ou à franges très étroites (*A. sylvestris*, *Baldensis*, *vitifolia* et *alba*), mais plus généralement assez large.

L'*Ep. N.*, quand il persiste, présente des cellules à section carrée.

Le faisceau du raphé, après s'être épanoui en plusieurs courtes branches à la chalaze, envoie parfois un prolongement dans le tégument, et la coupe transversale de l'ovule ou de la graine présente alors deux faisceaux situés à l'opposite l'un de l'autre, comme c'est le cas chez *A. nemorosa* (fig. 265 : coupe transversale dans le péricarpe et le spermoderme d'un fruit mûr, dessin d'ensemble), *A. sylvestris*, *Baldensis*, *Virginiana*, *vitifolia* et *alba*.

Observations. — 1. Il est à remarquer que l'organogénie du fruit des *Anemone* offre une analogie complète avec celle des fruits de *Clematis*, qui a été décrite dans la première partie (voir p. 30). Dans l'un comme dans l'autre cas, l'ovule est pendant, et, outre cet ovule principal, il en existe deux ou trois paires de rudimentaires qui subsistent à l'état de simples mamelons, dans lesquels se différencie assez souvent une cellule mère du sac embryonnaire; mais ils s'arrêtent là dans leur évolution; d'ailleurs, il suffit de comparer la figure 264 à la figure 71 pour se rendre compte de cette analogie.

2. L'*Anemone narcissiflora* se distingue des autres *Anemone* par la structure particulièrement différente de son péricarpe. L'ensemble de l'akène diffère aussi par sa forme extérieure et par sa taille de ceux des autres espèces; chez celles-ci, l'akène est plutôt fusiforme, a peine un peu aplati; chez l'*A. narcissiflora*, outre qu'il est plus grand, il a la forme d'une lentille légèrement biconvexe, étant même quelque peu ailé (fig. 279 : coupe transversale de l'akène). Il eût été intéressant de s'assurer si la complication de structure du péricarpe d'*A. narcissiflora* se retrouve chez *A. umbellata* Willd. et *A. Sibirica* L., ces trois

espèces, d'après le Prodrome, formant la section *Omalocarpus* (1). Mais je n'ai pu obtenir de graines de ces deux dernières espèces.

3. Chacun pourra s'apercevoir de l'étroite affinité qui réunit les espèces *Pulsatilla, intermedia, pratensis, vernalis* et *patens* qui font partie de la section *Pulsatilla*. Cette section se distingue des autres espèces au point de vue de presque tous les caractères examinés ici.

4. Par la structure du péricarpe et du spermoderme, l'*Hepatica triloba* présente tant de ressemblances avec les *Anemone*, que je me suis décidé à réunir les deux genres en une seule rubrique. Bien plus, par ses caractères les plus saillants, cette espèce est plus spécialement voisine des cinq mentionnées à l'alinéa précédent.

Genre KNOWLTONIA.

L'espèce étudiée, *K. vesicatoria* Sims., m'a fourni des caractères suffisamment tranchés pour faire l'objet d'un paragraphe spécial. Faute de graines suffisamment fraîches, je n'en ai pu obtenir de germinations, et encore moins de fleurs, et force m'a été de ne considérer que l'état mûr du péricarpe et du spermoderme.

Structure du péricarpe à la maturité.

Ep. e. à une assise de cellules isodiamétriques à paroi externe épaisse.

Tf. : divisé nettement en deux tissus différents :

Tf. e. : de six à huit assises de cellules parenchymateuses très grandes vers l'extérieur, plus petites dans les assises profondes;

Tf. i. à quatre ou cinq assises de cellules étroites, sclérifiées.

Chez *Anemone narcissiflora*, cette différenciation du *Tf.* est moins nette, en ce sens qu'en certains endroits, peu nombreux il est vrai, on peut aller de l'*Ep. e.* à l'*Ep. i.* sans rencontrer de cellules sclérifiées dans le *Tf.* (fig. 280); néanmoins cette espèce

(1) A.-P. De Candolle, *Prodromus regni vegetabilis*. Parisiis, 1824, t. I, p. 22.

est à comparer avec le *K. vesicatoria* au point de vue de la structure de son fruit.

Ep. i. à une assise de cellules sclérifiées, comme au *Tf. i.*, allongées longitudinalement (fig. 282 : coupe transversale du péricarpe).

Faisceaux : deux comme chez les *Anemone* (fig. 281 : coupe transversale du fruit mûr, dessin d'ensemble).

Spermoderme à la maturité.

Le spermoderme est formé aux dépens du tégument unique et du nucelle.

Tégument : Ep. e. T. à cellules isodiamétriques, à parois épaisses, surtout l'externe.

Tf. T. à quatre assises de cellules parenchymateuses bien reconnaissables.

Ep. i. T. à cellules à épaississements frangés.

Nucelle fortement écrasé formant une lame nacrée; mais l'*Ep. N* réapparaît par places sous l'action des réactifs (fig. 283 : coupe transversale du spermoderme).

En somme, l'organisation du fruit du *K. vesicatoria* est intermédiaire entre celle des *Adonis* et celle des *Anemone.* Par le grand nombre des assises du péricarpe dont les plus profondes sont sclérifiées, cette espèce se rapproche des *Adonis;* par la structure du spermoderme et les deux faisceaux dans le péricarpe, elle ressemble aux *Anemone.*

CLÉMATIDÉES.

Carpelle uniovulé avec ovules rudimentaires; ovule anatrope, unitégumenté, pendant et à raphé dorsal; graine albuminée.

Genres CLEMATIS et ATRAGENE.

Ces deux genres sont tellement semblables que ce serait me répéter que donner séparément les caractères de l'un et de l'autre.

J'ai étudié six espèces de *Clematis : C. Vitalba* L.; *C. heracleæfolia* D. C.; *C. Viticella* L.; *C. integrifolia* L.; *C. Flammula* L.; *C. cirrhosa* L. et *Atragene Alpina* L. Les deux premières ont été examinées à deux stades différents.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Six assises de cellules. Ces dernières, dans l'*Ep. e.* du *C. Vitalba,* sont grandes; dans celui du *C. heracleæfolia,* elles sont étroites.

Structure du péricarpe à la maturité.

Ep. e. à cellules tantôt assez grandes (*C. Vitalba; C. Viticella; C. heracleæfolia*) ou bien relativement petites, mais toujours à paroi externe épaisse recouverte d'une cuticule mince, rarement épaisse (*C. Flammula*).

Cet épiderme est recouvert de poils effilés souvent courts ou d'autres fois longs (*C. heracleæfolia; C. Vitalba; C. Viticella*).

Tf. à cellules parenchymateuses à assises au nombre de quatre (*C. heracleæfolia; C. Flammula*) ou plus souvent de cinq, ou quelquefois de six (*C. Viticella*).

Ep. i. à une, rarement par places deux ou trois (*C. Viticella* [fig. 287 : coupe transversale dans le péricarpe et le spermo-

derme du fruit mûr]) assises de cellules, très allongées dans le sens de l'axe du fruit, à diamètre étroit, ordinairement serrées les unes contre les autres, parfois écartées (*C. Vitalba*); à parois épaissies, parfois jusqu'à oblitérer presque complètement la cavité cellulaire (*C. integrifolia* [fig. 284 : coupe transversale dans le péricarpe]; *C. cirrhosa; Atragene Alpina* [fig. 289 : comme à la fig. 287]); celle-ci arrondie ou plus large que haute (*C. Vitalba; C. Flammula*), mais plus souvent plus haute.

Faisceaux : deux comme au genre *Anemone*.

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Dans toutes les Clématidées, il existe, outre l'ovule principal, deux ou trois paires d'ovules rudimentaires réduits à l'état de mamelons.

L'ovule principal ne comprend qu'un seul tégument et le nucelle.

Tégument : cinq ou six assises de cellules non différenciées.

Nucelle : Ep. N. simple, même au sommet.

Tf. N. résorbé au sommet.

Spermoderme de la graine mûre.

Le spermoderme peut être formé par le tégument et le nucelle (*C. Vitalba; C. heracleæfolia; C. Flammula*); mais souvent ce dernier est entièrement résorbé avant la maturité.

Tégument : nombre d'assises assez variable : cinq (*C. Flammula*); cinq ou six (*C. Vitalba*); six (*C. heracleæfolia*); sept (*C. cirrhosa; Atragene Alpina* [fig. 289]); huit ou neuf (*C. Viticella* [fig. 287]; *C. integrifolia* [fig. 285 : coupe transversale dans le spermoderme]).

Ep. e. T. à cellules à paroi externe épaisse, rarement mince (*C. Vitalba*).

Tf. T. parenchymateux.

Ep. i. T. à cellules tabulaires présentant toutes des franges d'épaississement parfois assez hautes (*C. Viticella; C. cirrhosa;*

Atragene Alpina), rarement à paroi du fond relativement très épaisse (*C. integrifolia* [fig. 285]). Vues de face, elles montrent des stries qui, toutes (*C. Vitalba; C. cirrhosa*) ou en partie (*C. Viticella* [fig. 288]), rayonnent vers le centre de la cellule, ou bien sont parallèles (*A. Alpina* [fig. 290]), ou concentriques avec un espace clair au milieu (*C. Flammula*); ou bien, au lieu de stries, il y a des hachures dirigées en tous sens (*C. integrifolia* [fig. 286]).

Nucelle : quand il persiste, il consiste en une lame nacrée dont, par l'action des réactifs, l'*Ep. N.* est rendu bien apparent par places et montre des cellules allongées longitudinalement à épaississements fibrillés cellulosiques. Cependant dans *C. heracleœfolia*, l'*Ep. N.* réapparaît à peine, et dans *C. Flammula*, outre l'*Ep. N.*, il persiste çà et là des cellules du *Tf. N.*

HELLEBORÉES.

Carpelle multiovulé; ovule anatrope unitégumenté ou bitégumenté; graine albuminée, lisse.

Genre HELLEBORUS.

L'*Helleborus fœtidus* L. a fait l'objet d'une étude détaillée et a été décrit à la première partie; je m'en rapporte à ce qu'il y a été dit pour établir les caractères du genre.

Genre CALTHA.

J'ai pu observer les différents stades de la formation du fruit et de la graine du *Caltha palustris* L. Ce fruit consiste en follicules réunis par cinq à dix sur le même pédoncule.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Six assises de cellules.

Ep. e. : comme dans l'*Helleborus*, mais on y rencontre en outre des stomates. Poils nombreux.

Tf. à quatre assises de cellules toutes semblables, mais où l'on peut distinguer :

Tf. e. à une assise de cellules;

Tf. m. à une assise également;

Tf. i. à deux assises;

Ep. i. à cellules allongées tangentiellement (fig. 291 : coupe transversale dans un ovaire).

Structure du péricarpe à la maturité.

Sept assises de cellules.

Ep. e. : comme dans l'*Helleborus;* stomates arrondis; poils caducs.

Tf. : parenchyme à grands méats.

Ep. i. : cellules allongées tangentiellement, à parois externe et interne épaisses. Pas de stomates (fig. 293 : coupe transversale dans le péricarpe mûr).

Faisceaux : trois à parcours comme dans l'*Helleborus*, sauf que le faisceau M ne se trifurque pas pour passer dans le style (fig. 292 : coupe transversale dans le péricarpe, dessin d'ensemble).

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Primine : quatre assises de cellules.

Secondine : deux assises dont l'interne se redouble vers les bords.

Nucelle : *Ep. N.* multiple au sommet.

Tf. N. non résorbé au sommet et entourant complètement le sac embryonnaire.

Sac embryonnaire volumineux, ovale (fig. 294 : coupe longitudinale d'un ovule).

Spermoderme de la graine mûre.

Toutes les parties de l'ovule, c'est-à-dire la primine, la secondine et le nucelle, concourent à la formation du spermoderme.

Primine : fournissant ses quatre à six assises cellulaires.

Ep. e. P. : cellules isodiamétriques à paroi externe très épaisse, cellulosique, recouverte d'une cuticule bien visible, sans prolongement en forme de papille.

Secondine : deux assises de cellules :

Ep. e. S. peu distinct.

Ep. i. S. : cellules allongées tangentiellement, à épaississements frangés étroits, peu marqués, apparaissant sous forme de lame jaune dans une coupe d'une graine sèche non traitée par les réactifs. Vue de face, cette assise montre des cellules à contours polygonaux hachurés de stries perpendiculaires, le fond restant homogène (fig. 296).

En somme, l'ensemble de la primine et de la secondine qui correspond au tégument unique de l'*Helleborus* en a aussi la

même structure (fig. 295 : coupe transversale dans le spermoderme d'une graine mûre non encore desséchée).

Nucelle : Ep. N. persistant seul, fortement écrasé, reconnaissable par places après l'action des réactifs.

Genre TROLLIUS.

J'ai procédé pour le *Trollius Europæus* L. comme pour le *Caltha*, dont il se rapproche beaucoup.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Sept assises de cellules.

Ep. e. à cellules un peu plus hautes que dans le *Caltha* à parois externe et interne épaisses. Poils comme dans le *Caltha*, mais rares.

Tf. à cinq assises de cellules.

Ep. i. comme dans le *Caltha* (fig. 298 : coupe transversale dans le carpelle, longitudinale par rapport à l'ovule).

Structure du péricarpe à la maturité.

Dix assises de cellules.

Ep. e. à cellules isodiamétriques à parois épaisses, surtout les externes (fig. 299 : coupe transversale de l'*Ep. e.*).

Tf. comme au *Caltha*.

Ep. i. à cellules allongées longitudinalement, à parois toutes épaisses et ponctuées. Pas de stomates (fig. 300 : coupe transversale ; fig. 301 : coupe longitudinale de l'*Ep. i.* du péricarpe mûr).

Faisceaux. — Cinq : un M dorsal, deux *i* à droite et à gauche de celui-ci et deux L ventraux. Ces faisceaux sont reliés entre eux, comme dans l'*Helleborus*, par des anastomoses presque horizontales (fig. 297, comme à la fig. 298, ensemble).

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Ovule constitué comme dans le *Caltha*.

Primine : six ou sept assises de cellules.

Secondine comme dans le *Caltha*.

Nucelle : Ep. N. comme dans le *Caltha.*

Tf. N. résorbé en grande partie; il en subsiste une « calotte » au sommet.

Sac embryonnaire très grand (fig. 297 et 298).

Spermoderme de la graine mûre.

La secondine et le nucelle ayant été résorbés, le spermoderme se forme aux dépens *de la primine seule.*

Ep. e. P. à cellules isodiamétriques à parois externes et latérales épaissies en forme de fer à cheval; section des parois latérales claviforme (fig. 302 : coupe transversale du spermoderme mûr, *Ep. e. P.*). Vues de face, ces cellules montrent une cavité arrondie, encadrée d'un contour très épais, brun foncé, bordé intérieurement d'un ourlet polygonal plus clair (fig. 303 : *Ep. e. P.* vu de face).

Tf. P. écrasé, rendu apparent au moyen des réactifs.

Ep. i. P. à cellules tabulaires avec franges d'épaississement; vues de face, elles présentent une striation, comme dans l'*Ep. i. T.* du *Clematis Viticella* (fig. 304 : *Ep. i. P.*, vu de face).

Genre ERANTHIS.

Toutes proportions gardées, l'*Eranthis hyemalis* Salisb. offre beaucoup de ressemblances avec l'*Helleborus.*

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Comme dans l'*Helleborus*, sauf qu'à l'*Ep. e.* il y a des stomates comme dans le *Caltha.*

Structure du péricarpe à la maturité.

Huit assises de cellules toutes écrasées, à parois minces.

Ep. e. à cellules à parois minces, l'externe recouverte d'une cuticule mince; de face, contours sinueux. Stomates et poils comme dans le *Caltha.*

Tf. à cellules à parois minces.

Ep. i. à cellules, vues de face, à contours sinueux; pas de stomates.

Faisceaux : trois comme dans l'*Helleborus* (fig. 306 : coupe transversale du péricarpe mûr; ensemble).

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Comme dans le *Trollius Europœus* (fig. 305 : coupe transversale dans un ovaire, longitudinale pour l'ovule).

Spermoderme de la graine mûre.

Formé aux dépens de la primine et de la secondine.

A part l'*Ep. e. P.*, dont les cellules ont des parois externes un peu épaissies, toutes les cellules de la primine et de la secondine, y compris l'*Ep. i. S.*, ont les parois minces et sont écrasées. La secondine se distingue de la primine par sa coloration brune (fig. 307 : coupe transversale dans le spermoderme mûr).

Genre AQUILEGIA.

Ayant examiné *A. vulgaris* L. et *A. chrysantha* A. Gr., je n'ai à aucun stade pu établir entre eux de distinction au point de vue anatomique.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Sept assises de cellules.

Ep. e. Comme dans le *Delphinium Ajacis*. Poils tous ventrus; des stomates.

Tf. subdivisé en trois régions, comme dans le *Delphinium Ajacis*, mais *Tf. i.* ne comprenant que deux assises.

Ep. i. à cellules allongées tangentiellement.

Structure du péricarpe à la maturité.

Sept assises de cellules.

Ep. e. à cellules tabulaires, à paroi externe épaisse, à contour sinueux. Poils persistants. Stomates sans cellules annexes, proéminents (fig. 328 : coupe transversale de l'*Ep. e.* comprenant un poil; fig. 329 : idem comprenant un stomate; fig. 330 : lambeau d'*Ep. e.* vu de face avec stomate et insertion d'un poil) (1).

(1) Toutes les figures se rapportent à l'*A. vulgaris*.

Tf. à cinq assises de cellules toutes semblables, parenchymateuses.

Ep. i. à cellules tangentiellement allongées, à parois épaisses, les latérales étant fortement ponctuées.

Faisceaux : trois reliés entre eux par de nombreuses anastomoses horizontales se relevant verticalement dans le voisinage du faisceau M (fig. 327 : coupe transversale dans le péricarpe mûr).

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Primine : sept assises de cellules.

Secondine : deux assises.

Nucelle : Ep. N. simple partout.

Tf. N. non résorbé au sommet.

Sac embryonnaire étroit (fig. 326 : coupe transversale dans un carpelle, longitudinale dans l'ovule).

Spermoderme de la graine mûre.

Spermoderme formé aux dépens de la primine et de la secondine seulement.

Primine : Ep. e. P. à cellules très hautes, à paroi externe très épaisse, de même que la moitié externe des parois latérales, formant ainsi des épaississements en fer à cheval colorés en bleu plus foncé vers l'intérieur que vers l'extérieur ; cuticule assez épaisse ; le reste des parois latérales et les parois internes minces.

Tf. P. et *Ep. i. P.* ayant ensemble six assises cellulaires écrasées.

Secondine : Ep. e. S. à cellules écrasées.

Ep. i. S. à cellules à paroi interne épaisse, sans franges, à contenu brun.

Nucelle entièrement résorbé (fig. 331 : coupe transversale dans le spermoderme mûr).

DELPHINIÉES.

Carpelle multiovulé; ovule anatrope unitégumenté ou bitégumenté; graine albuminée, à surface plus ou moins rugueuse, jamais lisse.

Genre ISOPYRUM.

L'*Isopyrum fumarioides* L., que j'ai étudié lors de la floraison et à l'état mûr, possède des caractères établissant une transition du groupe précédent vers celui des Delphiniées.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Cinq assises de cellules.

Ep. e. comme dans le *Caltha.*

Tf. à trois assises de cellules peu différenciées.

Ep. i. à cellules allongées longitudinalement.

Structure du péricarpe à la maturité.

Six assises de cellules.

Ep. e. comme dans le *Caltha;* poils les uns plus petits que les autres.

Tf. à quatre assises de cellules.

Ep. i. à cellules allongées longitudinalement ou un peu obliquement à parois épaisses.

Faisceaux : une quinzaine dont trois principaux, un M et deux L à parcours semblable à celui des faisceaux du péricarpe de *Delphinium* (fig. 309 : coupe transversale du péricarpe mûr).

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Primine : cinq ou six assises de cellules.

Secondine : deux assises cellulaires.

Nucelle : Ep. N. multiple au sommet.

Tf. N. résorbé au sommet.

Sac embryonnaire assez petit (fig. 308 : coupe transversale dans un carpelle, longitudinale dans l'ovule).

Spermoderme de la graine mûre.

La primine et la secondine seules entrent dans la formation du spermoderme. Celui-ci, à part qu'il est beaucoup plus réduit dans ses formes, offre beaucoup d'analogie avec celui de *Delphinium Ajacis.*

Primine : comme dans le *Delphinium Ajacis.*

Secondine : comme dans le *Delphinium Ajacis ;* mais à l'*Ep. i. S.* les franges d'épaississement sont visibles aussi sur une coupe transversale.

Nucelle résorbé (fig. 311 : coupe transversale dans la graine mûre).

Genre GARIDELLA.

L'espèce la plus répandue, le *G. Nigellastrum* L., a seule été étudiée aux deux stades de la fleur épanouie et du fruit mûr.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Quatorze assises de cellules.

Ep. e. : comme dans le *Delphinium Ajacis ;* partie effilée des poils ventrus plus courte (fig. 314 : un poil de l'*Ep. e.*).

Tf. subdivisé en trois régions :

Tf. e. à deux assises cellulaires à chlorophylle, se multipliant par place de façon à produire des protubérances ;

Tf. m. à trois assises de cellules allongées tangentiellement ;

Tf. i. à sept assises de cellules parenchymateuses, sans chlorophylle.

Ep. i. à cellules tabulaires à parois externe et interne épaisses (fig. 313 : coupe transversale de la paroi de l'ovaire).

Structure du péricarpe à la maturité.

Assises cellulaires nombreuses.

Ep. e. à cellules à paroi externe très épaisse recouverte d'une cuticule verruqueuse; poils ventrus; stomates.

Tf. e. : comme au stade précédent.

Tf. m. : de huit à dix assises de cellules étroites à parois épaisses, allongées tangentiellement.

Tf. i. : grandes cellules à parois minces, les assises internes étant résorbées ou aplaties sous forme de lame cornée avec l'*Ep. i.* (fig. 315 : coupe transversale du péricarpe mûr).

Faisceaux : trois, reliés par de nombreuses anastomoses horizontales.

Les carpelles, ordinairement au nombre de trois, sont concrescents dans leur moitié inférieure (fig. 312 : coupe transversale dans l'ovaire d'une fleur épanouie, longitudinale pour les ovules).

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Primine : quatre assises de cellules.

Secondine : Ep. e. S. et *Ep. i. S.*, celui-ci à cellules un peu allongées longitudinalement.

Nucelle : Ep. N. très reconnaissable, double au sommet.

Tf. N. résorbé au sommet.

Sac embryonnaire assez grand.

Spermoderme de la graine mûre.

Spermoderme constitué par la primine, la secondine et le nucelle.

Primine : Ep. e. P. à cellules isodiamétriques à parois épaisses et brunes, certaines d'entre elles formant, en se recloisonnant, un réseau proéminent à la surface de la graine (1).

Tf. P. à plusieurs assises de cellules à parois minces, à part

(1) Plus loin, nous verrons qu'il existe également un réseau superficiel dans la graine du *Delphinium Staphisagria;* mais il est formé d'une façon un peu différente.

celles de l'assise la plus externe qui sont beaucoup plus grandes, à parois épaisses et secrètent une sorte de résine (fig. 316 : hyp.).

Ep. i. P. : cellules à parois minces, souvent écrasées.

Secondine : Ep. e. S. : cellules à parois minces assez bien conservées.

Ep. i. S. : comme dans l'*Isopyrum ;* vues de face, les cellules présentent les mêmes caractères que celles du *Clematis Vitalba* (fig. 317).

Ep. N. fortement écrasé réapparaissant sous l'action prolongée de l'eau de javelle (fig. 316 : coupe transversale du spermoderme mûr).

Genre NIGELLA.

Trois espèces ont été examinées : *N. Damascena* L.; *N. Hispanica* L. et *N. Orientalis* L., dont les deux premières aux deux stades habituels.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Assises cellulaires au nombre de vingt (*N. Hispanica*) ou plus (*N. Damascena*).

Ep. e. à cellules isodiamétriques à paroi externe épaisse. Poils cylindriques unicellulaires, recourbés (*N. Damascena*), ou poils bicellulaires, à cellule basilaire très longue et à cellule apicale arrondie en tête (*N. Hispanica* [fig. 320]). Stomates assez nombreux.

Tf. divisé en trois régions.

Tf. e. à deux assises, comme dans le *Garidella* (*N. Damascena*), ou trois ou quatre assises, l'extérieure à cellules pallissadiques, les intérieures à cellules isodiamétriques laissant entre elles des lacunes (*N. Hispanica* [fig. 319 : coupe transversale des parois de l'ovaire, *Ep. e.* et *Tf. e.*]); pas de protubérances.

Tf. m. : de quatre à six assises de cellules allongées tangentiellement.

Tf. i. à dix assises environ (*N. Hispanica*) ou plus de cellules parenchymateuses.

Ep. i. : comme dans le *Garidella.*

Structure du péricarpe à la maturité.

Assises cellulaires nombreuses.

Ep. e. à cellules à paroi externe très épaisse, recouverte d'une cuticule striée; protubérances peu nombreuses et étroites (*N. Hispanica*; *N. Orientalis*) ou nulles (*N. Damascena*).

Tf. e. : comme dans le *Garidella* (*N. Damascena*; *N. Orientalis*), ou à cellules palissadiques (*N. Hispanica*).

Tf. m. : comme dans le *Garidella*, sauf dans la région voisine des faisceaux M et *i*, quand ils existent, derrière chacun desquels est adossé un massif de sclérenchyme très important (fig. 322 : coupe transversale de la partie libre d'un carpelle mûr de *N. Orientalis* où l'on voit un faisceau M et deux *i* avec leur énorme massif de sclérenchyme). Concrescence entre les carpelles plus grande que dans le *Garidella*, surtout chez le *N. Damascena* (fig. 318 : ensemble de la coupe transversale dans le gynécée d'une fleur épanouie de *N. Hispanica*; fig. 324 : idem de *N. Damascena*).

Tf. m. de chaque carpelle distinct dans la cloison mitoyenne entre les loges et relié seulement par un pont de *Tf. m.* (*N. Hispanica* [fig. 318]; *N. Orientalis*), ou *Tf. m.* des carpelles voisins confondus dans ces cloisons (*N. Damascena* [fig. 324]).

Tf. i. : comme dans le *Garidella* (*N. Hispanica*; *N. Orientalis*), ou en grande partie résorbé laissant une large cavité limitée vers l'intérieur par l'*Ep. i.* (*N. Damascena*).

Ep. i. résorbé chez *N. Hispanica* et *N. Orientalis*, persistant chez *N. Damascena*, mais séparé du *Tf. i.* et formant une mince membrane séparant une fausse loge extérieure de la loge ovarienne proprement dite.

Faisceaux : trois (*N. Hispanica*; *N. Damascena*), ou cinq (*N. Orientalis*) dans chaque carpelle. Le M se continue seul dans le bec stylaire plus ou moins long suivant les espèces; mais, suivant toute une région circulaire, il se trouve de très petits faisceaux provenant des faisceaux L et éventuellement des faisceaux *i*. Dans le *N. Hispanica*, où le bec stylaire est très long, le M se bifurque parfois dès la base du carpelle, qui présente alors une forme anormale (fig. 318).

Carpelles au nombre de cinq (*N. Damascena*), ou de cinq à dix (*N. Orientalis*), ou de huit à dix (*N. Hispanica*).

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Ovule semblable à celui de *Garidella Nigellastrum*, sauf qu'à la primine il y a cinq assises de cellules et que le nucelle est plus petit. Ovules plus grands dans le *N. Damascena* que dans le *N. Hispanica* (fig. 318 et 324).

Spermoderme de la graine mûre.

Spermoderme formé aux dépens des deux téguments et du nucelle.

Primine : Ep. e. P. à cellules à parois épaissies de toutes parts, de deux sortes, les unes plus hautes et plus étroites, situées côte à côte de manière à former à la surface de la graine des crêtes disposées à peu près comme celles de *Delphinium Ajacis*, les autres plus larges, presque cubiques, possédant au milieu de la paroi externe une petite bosse (*N. Damascena* [fig. 325]); ou cellules toutes semblables, cubiques, ne formant pas de crêtes à la surface de la graine; paroi externe seule (*N. Orientalis* [fig. 323]), ou parois externe et latérales (*N. Hispanica* [fig. 321]) épaisses.

Tf. P. à quatre assises environ de cellules à parois minces, méatiques, à contenu chlorophyllien.

Ep. i. P. : comme dans le *Garidella*.

Secondine : Ep. e. S. : comme dans le *Garidella*.

Ep. i. S. à cellules à parois brunes, l'interne plus épaisse, présentant une frange très peu marquée, visible surtout de face sous forme de striations.

Ep. N. : comme dans le *Garidella* (fig. 321 : coupe transversale dans le spermoderme mûr de *N. Hispanica*).

Genres DELPHINIUM et ACONITUM.

Les diverses parties dans ces deux genres offrent tant de ressemblances que je me suis cru autorisé à réunir leur description dans un même paragraphe.

J'ai étudié sept espèces du genre *Delphinium* et quatre du genre *Aconitum* : *Delphinium Ajacis* L.; *D. Consolida* L.*; *D. cardiopetalum* D. C.; *D. Staphisagria* L.; *D. grandiflorum* L.*; *D. elatum* L.; *D. nudicaule* Torr. et Gr.; *Aconitum Napellus* L.; *A. lycoctonum* L.; *A. Anthora* L.* et *A. variegatum* L.* Les espèces marquées d'un astérisque n'ont été étudiées qu'à la maturité.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Assises cellulaires au nombre de sept (*D. cardiopetalum; D. elatum*), huit (*D. Ajacis; D. nudicaule; A. Napellus; A. lycoctonum*) ou dix (*D. Staphisagria*).

Ep. e. à cellules isodiamétriques, parfois déjà allongées longitudinalement (*A. Napellus; A. lycoctonum*), à paroi externe épaisse, rarement aussi l'interne (*D. cardiopetalum; D. Staphisagria*). Des poils de deux sortes, les uns ventrus, les autres effilés, nombreux (*D. Ajacis; D. Staphisagria*) ou rares (*D. nudicaule*), ou bien des poils effilés seulement (*D. cardiopetalum; D. elatum; A. Anthora*), ou bien encore jamais de poils (*A. Napellus; A. lycoctonum*). Des stomates sans cellules annexes.

Tf. dans lequel on peut reconnaître trois régions :

Tf. e. : deux assises en général, trois dans le *D. Staphisagria.*

Tf. m. : une assise.

Tf. i. : le plus souvent trois assises de cellules, parfois deux (*D. cardiopetalum; D. elatum*) ou quatre (*D. Staphisagria*).

Ep. i. à cellules à paroi interne épaissie, tantôt isodiamétriques (*D. Ajacis; D. Staphisagria; D. elatum*), tantôt allongées tangentiellement) ; dans le *D. Ajacis,* la paroi interne présente un court prolongement en forme de papille.

Structure du péricarpe à la maturité.

Le nombre des assises cellulaires n'augmente généralement guère ; ainsi il est de sept dans le *D. cardiopetalum,* de huit dans les *D. grandiflorum, D. nudicaule, A. Napellus,* et de neuf ou dix dans les autres espèces étudiées.

Ep. e. à cellules parfois assez grandes (*D. cardiopetalum; D. grandiflorum*), généralement isodiamétriques, ou bien allongées dans le sens de l'axe (*D. cardiopetalum; D. grandiflorum; A. Napellus*), rarement tabulaires (*D. elatum*), présentant, vues de face, un contour plus (*D. Ajacis; D. Consolida; A. lycoctonum; D. cardiopetalum*) ou moins (*D. Staphisagria; D. nudicaule; D. elatum*) sinueux, rarement rectiligne (*D. grandiflorum; A. Napellus*); épaississements répartis sur la paroi externe seulement (*D. Staphisagria; D. elatum; D. nudicaule*), ou sur les parois externe et interne (*D. cardiopetalum; D. grandiflorum; A. Napellus*), ou sur toutes les parois (*D. Ajacis; D. Consolida; A. lycoctonum*). Poils persistants, de deux sortes (*D. Ajacis; D. Consolida; D. Staphisagria; D. nudicaule*), ou poils effilés seulement (*D. cardiopetalum; A. Anthora*), ou bien poils caducs ou encore pas de poils du tout.

Tf. parenchymateux, chlorophyllien, homogène (*D. cardiopetalum; D. grandiflorum; D. nudicaule; A. Napellus*) ou assez souvent à assise externe sans chlorophylle et à parois un peu épaissies.

Ep. i. à cellules allongées tangentiellement, à paroi interne et une partie plus ou moins grande des parois latérales fortement épaissies, celles-ci toujours ponctuées; parfois toutes les parois sont épaissies comme dans *D. cardiopetalum* et *A. Napellus*, où elles le sont beaucoup moins. Vues de face, ces cellules présentent un contour assez fortement sinueux dans les *Delphinium*, moins dans les *Aconitum*. Pas de stomates (*Delphinium*), ou bien des stomates à fente largement ouverte (*Aconitum* [fig. 343 : *Ep. i.* d'*A. Napellus* vu de face]).

Faisceaux : cinq (*D. nudicaule*), ou sept (*Aconitum* [fig. 342 : coupe transversale dans un carpelle d'*A. Napellus*]), ou neuf (*D. Staphisagria* [fig. 349 : coupe transversale dans un carpelle de fleur]), ou onze (*D. cardiopetalum*), ou quinze (*D. elatum*), ou davantage encore, sans atteindre vingt cependant. Quel que soit le nombre, leur parcours est au fond le même que celui des faisceaux de *D. Ajacis*.

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

En général, l'ovule comprend deux téguments et le nucelle. Dans les *D. cardiopetalum*, *D. Staphisagria*, *D. elatum* et *D. nudicaule*, il n'existe qu'un tégument résultant de la concrescence de la primine et de la secondine, comme dans l'*Helleborus fœtidus*, ainsi que l'accuse un sillon divisant le sommet du tégument en deux lobes. Ce sillon est très court dans le *D. cardiopetalum* et le *D. elatum* (fig. 334 : coupe transversale dans le carpelle, longitudinale dans les ovules; fig. 335 : portion marginale du tégument vue à un fort grossissement); il est plus prononcé dans le *D. nudicaule* (fig. 337 : portion de l'ovule voisine du micropyle) et surtout dans le *D. Staphisagria* (fig. 339 : où les ovules sont coupés longitudinalement; fig. 340 : portion marginale du tégument). Déjà dans l'*Aconitum Napellus*, on peut constater l'existence d'une certaine concrescence entre les deux téguments; car la commissure entre les téguments s'y trouve à un niveau notablement plus élevé que la commissure entre la secondine et le nucelle (fig. 344 : coupe longitudinale dans un ovule).

Dans les espèces à deux téguments, la *primine* comprend quatre ou cinq assises de cellules.

Secondine : deux assises, rarement trois ou quatre assises (*A. Napellus*).

Là où il n'y en a qu'un, le *tégument* se compose de quatre (*D. nudicaule* [fig. 337]), sept ou huit (*D. elatum* [fig. 335]), ou huit ou neuf assises cellulaires (*D. cardiopetalum; D. Staphisagria*). On remarquera que ces nombres valent ou dépassent même ceux résultant de l'addition des nombres d'assises des deux téguments des espèces bitégumentées.

Nucelle : Ep. N. en général multiple au sommet, rarement simple (*A. lycoctonum*).

Tf. N. résorbé au sommet dans les *Delphinium* et non dans les *Aconitum*.

Spermoderme de la graine mûre (1).

Le tégument unique ou les deux téguments et le nucelle entrent dans la composition du spermoderme, excepté dans le *D. cardiopetalum*, où le nucelle est résorbé de bonne heure.

Ep. e. Sp. : cellules à paroi externe plus ou moins fortement épaissie et recouverte de verrues (fig. 147, 148, 149, 150, 151, 155 et 158 du *Delphinium Ajacis;* fig. 333 : portion du spermoderme de *D. cardiopetalum* vu de face, montrant une crête courbée), rarement à parois épaissies de toutes parts (*D. Staphisagria* [fig. 341 : coupe transversale du spermoderme]); ces épaississements montrent toujours une striation parallèle (fig. 336 : coupe transversale du spermoderme de *D. elatum;* fig. 338 : idem du *D. nudicaule;* fig. 341; fig. 348; idem de l'*A. lycoctonum*). Dans le *D. Staphisagria*, ces cellules sont isodiamétriques, sauf certaines qui sont plus hautes et déterminent à la surface de la graine un réseau en relief (fig. 341). Le plus généralement, elles sont allongées suivant l'axe de la graine et sont tantôt bossues en formant des crêtes transversales, comme il l'a été décrit pour le *D. Ajacis* (*D. Consolida; D. cardiopetalum* où ces crêtes sont plus hautes et plus étroites [fig. 332 : coupe longitudinale du spermoderme]; *A. lycoctonum; A. Anthora*), tantôt sans être bossues, certaines d'entre elles plus hautes, rangées en lignes longitudinales, déterminent dans ce sens des arêtes (*D. grandiflorum; D. elatum; D. nudicaule; A. variegatum*); dans le *D. elatum*, à côté de cellules allongées longitudinalement, il y en a d'isodiamétriques. Enfin, dans l'*A. Napellus*, toutes les cellules sont

(1) Une simple coupe dans les différents spermodermes mûrs permet difficilement d'établir la distinction entre ceux provenant d'un tégument unique de ceux provenant de deux téguments. D'autre part, la description du spermoderme dans les genres *Delphinium* et *Aconitum* doit s'appliquer aux espèces à un tégument ainsi qu'aux espèces à deux téguments. Je crois donc pouvoir nommer ici *Ep. e. Sp.* l'assise correspondant soit à *Ep. e. P.* ou à *Ep. e. T.*, et *Ep. i. Sp.* l'assise correspondant soit à *Ep. i. S.*, soit à *Ep. i. T.*; enfin *Tf. Sp.* désignera tous les tissus compris entre les deux assises épidermiques (*Sp.* = spermoderme).

allongées longitudinalement aussi, ne présentent pas de gibbosité et sont également hautes ; mais les arêtes y sont produites par l'inégale accroissement du nombre des assises du *Tf. Sp.* (fig. 345 : ensemble de la coupe transversale de la graine ; fig. 346 : coupe transversale du spermoderme).

Tf. Sp. : plusieurs assises de cellules parenchymateuses écrasées, toutes semblables ou dont l'assise externe a des cellules beaucoup plus grandes (*D. elatum* [fig. 336] ; *D. nudicaule* [fig. 338]). Dans l'*A. Napellus*, le nombre d'assises varie par places, ce qui produit l'irrégularité du contour de la graine (fig. 345).

Ep. i. Sp. : cellules étroites, allongées longitudinalement, présentant généralement l'aspect, sur une coupe transversale, de cellules à parois assez minces, l'interne un peu plus épaisse, ou bien l'interne et une partie des latérales plus épaisses (*D. Staphisagria* [fig. 341], ou encore de cellules à parois toutes épaisses (*A. Napellus* [fig. 346] ; *A. lycoctonum* [fig. 348] ; *A. variegatum ; A. Anthora*) ; sur une coupe longitudinale, épaississements frangés bien visibles (fig. 151 ; fig. 332) ; vues de face, elles montrent une striation transversale au grand axe des cellules (fig. 157 ; fig. 347 : *Ep. i. S.* de *A. Napellus* vu de face).

Nucelle : Ep. N. généralement persistant (excepté dans *D. cardiopetalum*), cellules cubiques parfois recloisonnées (*A. Napellus*), fortement écrasées, mais réapparaissant sous l'action des réactifs.

Tf. N. résorbé, sauf dans *A. Napellus.*

PÆONIÉES.

Carpelle multiovulé; ovule anatrope bitégumenté; graine albuminée.

Genre ACTÆA.

A cause de l'allure toute spéciale que présente le fruit de l'*Actæa spicata* L., j'en ai suivi le développement depuis le stade le plus jeune du bouton floral, où le carpelle se montre déjà formé d'un grand nombre d'assises cellulaires (fig. 159 et 160 : coupe transversale du carpelle jeune), jusqu'à la maturité.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Vingt assises cellulaires environ.

Ep. e. à cellules isodiamétriques à paroi externe un peu épaissie; pas de poils, des stomates.

Tf. homogène; cellules parenchymateuses, celles des assises internes un peu allongées tangentiellement.

Ep. i. à cellules à parois minces, isodiamétriques dans la région dorsale, un peu allongées tangentiellement dans les autres régions (fig. 162 : coupe transversale du carpelle, région dorsale; fig. 163 : coupe transversale du carpelle d'une fleur flétrie depuis quelque temps, région latérale).

Structure du péricarpe à la maturité.

Péricarpe charnu, le fruit étant une baie; assises cellulaires nombreuses.

Ep. e. : cellules assez petites, isodiamétriques, à parois épaisses, surtout l'externe et l'interne, cuticule mince (fig. 167 : coupe transversale du péricarpe, portion externe); pas de poils, stomates assez grands, arrondis, sans cellules annexes (fig. 166 : *Ep. e.* vu de face).

Tf. : assise externe formée de cellules petites, sclérifiées; les

assises suivantes à cellules de plus en plus grandes, à parois épaisses, cellulosiques, gélifiables, renfermant des corps chlorophylliens et un suc cellulaire coloré ; assises profondes à cellules allongées tangentiellement.

Ep. i. : cellules allongées tangentiellement, à parois toutes épaisses, les externes et les latérales fortement ponctuées (fig. 168 : coupe transversale du péricarpe, portion interne).

Il est à remarquer que les parois des cellules continuent à s'épaissir à mesure que le fruit avance dans son état de maturité, c'est-à-dire dès l'époque où il a acquis sa taille et sa coloration définitive jusqu'au moment où il va tomber.

Dans la région ventrale existent deux commissures : une interne et une externe mieux marquée, où les épidermes accolés sont visibles (fig. 164 : coupe transversale d'un ovaire de 2 millimètres, région ventrale externe ; fig. 165 : coupe transversale d'un carpelle peu avant sa maturité, région ventrale interne). Dans cette région, les cellules ont les parois munies d'épaississements collenchymateux.

Parcours des faisceaux. — L'ovaire et, par suite, le fruit ne sont pas absolument sessiles sur l'axe floral ; ils présentent un court pédicelle. Celui-ci est occupé, un peu excentriquement, par deux groupes de faisceaux rapprochés l'un de l'autre. Le plus gros est bilobé et se trouve du côté de la suture ventrale : ses deux lobes se sépareront plus haut pour former les L. L'autre groupe est assez nettement divisé en trois faisceaux : celui de ces derniers qui se trouve au milieu est le faisceau M, les deux autres sont des faisceaux *i* individualisés très tôt.

Bientôt les trois faisceaux *i*M*i* s'incurvent en dehors, tandis que les L, en poursuivant leur trajet, se séparent l'un de l'autre. Les faisceaux *i* ne tardent pas à s'éteindre. Il en est de même de la plupart de ceux qui se séparent des L vers l'intérieur. Ce sont là plutôt des anastomoses obliques semblables à celles qui existent dans l'*Helleborus*.

Le faisceau M ne se divise que deux fois ; le premier faisceau ainsi formé s'éteint de bonne heure ; l'autre accompagne M pendant plus longtemps, parfois jusqu'au sommet.

Enfin les L produisent vers l'extérieur des arcades anastomotiques *a* de moins en moins longues à mesure qu'on s'élève dans le carpelle; ces arcades se joignent aux faisceaux que les L envoient directement aux ovules (fig. 170 : parcours).

En somme, une coupe transversale du carpelle montre cinq faisceaux qui se dirigent verticalement, plus un nombre peu variable d'anastomoses obliques (fig. 169 : coupe transversale du péricarpe).

SPERMODERME.

Le développement de l'ovule suit les mêmes phases que dans les espèces à deux téguments précédemment décrites; le nucelle présente de bonne heure un épiderme divisé au sommet (fig. 171 : coupe longitudinale d'un ovule pris dans un bouton floral de moins de 2 millimètres).

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Primine : quatre ou cinq assises non différenciées.

Secondine : deux assises de cellules.

Nucelle : Ep. N. multiple au sommet.

Tf. N. résorbé au sommet (fig. 172 : coupe longitudinale de l'ovule d'une fleur épanouie).

Spermoderme de la graine mûre.

Spermoderme formé aux dépens de la primine, de la secondine et du nucelle.

Primine : Ep. e. P. pallissadique; cellules de hauteur égale assez grande, à parois épaisses, sclérifiées, de couleur rose, à section polygonale (fig. 181 : coupe tangentielle de l'*Ep. e. P.*).

Tf. P. : de deux à six assises de cellules parenchymateuses, à parois un peu épaissies, gélifiables, affaissées, plus petites dans la région du raphé (fig. 176 : coupe transversale du spermoderme presque mûr, région du raphé).

Ep. i. P. : cellules semblables à celles du *Tf. P.*

Secondine : Ep. e. S. à cellules totalement écrasées à peine rendues apparentes sous l'action de la potasse.

Tf. S. nul.

Ep. i. S. à cellules tabulaires dont les parois épaisses, sclérifiées, sont munies de nombreuses ponctuations latérales bien apparentes quand on examine les cellules de face (fig. 182); ces cellules sont cependant écrasées, mais rendues bien visibles par l'action des réactifs.

Nucelle : Ep. N. transformé dans ses deux tiers supérieurs en une lame cornée; par places, il subsiste sous forme de cellules contenant protoplasme et noyau (fig. 179 : coupe transversale du spermoderme mûr et sec; fig. 180 : même coupe traitée par la potasse). Dans le tiers inférieur, il est mieux conservé et présente deux assises de cellules qui ressemblent assez bien à celles de l'albumen (fig. 178 : même coupe qu'à la fig. 179, mais déposée dans l'eau; fig. 177 : coupe transversale d'une graine mûrissante).

Cette dernière coupe, ainsi que celles qui sont faites dans des ovules de plus en plus jeunes, sont indispensables pour nous fixer sur la valeur des couches du spermoderme. C'est pourquoi j'ai cru bon de représenter quelques-unes d'entre elles (fig. 173 : coupe transversale d'un ovule fécondé de carpelle de 4 millimètres; fig. 174 et 175 : coupe longitudinale d'un ovule d'un carpelle de 6 millimètres). Ces deux dernières figures, ainsi que la figure 177, montrent aussi l'aspect caractéristique de l'*Ep. i. S.* dans une coupe bien traitée par les réactifs ou suffisamment jeune.

Genre CIMICIFUGA.

Ce genre fut admis par Linné. De Candolle en a réparti les espèces en deux sections incorporées au genre *Actæa*. En réalité, l'étude du *C. racemosa* Ell. montre que, à notre point de vue spécial, les espèces de ces deux genres ont entre elles beaucoup d'affinités. Mais en raison surtout de la différence des fruits, j'adopte la distinction de ces deux genres.

Structure des parois de l'ovaire dans la fleur épanouie.

Huit assises de cellules.

Ep. e., Tf., Ep. i. : comme dans l'*Actæa*.

Structure du péricarpe à la maturité.

Péricarpe parcheminé, le fruit étant un follicule.

Onze assises de cellules environ.

Ep. e. à cellules à parois externe et interne épaisses.

Tf. parenchymateux; cellules à parois épaisses, étirées tangentiellement, desséchées et affaissées dans le fruit mûr.

Ep. i. à cellules assez longues dans le sens tangentiel, à parois fortement épaissies et ponctuées, les externe et interne sclérifiées vers l'intérieur de la cellule (fig. 350 : coupe transversale de l'*Ep. i.* du péricarpe mûr).

Faisceaux : trois, reliés par des anastomoses, à parcours assez semblable à celui des faisceaux d'*Actæa* (fig. 349 : coupe transversale dans un carpelle presque mûr, longitudinale dans l'ovule).

SPERMODERME.

Structure de l'ovule dans la fleur épanouie.

Cette structure est identique à celle de l'ovule d'*Actæa*.

Spermoderme de la graine mûre.

Il se forme aux dépens de la primine, de la secondine et d'une partie du nucelle qui est résorbé dans les deux tiers supérieurs.

Primine : Ep. e. P. irrégulièrement pallissadique; cellules d'inégale hauteur, quelques-unes parfois assez basses (fig. 351 : coupe transversale du spermoderme mûr), à parois toutes épaissies, l'interne pouvant parfois être assez mince.

Tf. P. à trois assises de cellules parenchymateuses, à parois peu épaissies, un peu gélifiables.

Ep. i. P. à cellules semblables à celles du *Tf. P.*

Secondine : Ep. e. S. et *Ep. i. S. :* comme dans l'*Actæa*.

Genre PÆONIA.

Outre le *Pæonia officinalis* Retz., j'ai examiné les *P. arietina* Aud. et *P. albiflora* Pall. Leur structure est en tous points semblable à celle du type.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

L'exposé de mes recherches a été divisé en deux parties. Dans la première, j'ai choisi six types d'organisation autour desquels pouvaient, me semble-t-il, se grouper les différentes espèces de Renonculacées. Pour chacun de ces types, j'ai fait une étude approfondie du péricarpe et du spermoderme, en m'attachant à suivre de près l'évolution de leurs différents tissus; j'ai pu me faire ainsi une conviction quant à la provenance des différentes couches dans le péricarpe et surtout dans le spermoderme mûr.

Dans la seconde partie, j'ai repris ces six types dans le même ordre que dans la première, en les faisant suivre des espèces rangées par De Candolle dans les mêmes tribus qu'eux. J'ai respecté le plus possible, surtout pour les espèces polyspermes, l'ordre établi dans le Prodrome, me réservant d'examiner ensuite si cet ordre est justifié par cette étude. La plupart des espèces sont décrites à deux stades : celui de la fleur épanouie et celui du fruit mûr. Cela ne signifie pas cependant que je me suis borné à examiner les organes à ces seuls stades : des phases intermédiaires ont souvent été observées, et lorsqu'elles présentaient des détails intéressants, il en a été fait mention également.

Quoi qu'il en soit, c'est seulement maintenant que beaucoup d'espèces de cette famille nous sont connues, que nous pouvons en rechercher les traits généraux.

Les caractères que nous avons reconnus dans les Renonculacées nous permettent de tenter l'établissement de diagnoses anatomiques; seulement, ainsi que Baillon le fait très justement remarquer, « nous ne pouvons reconnaître la *valeur absolue* et la *subordination* des caractères; nous sommes contraints d'ad-

mettre et de combiner le plus grand nombre possible de caractères très différents » (1).

On pourra se rendre compte de ce fait dans la diagnose des genres qui suit :

Genre *Ranunculus*.

Péricarpe présentant un nombre assez restreint d'assises; *Tf.* le plus souvent divisé en trois régions : *Tf. e.*, *Tf. m.* et *Tf. i.*, parfois en deux seulement par suite de la confusion du *Tf. e.* et *Tf. m.* en une seule assise; *Tf. m.* généralement cristalligène; *Tf. i.* de une, deux ou plus généralement trois assises de cellules sclérifiées, allongées longitudinalement; *Ep. i.* : cellules sclérifiées à allongement généralement tangentiel, parfois longitudinal.

Péricarpe indéhiscent. Faisceaux en nombre impair, généralement trois, parfois cinq ou davantage, reliés par des anastomoses plus ou moins longues, en tous sens.

Ovule anatrope, unitégumenté, dressé et solitaire, à raphé ventral et à nucelle présentant un épiderme subdivisé au sommet. Spermoderme comprenant généralement trois assises distinctes : *Ep. e. T.*, *Tf. T.* et *Ep. i. T.*, cette dernière munie d'épaississements frangés dans la plupart des cas, ou bien à cellules à parois internes simplement épaissies.

Genre *Ceratocephalus*.

Péricarpe présentant un nombre restreint d'assises; *Tf.* divisé en trois régions : *Tf. e.*, *Tf. m.*, *Tf. i.*; *Tf. e.* à cellules fortement étirées; *Tf. m.* indistinct, non cristalligène; *Tf. i.* : deux assises de cellules sclérifiées; *Ep. i.* : cellules sclérifiées, allongées tangentiellement; péricarpe indéhiscent à région ventrale très étendue, séparant fortement les faisceaux L; derrière ceux-ci des expansions membraneuses, longues, convolutées; bec stylaire très long; faisceaux : trois.

Ovule anatrope, unitégumenté, dressé et solitaire, à raphé ventral et à nucelle présentant un épiderme subdivisé au

(1) Baillon, *Histoire des plantes*, t. I, p. 70.

sommet. Spermoderme à trois assises, l'interne avec épaississements frangés.

Genre *Ficaria*.

Péricarpe à nombre peu élevé d'assises; *Tf.* divisé en trois régions : *Tf. e.* à cellules parenchymateuses assez grandes; *Tf. m.* : cellules petites à parois minces; *Tf. i.* à cellules sclérifiées; *Ep. i.* : cellules à parois peu épaissies, non sclérifiées. Faisceaux : trois.

Ovule anatrope, unitégumenté, solitaire, latéralement inséré le long de la suture ventrale, à raphé ventral et à nucelle présentant un épiderme subdivisé au sommet. Spermoderme à sept assises de cellules, l'interne avec des épaississements frangés.

Genre *Oxygraphis*.

Péricarpe à nombre restreint d'assises; *Tf.* : homogène, à cellules à parois minces; *Ep. i.* à cellules sclérifiées, allongées dans le sens longitudinal. Péricarpe déhiscent. Faisceaux : quinze, à gaine de sclérenchyme très épaisse.

Ovule anatrope, unitégumenté, dressé et solitaire, à raphé ventral, à nucelle présentant un épiderme simple au sommet. Spermoderme à trois assises; l'interne sans épaississements frangés, mais à cellules à paroi interne simplement épaissie.

Genre *Myosurus*.

Péricarpe à nombre restreint d'assises; *Tf.* : homogène dans la plus grande partie de son étendue, à deux assises de cellules sclérifiées allongées obliquement; *Ep. i.* : cellules sclérifiées, allongées obliquement comme celle du *Tf.* Péricarpe indéhiscent. Faisceaux : trois.

Ovule anatrope, unitégumenté, dressé et solitaire, à raphé ventral; nucelle présentant un épiderme simple au sommet. Spermoderme à quatre assises; l'interne sans épaississements frangés, mais à cellules à paroi interne simplement épaissie.

Par ce qui précède, on voit que les caractères qui distinguent les genres *Ceratocephalus* et *Ficaria* du genre *Ranunculus* sont peu nombreux; c'est également l'opinion formulée par Baillon dans son *Histoire des plantes*.

L'ensemble des caractères fournis par les genres *Oxygraphis* et *Myosurus* présente plus de différences.

Dans tous les cas, ces genres se groupent tout naturellement autour des *Ranunculus* pour former la tribu des Renonculées.

Genre *Thalictrum*.

Péricarpe à nombre restreint d'assises présentant des côtes et des sillons plus ou moins nombreux, en nombre pair; à l'*Ep. e.*, poils courts, en massue quand ils existent; *Tf.* homogène, à cellules à parois minces, méatiques; *Ep. i.* à cellules allongées longitudinalement à parois épaissies en fer à cheval. Péricarpe indéhiscent. Faisceaux en nombre pair, longeant les côtes, sans anastomoses.

Ovule anatrope, bitégumenté, pendant, solitaire, à raphé dorsal; nucelle à épiderme simple au sommet. Spermoderme formé par les deux téguments; *Ep. e. P. :* cellules à paroi externe épaisse, bombée; *Ep. i. S. :* sans franges d'épaississement, à paroi externe épaisse.

Genre *Adonis*.

Péricarpe à nombre d'assises assez élevé; poils courts quand ils existent; *Tf.* divisé en trois régions; *Tf. e. :* cellules grandes à parois minces, parenchymateuses; *Tf. i. :* cellules sclérifiées, cristalligènes en plusieurs assises; *Ep. i. :* cellules allongées tangentiellement; péricarpe indéhiscent. Faisceaux en nombre pair, assez nombreux, reliés par des anastomoses.

Ovule anatrope, bitégumenté, pendant, accompagné d'ovules rudimentaires; nucelle à épiderme multiple au sommet. Spermoderme comprenant les deux téguments; *Ep. e. P. :* cellules à paroi externe très épaisse, colorée; *Tf. P. :* assises nombreuses; *Ep. i. S. :* sans franges, cellules à paroi interne peu épaissie.

Genre *Anemone*.

Péricarpe à nombre restreint d'assises sans côtes ni sillons; poils de l'*Ep. e.* longs, effilés; *Tf.* homogène, à cellules à parois minces, excepté dans *A. narcissiflora*, où les assises internes ont

des parois épaisses; *Ep. i.* : cellules allongées longitudinalement, à parois épaissies généralement en fer à cheval, ou bien toutes également épaissies. Péricarpe indéhiscent. Faisceaux : deux, un dorsal et un ventral.

Ovule anatrope, unitégumenté, pendant, accompagné d'ovules rudimentaires (excepté *A. multifida*); *nucelle à épiderme multiple* au sommet; raphé prolongé dans le tégument, excepté dans la section *Pulsatilla*. Spermoderme : *Ep. e. T.* à parois minces, rarement épaissies vers l'extérieur; *Ep. i. T.* : cellules frangées (sauf dans l'*A. nemorosa*).

Par la structure du péricarpe comme par celle du spermoderme, le genre *Anemone* diffère beaucoup des genres *Thalictrum* et *Adonis*, auxquels De Candolle l'a réuni pour former la tribu des Anémonées. Il se rapproche au contraire singulièrement des Clématidées ; les Pulsatilles surtout n'en diffèrent que par l'*Ep. N.* multiple au sommet. Ce fait est encore plus évident dans le genre *Hepatica*, qui offre le moins de différence avec les *Clematis*. Il n'est donc pas étonnant que Baillon ait séparé les Anémones (auxquelles se rattachent les Hépatiques) des *Thalictrum* pour les joindre à un groupe différent.

Mais il est bizarre que cet auteur, se basant sur la disposition des sépales et des étamines ainsi que sur le port de la plante, ait rassemblé d'une part les *Clematis* et les *Thalictrum*, d'autre part les Renoncules et les Anémones. A ce compte, me basant sur la structure du spermoderme et du péricarpe, j'ai autant de raison de réunir en un groupe les *Thalictrum* et les *Adonis* d'une part, les *Anemone* et *Clematis* d'autre part. Dans ce dernier groupe, nous ferons rentrer aussi le genre *Knowltonia*, qui servira de transition entre les deux par suite de l'analogie qu'offre la structure de son péricarpe avec celui des *Adonis*. En voici le diagnose :

Genre *Knowltonia*.

Péricarpe à nombre d'assises assez élevé; *Tf.* divisé en deux régions : *Tf. e.* : cellules grandes à parois minces, parenchymateuses; *Tf. i.* : cellules sclérifiées en plusieurs assises; *Ep. i.* :

cellules allongées longitudinalement. Péricarpe indéhiscent. Faisceaux : deux, un dorsal et un ventral.

Ovule anatrope, unitégumenté, pendant, accompagné d'ovules rudimentaires; nucelle à épiderme multiple au sommet; raphé s'arrêtant à la chalaze. *Ep. i. T.* du spermoderme à cellules frangées.

Genre *Clematis.*

Péricarpe à nombre restreint d'assises; poils de l'*Ep. e.* longs, effilés; *Tf.* homogène, à cellules à parois minces; *Ep. i.* : cellules fibreuses très longues dans le sens longitudinal à parois également épaisses de toute part. Péricarpe indéhiscent. Faisceaux : deux, un ventral et un dorsal.

Ovule anatrope, unitégumenté, pendant, accompagné d'ovules rudimentaires; *nucelle à épiderme simple;* raphé s'arrêtant à la chalaze; spermoderme dont l'*Ep. e. T.* a généralement les *parois externes épaisses* (excepté *C. Vitalba*); *Ep. i. T.* à cellules frangées.

On voit combien ces caractères se rapprochent de ceux des Anémones et que les considérations développées plus haut sont justifiées.

Les caractères fournis par les organes des *Atragene* s'identifient trop avec ceux des *Clematis* pour pouvoir admettre ce genre ; aussi, à l'exemple de De Candolle et de Baillon, suis-je d'avis que l'*A. Alpina* doit être reporté parmi les *Clematis.*

Groupe des Renonculacées à carpelles multiovulés :

Genre *Helleborus.*

Péricarpe à nombre restreint d'assises ; *Ep. e.* : cellules grandes, à poils courts, en massue; *Tf.* homogène; *Ep. i.* : cellules isodiamétriques, à stomates. Faisceaux : trois, avec anastomoses horizontales.

Ovule anatrope, unitégumenté par suite de concrescence; nucelle à épiderme multiple au sommet. Spermoderme : *Ep. e. T.* formé de cellules cubiques à parois externes très épaisses, colorées; *Tf. T.* homogène; *Ep. i. T.* : cellules tabulaires à paroi interne épaisse à franges à peine indiquées.

Genre *Caltha.*

Péricarpe à nombre restreint d'assises ; *Ep. e. :* cellules grandes, à poils courts en massue; *Tf.* homogène ; *Ep. i. :* cellules allongées tangentiellement. Faisceaux : trois, à anastomoses horizontales.

Ovule anatrope, bitégumenté; nucelle à épiderme multiple au sommet. Spermoderme : *Ep. e. P.* à cellules cubiques à parois externes très épaisses, non colorées; *Tf. Sp.* (1) : homogène; *Ep. i. S. :* cellules tabulaires à franges peu marquées.

Genre *Trollius.*

Péricarpe à nombre restreint d'assises; *Ep. e. :* cellules assez grandes, à poils courts en massue; *Tf.* homogène; *Ep. i. :* cellules allongées tangentiellement. Faisceaux : cinq, avec anastomoses horizontales.

Ovules anatropes, bitégumentés; nucelle à épiderme multiple au sommet. Spermoderme formé par la primine seule; *Ep. e. P. :* cellules en fer à cheval, à section des parois latérales claviforme ; à aspect particulier vues de face; *Tf. Sp.* homogène; *Ep. i. P. :* cellules tabulaires frangées.

Genre *Eranthis.*

Péricarpe à nombre restreint d'assises ; *Ep. e. :* cellules assez grandes, à poils courts en massue; *Tf.* homogène; *Ep. i. :* cellules isodiamétriques sans stomates. Faisceaux : trois, avec anastomoses horizontales.

Ovules anatropes, bitégumentés; nucelle à épiderme multiple au sommet. Spermoderme : *Ep. e. P.* à cellules cubiques à paroi externe peu épaissies; *Tf. Sp.* homogène; *Ep. i. S.* à parois minces écrasées.

Genre *Aquilegia.*

Péricarpe à nombre restreint d'assises; *Ep. e.* avec poils ventrus et stomates proéminents; *Tf.* homogène; *Ep. i. :* cellules

(1) Voir la note au bas de la page 110.

allongées tangentiellement à parois interne et latérales épaisses. Faisceaux : trois, avec anastomoses horizontales.

Ovules anatropes, bitégumentés; nucelle à épiderme simple au sommet. Spermoderme : *Ep. e. P.* à cellules très hautes, prismatiques, à épaississements en fer à cheval envahissant à peine la moitié externe des parois latérales, l'autre moitié de celles-ci et la paroi interne restant minces; *Tf. Sp.* homogène; *Ep. i. S. :* cellules à paroi interne épaissie, sans franges.

Ce genre se rattache beaucoup plus à l'*Helleborus* qu'au *Delphinium* par la vascularisation du péricarpe et par la structure du spermoderme; il ne présente avec le *Delphinium* d'autre point de ressemblance que l'existence, au péricarpe, de poils ventrus.

Tous les genres précédents ont des graines lisses.

Genre *Isopyrum.*

Péricarpe à nombre restreint d'assises; *Ep. e. :* cellules assez grandes; à poils en massues; *Tf.* homogène; *Ep. i. :* cellules allongées longitudinalement à parois épaisses. Faisceaux : quinze, avec anastomoses obliquès.

Ovules anatropes, bitégumentés; nucelle à épiderme multiple au sommet. Spermoderme : *Ep. e. P.* à cellules bossues, à parois externes épaisses, formant des crêtes horizontales sur la graine. *Tf. Sp.* homogène; *Ep. i. S. :* cellules tabulaires frangées.

Genre *Nigella.*

Carpelles plus ou moins soudés. Péricarpe à nombreuses assises; *Ep. e. :* cellules à paroi externe très épaisse, à poils assez longs; *Tf.* divisé en trois régions : *Tf. e. :* cellules parenchymateuses, chlorophylliennes dans le jeune âge; *Tf. m. :* plusieurs assises de cellules allongées tangentiellement, à parois épaisses sclérifiées; *Tf. i. :* cellules parenchymateuses grandes, incolores dans le jeune âge, résorbées à l'état mûr. Faisceaux, généralement trois, parfois cinq (*N. orientalis*), avec anastomoses horizontales.

Ovules anatropes, bitégumentés; nucelle à épiderme multiple au sommet. Spermoderme : *Ep. e. P.* à cellules isodiamétriques,

parfois allongées longitudinalement (*N. Damascena*), à paroi externe épaisse; parfois toutes les parois épaissies (*Garidella*), formant des crêtes ou un réseau proéminent à la surface de la graine; *Tf. Sp.* homogène, parfois présentant des cellules plus grandes à parois épaisses (*Garidella*); *Ep. i. S.* : cellules tabulaires à paroi interne épaisse avec franges parfois très peu marquées.

Le genre *Garidella*, établi par Tournefort et admis par la plupart des systématiciens, fournit des caractères tellement semblables à ceux du genre *Nigella*, que j'ai cru ne pas devoir en faire une description spéciale; je constate simplement qu'il se rattache intimement à ce dernier genre.

Genre *Delphinium*.

Péricarpe à nombre restreint d'assises; *Ep. e.* : cellules à parois externes épaisses; poils longs, ventrus ou effilés, souvent les deux ensemble; stomates superficiels; *Tf.* en général homogène; *Ep. i.* : cellules allongées tangentiellement, à parois interne et latérales très épaisses, parfois les externes aussi. Faisceaux assez nombreux avec anastomoses obliques assez longues.

Ovules anatropes, bitégumentés, parfois unitégumentés par concrescence; nucelle à épiderme multiple au sommet. Spermoderme : *Ep. e. Sp.* à cellules généralement allongées longitudinalement, à paroi externe épaisse (parfois toutes, *D. Staphisagria*), munies ou non d'ornements extérieurs, souvent bossues ou allongées perpendiculairement à la surface, de manière à former des crêtes horizontales ou longitudinales, ou un réseau à la surface de la graine; *Tf. Sp.* homogène; *Ep. i. Sp.* : cellules étroites, allongées longitudinalement, à franges visibles sur la coupe longitudinale.

Genre *Aconitum*.

Péricarpe à nombre restreint d'assises; *Ep. e.* : cellules à parois externes épaisses; poils généralement nuls; stomates superficiels; *Tf.* homogène; *Ep. i.* : cellules allongées tangentiellement, à parois interne et latérales épaisses. Faisceaux assez nombreux avec anastomoses obliques.

Ovules anatropes, bitégumentés; nucelle à épiderme multiple au sommet (excepté dans *A. lycoctonum*). Spermoderme : *Ep. e. P.* à cellules allongées longitudinalement, à paroi externe épaisse, verruqueuse, parfois bossues ou allongées perpendiculairement à la surface, de manière à former des crêtes horizontales ou longitudinales (excepté dans *l'A. Napellus*, où les crêtes longitudinales proviennent du *Tf. P.* plus épais en certains endroits); *Ep. i. S.* : cellules étroites allongées longitudinalement, à franges visibles sur la coupe longitudinale.

On me reprochera peut-être de m'être répété en donnant tout au long les caractères de ce genre; mais j'ai tenu à le faire pour mieux montrer l'entière similitude qui existe entre le genre *Delphinium* et le genre *Aconitum*. Cette similitude se retrouve d'ailleurs dans les autres organes des plantes de ces genres, à tel point que Baillon a proposé de les réunir en un seul genre sous le nom de *Delphinium*.

Genre *Actæa*.

Péricarpe à assises nombreuses; fruit étant une baie; *Ep. e.* : cellules petites; poils nuls; *Tf.* homogène, à cellules gélifiables; *Ep. i.* : cellules allongées tangentiellement, à parois épaisses. Faisceaux : cinq, avec anastomoses obliques très longues.

Ovules anatropes, bitégumentés; nucelle à épiderme multiple au sommet. Spermoderme : *Ep. e. P.* palissadique, à cellules prismatiques à parois épaisses; *Tf. Sp.* homogène, à cellules à parois gélifiables; *Ep. i. S.* : cellules tabulaires, sans franges, à parois toutes épaisses, les latérales ponctuées.

Genre *Cimicifuga*.

Péricarpes à assises nombreuses; fruit étant un follicule; *Ep. e.* : cellules petites; poils nuls; *Tf.* homogène, à cellules à parois cellulosiques épaisses, affaissées; *Ep. i.* : cellules allongées tangentiellement à parois épaisses. Faisceaux : trois, avec anastomoses obliques.

Ovules anatropes, bitégumentés; nucelle à épiderme multiple au sommet. Spermoderme : *Ep. e. P.* irrégulièrement pallissadique, à cellules prismatiques à parois épaisses, formant des

crêtes à la surface de la graine; *Tf. Sp.* homogène, à cellules peu gélifiables; *Ep. i. S. :* cellules tabulaires, sans franges, à parois toutes épaisses, les latérales ponctuées.

Genre *Pœonia.*

Péricarpe à assises nombreuses; *Ep. e. :* cellules petites, à parois épaisses; poils longs abondants. *Tf.* cristalligène, divisé en trois régions; *Ep. i. :* cellules isodiamétriques, à stomates. Faisceaux nombreux, reliés par de nombreuses anastomoses dirigées en tous sens.

Ovules anatropes, bitégumentés, à téguments épais; nucelle à épiderme multiple au sommet. Spermoderme : *Ep. e. P.* pallissadique, à cellules à parois externe et interne très épaisses, colorées, les latérales plissées. *Tf. P.* divisé en trois régions : hypoderme pallissadique à cellules étroites, fortement sclérifiées, cristalligènes; *Tf. e. P. :* cellules à parois épaisses gélifiables; *Tf. i. P. :* cellules à parois minces. Secondine écrasée en lame cornée.

Les soixante-dix-huit espèces dont j'ai pu recueillir les fruits et les graines appartiennent donc à vingt-cinq genres généralement reconnus. Par suite des considérations énoncées dans le cours de ces descriptions génériques, nous avons vu combien les caractères fournis par les péricarpes et les spermodermes sont aptes à exprimer les affinités qui lient les espèces et les genres. Il est remarquable aussi que ces rapprochements concordent le plus souvent avec ceux établis par quelques bons auteurs qui n'ont tenu compte cependant que des caractères extérieurs.

Les données qui précèdent eussent peut-être servi à Baillon comme arguments complémentaires pour asseoir les raisonnements qu'il formule au sujet de l'établissement des genres. Loin de moi, cependant, la pensée de vouloir suivre cet auteur dans toutes ses réformes; car c'est aller un peu loin, me semble-t-il, que de confondre en un seul genre

1° Les *Ranunculus, Ceratocephalus* et *Oxygraphis;*

2° Les *Helleborus* et *Eranthis;*

3° Les *Trollius* et *Caltha;*

4° Les *Actæa* et *Cimicifuga;*
5° Les *Nigella* et *Garidella;*
6° Les *Delphinium* et *Aconitum;*
7° Les *Anemone*, les *Knowltonia* et surtout les *Adonis.*

Où je ne puis le suivre non plus, c'est dans sa façon de diviser les Renonculacées en tribus ou séries, comme il les appelle. Baillon réduit les cinq tribus de De Candolle à quatre séries, en remaniant totalement la composition de celles-ci; ce sont les Aquilégiées qu'il subdivise en genres à fleurs régulières et en genres à fleurs irrégulières; les Renonculées, les Clématidées et les Pæoniées.

La première contient toutes les espèces à carpelles multiovulés, sauf l'*Actæa* et le *Pæonia;* la seconde, les Renonculées de De Candolle, plus les *Anemone, Callianthemum* et *Hydrastis;* la troisième renferme les *Clematis, Thalictrum* et *Actæa;* enfin la dernière ne comprend que les *Pæonia* et *Crossosoma.*

Pour autant que je puis me le permettre, je pense qu'il serait plus juste de porter à six le nombre des tribus et de les établir comme suit :

I. — La première serait celle des Renonculées; elle comprendrait les *Ranunculus, Ceratocephalus, Ficaria, Oxygraphis* et *Myosurus.* Elle serait caractérisée comme suit :

Péricarpe à nombre généralement très restreint d'assises, dont presque toujours plusieurs sclérifiées; faisceaux en nombre impair. Ovule généralement unitégumenté, dressé et absolument solitaire. Spermoderme à trois assises de cellules et rarement quatre (*Myosurus*).

II. — La seconde, nommée tribu des Thalictrées, comprendrait les genres *Thalictrum* et *Adonis.*

Caractères : Péricarpe à nombre plus ou moins élevé d'assises; *Ep. e.* muni de poils courts en massue; faisceaux en nombre pair assez nombreux, souvent huit au moins, rarement quatre (*Thalictrum aquilegifolium*). Ovule bitégumenté, pendant, solitaire ou accompagné d'ovules rudimentaires. Spermoderme à *Ep. i. S.* sans franges.

III. — La troisième tribu serait celle des Anémonées comprenant les genres *Knowltonia, Anemone, Hepatica* et *Clematis*, le premier pouvant servir d'intermédiaire avec la tribu précédente.

Caractères : Péricarpe à nombre généralement restreint d'assises (sauf chez *Knowltonia*) ; *Ep. e.* présentant des poils longs effilés ; *Ep. i.* à cellules allongées longitudinalement, diversement épaissies. Faisceaux : deux.

Ovule unitégumenté, pendant, accompagné d'ovules rudimentaires (sauf chez l'*Anemone multifida*). *Ep. i. T.* presque toujours frangé (sauf chez l'*A. nemorosa*).

IV. — La quatrième tribu aurait pour nom Helléborées et renfermerait les genres *Helleborus, Caltha, Trollius, Eranthis* et *Aquilegia.*

Caractères : Péricarpe à nombre restreint d'assises ; *Ep. e.* à poils ordinairement courts, en massue, rarement longs et ventrus (*Aquilegia*). Faisceaux : trois, rarement cinq (*Trollius*), reliés par des anastomoses horizontales. Ovules généralement bitégumentés ; *Ep. N.* multiple au sommet, rarement simple (*Aquilegia*). *Graines lisses.* Assise externe = *Ep. e. T.* ou *Ep. e. P.* à cellules cubiques ou prismatiques, toutes de même hauteur, à paroi externe très épaisse ; assise interne = *Ep. i. T.* ou *Ep. i. S.* (*Ep. i. P.* chez le *Trollius*), cellules tabulaires à paroi interne épaisse sans frange ou à frange peu marquée, rarement à frange bien nette (*Trollius*).

V. — La cinquième tribu, celle des Delphiniées, réunirait les genres *Isopyrum, Garidella, Nigella, Aconitum* et *Delphinium*, l'*Isopyrum* conduisant aux Helléborées.

Caractères : Péricarpe à nombre d'assises généralement restreint (excepté chez les *Nigella*) ; *Ep. e.* à poils généralement longs, cylindriques, effilés ou ventrus ; rarement courts en massue (*Isopyrum*). Faisceaux ordinairement nombreux avec anastomoses obliques (excepté chez les *Nigella*, où ils sont au nombre de trois ou cinq avec des anastomoses horizontales).

Ovules typiquement bitégumentés ; *Ep. N.* généralement

multiple, rarement simple au sommet (*Aconitum lycoctonum*). *Graines rugueuses*, recouvertes de crêtes ou d'un réseau proéminent. Assise externe = *Ep. e. T.* ou *Ep. e. P.* à cellules allongées longitudinalement, parfois isodiamétriques, mais de hauteur inégale, rarement cubiques (certains *Nigella*). Assise interne = *Ep. i. T.* ou *Ep. i. S.* à cellules à frange plus ou moins marquée, ordinairement allongées longitudinalement, parfois tabulaires (*Isopyrum, Nigella, Garidella*).

VI. — Enfin la sixième tribu serait celle des Pæoniées et renfermerait les genres *Actæa, Cimicifuga* et *Pæonia.*

Caractères : Péricarpe à assises nombreuses. *Ep. e.* à cellules petites. *Tf.* plus ou moins homogène, à cellules à parois épaisses. *Ep. i.* à cellules à parois épaisses. Faisceaux ordinairement nombreux, rarement trois (*Cimicifuga*), avec anastomoses obliques.

Ovules bitégumentés à *Ep. N.* multiple au sommet. Spermoderme : *Ep. e. P.* pallissadique ; *Tf. P.* à cellules ordinairement à paroi gélifiable ; *Ep. i. S. :* cellules à parois épaisses ou non, sans franges.

Actuellement que nous connaissons les caractères des genres et des tribus, il nous est permis d'en tirer ceux que l'on rencontre généralement dans la famille considérée dans son ensemble au point de vue de l'organisation du spermoderme et du péricarpe.

Les caractères constants sont peu nombreux ; dans les genres étudiés, nous avons observé que l'ovule est toujours anatrope et que la graine est pourvue d'un albumen abondant. D'autres caractères se remarquent très souvent et, bien que non constants, ont de la valeur ; il en est ainsi de la présence d'épaississements frangés à la couche la plus interne du spermoderme ; la persistance de la secondine, lorsqu'elle existe, et souvent aussi de l'*Ep. N.* qui alors présente des cellules à épaississements fibrillés semblables à ceux que l'on rencontre dans les parois des anthères. Dans un seul cas, nous avons vu que la secondine est résorbée et que ce sont alors les cellules de l'*Ep. i. P.* qui se revêtent d'épaississements frangés : c'est dans le spermoderme du genre

Trollius. Guignard (1), d'ailleurs, a trouvé un cas analogue dans le spermoderme des Crucifères, lequel est principalement caractérisé par la présence d'une assise interne de cellules en U appartenant à l'*Ep. i. P.* Mais dans le *Lunaria biennis* seul, cette assise dépend de l'*Ep. i. S.*

Il est à remarquer combien le classement des espèces en famille repose, chez les Renonculacées, sur des caractères ayant peu de valeur, si on les compare à ceux que l'on envisage dans d'autres familles de plantes, telles que les Légumineuses, les Crucifères, les Cucurbitacées, etc. En peut-il être autrement dans une famille composée d'éléments si divers? Il en est des caractères anatomiques comme de ceux que l'on tire de la morphologie externe des organes floraux et foliaires; là aussi on ne trouve pas de traits saillants, fondamentaux, et l'on se voit alors obligé de se rabattre sur certains faits qui semblent de peu d'importance à première vue, mais qui acquièrent de la valeur par leur rapprochement.

Tout est variable dans les *familles par enchaînement*, comme les a nommées Mirbel, et celle des Renonculacées en est une par excellence. Il n'est pas jusqu'aux espèces elles-mêmes qui ne présentent parfois un polymorphisme inquiétant. Il suffit de consulter le Prodrome pour voir des *Aquilegia* et des *Aconitum* présenter un nombre considérable de variétés; bien plus, au dire de Baillon, les mêmes individus ou tout au moins des individus de même souche peuvent présenter des caractères différents plus ou moins importants ; ainsi le calice des Clématites peut, à une certaine époque de leur vie, devenir imbriqué au lieu d'être valvaire indupliqué; les *Isopyrum* peuvent avoir quelques carpelles à plusieurs ovules et un seul dans les autres.

Il est à croire que ces variations n'ont guère de retentissement dans la structure des péricarpes et surtout dans celle des spermodermes ; car, dans chaque espèce, j'ai toujours pu retrouver la même organisation sur un nombre parfois considérable d'individus différents. En général, les espèces présentent entre

(1) *Recherches sur le développement de la graine.*

elles des différences assez marquées pour que l'examen de leur spermoderme et de leur péricarpe puisse contribuer à les déterminer; il arrive parfois que ces différences sont très minimes, comme on peut le voir chez les *Clematis*, mais elles sont encore constantes. Il est vrai aussi que d'autres espèces très voisines présentent des caractères tellement semblables que l'on ne pourrait s'en servir. Il en est ainsi de l'*Anemone alba*, qui est tout semblable à l'*A. sylvestris* par la structure du spermoderme et du péricarpe, de l'*Anemone Pulsatilla* ou *Pulsatilla vulgaris* et de la *Pulsatilla montana;* de l'*Aquilegia vulgaris* et de l'*A. chrysantha;* mais, dans son Prodrome, De Candolle se demande parfois également si telle espèce n'est pas la même que telle autre, et c'est notamment le cas pour les deux Anémones.

Nous pouvons donc conclure que l'étude de la structure anatomique des péricarpes et des spermodermes dans les Renonculacées permet de distinguer plusieurs types et d'apprécier les affinités existant entre eux. L'analyse histologique des fruits et des graines complète les diagnoses basées sur les caractères floraux : elle semble fournir des caractères naturels pour l'établissement des tribus; elle assigne des caractères précis à un certain nombre de genres et rattache les autres à ceux-là; enfin elle nous met à même de reconnaître les espèces, sauf celles qui sont tout à fait affines.

Comme application des faits ainsi mis en lumière, j'ai cherché à établir une méthode de recherche pour les genres et les espèces, par le moyen des tableaux dichotomiques qui suivent; cette méthode repose uniquement sur l'examen des péricarpes et des spermodermes à l'état de maturité.

CLEFS DICHOTOMIQUES POUR LA DÉTERMINATION DES GENRES.

1. Des cristaux dans le spermoderme; spermoderme très différencié. 1. **Pæonia.**

1. Pas de cristaux dans le spermoderme.

2. Cellules de l'assise interne du spermoderme à parois distinctement ponctuées, sans épaississements frangés.

3. *Ep. e. P.* formé de cellules toutes de même hauteur, de manière à former une surface lisse. 2. **Actæa.**

3. *Ep. e. P.* à cellules de hauteur inégale, de manière à former des crêtes ou des bosses produisant une surface chagrinée. 3. **Cimicifuga.**

2. Cellules de l'assise interne non ponctuées, mais le plus souvent munies d'épaississements frangés.

3. Assise interne du tégument à cellules non tabulaires, mais allongées longitudinalement, à épaississements frangés visibles principalement sur la coupe longitudinale de la graine.

4. Des stomates à l'*Ep. i.* du péricarpe; *Ep. i Sp* présentant des parois toutes épaissies en coupe transversale. 4. **Aconitum.**

4. Pas de stomates à l'*Ep. i.* du péricarpe; *Ep. i. Sp.* à parois non toutes épaissies. 5. **Delphinium.**

3. Assise interne du tégument à cellules tabulaires.

4. Assise externe du spermoderme résistante, à parois toutes épaisses ou tout au moins à paroi externe très épaissie; cuticule plus ou moins épaisse (fruits déhiscents).

5. Cellules de l'assise la plus interne sans épaississements frangés, mais à paroi interne épaissie. 6. **Aquilegia.**

5. Cellules de l'assise la plus interne à épaississements frangés.

6. Deux téguments; cellules de l'assise interne assez petites à franges plus ou moins marquées sur la coupe transversale.

7. Cellules de l'assise externe isodiamétriques, en partie au moins.

8. Péricarpe à tissus différenciés.

9. Franges peu marquées; *Tf. P.* homogène. 7. **Nigella.**

9. Franges bien marquées; des cellules sécrétrices dans le *Tf. P.* 8. **Garidella.**

8. Péricarpe à tissu homogène.

9. *Ep. e. P.* à épaississements en fer à cheval. 9. **Trollius.**

9. Parois externe et interne de l'*Ep. e. P.* épaissies.
10. Caltha.

7. Cellules de l'assise externe allongées suivant l'axe longitudinal de la graine, bossues en leur milieu, de manière à former des crêtes transversales à la surface de la graine.
11. Isopyrum.

6. Un tégument; cellules de l'assise interne grandes, à franges généralement peu visibles sur la coupe transversale, mieux accusées dans les cellules observées de face; cellules de l'assise externe à paroi externe très épaisse.
12. Helleborus.

4. Assise externe du spermoderme peu résistante, le plus souvent affaissée, sans cuticule (fruits généralement indéhiscents).

5. Spermoderme homogène, à cellules toutes à parois minces, écrasées, sauf la paroi externe de l'*Ep. e. P.*, qui est un peu épaissie; assise interne nullement distincte; graines disséminées isolément (fruit déhiscent). **13. Eranthis.**

5. Spermoderme différencié; au moins une assise résistant à l'affaissement; assise interne frangée ou tout au moins à paroi interne épaissie; graine emprisonnée dans le péricarpe indéhiscent (akènes).

6. Faisceaux en nombre pair dans le péricarpe, vers le milieu de l'akène; ovule pendant.

7. Deux faisceaux seulement.

8. Plus de dix assises cellulaires au péricarpe; *Tf.* du péricarpe différencié en *Tf.* parenchymateux et en *Tf.* sclérifié. **14. Knowltonia.**

8. Moins de dix assises; *Tf.* généralement homogène.

9. Six à huit assises au péricarpe avec *Tf.* entièrement homogène. **15** et **16. Clematis** et **Atragene.**

9. Les deux caractères précédents n'existant pas simultanément; assises du péricarpe ordinairement moins nombreuses.

10. Cellules de l'*Ep. e.* du péricarpe à paroi externe très épaisse et l'interne un peu moins; *Tf.* du péricarpe homogène; six à huit assises au tégument. **17. Hepatica.**

10. Akènes ne présentant pas à la fois ces caractères; assises moins nombreuses au tégument.
18. Anemone.

7. Au moins quatre faisceaux dans le péricarpe.
   8. *Tf.* du péricarpe à assises nombreuses différenciées; *Tf. i.* sclérifié. 19. **Adonis.**
   8. *Tf.* du péricarpe homogène, assises moins nombreuses; pas de tissu sclérifié. 20. **Thalictrum.**

6. Faisceaux en nombre impair dans le péricarpe vers le milieu de la graine; ovule dressé [1].
   7. *Tf.* du péricarpe à cellules toutes à parois minces; *Ep. i.* à cellules sclérifiées à contours sinueux. 21. **Oxygraphis.**
   7. Au moins une assise sclérifiée au *Tf.*
      8. Péricarpe dont le *Tf. e.* non sclérifié manque à certains endroits; cellules sclérifiées dirigées obliquement. Toutes les assises du tégument rendues visibles par les réactifs. *Ep. i. T.* à paroi interne très épaisse, sans frange. 22. **Myosurus.**
      8. Péricarpe et tégument ne présentant pas tous ces caractères réunis.
         9. Faisceaux LL très écartés l'un de l'autre par suite du développement en largeur de la région ventrale; des expansions latérales derrière les faisceaux L; cavité de l'akène à diamètre dorso-ventral plus petit que l'autre. 23. **Ceratocephalus.**
         9. Faisceaux LL rapprochés; pas d'expansions latérales; cavité de l'akène arrondie ou à diamètre dorso-ventral plus grand. 24. **Ranunculus.**
            10. *Ep. i.* du péricarpe bien visible, fortement sclérifié.
            10. *Ep. i.* du péricarpe peu distinct, cellulosique. 25. **Ficaria.**

[1] Dans le *Ranunculus divaricatus* et le *Ficaria*, l'ovule étant inséré un peu plus haut que dans les autres espèces, la coupe présente un nombre pair ou un nombre impair de faisceaux suivant qu'elle est pratiquée un peu au-dessous ou un peu au-dessus du milieu de la graine.

CLEFS DICHOTOMIQUES POUR LA DÉTERMINATION DES ESPÈCES.

GENRE *ACONITUM*.

A. — *Ep. e. P.* à cellules bossues, à bosses hautes, alignées, formant des crêtes.

1. Paroi externe des cellules de l'*Ep. e. P.* très épaisses. ***A. lycoctonum*** L.

1. Paroi externe moins épaisse. ***A. Anthora*** L.

B. — Cellules de l'*Ep. e. P.* non bossues.

1. Paroi externe et partie externe des parois latérales des cellules de l'*Ep. e. P.* épaissies; *Tf. P.* plus épais par endroits. ***A. Napellus*** L.

1. Paroi externe seule épaissie; *Tf. P.* égal; cellules de l'*Ep. e. P.* situées aux arêtes de la graine plus hautes. ***A. variegatum*** L.

GENRE *DELPHINIUM*.

A. — Cellules de l'*Ep. e. Sp.* à parois toutes épaissies, les unes isodiamétriques, les autres plus hautes formant un réseau à la surface de la graine. ***D. Staphisagria*** L.

B. — Cellules à paroi externe seule épaissie, ordinairement allongées longitudinalement.

1. Cellules bossues, à bosses hautes, alignées, formant des crêtes.

2. Crêtes plus abruptes et plus étroites; des poils effilés seulement à l'*Ep. e.* du péricarpe. ***D. cardiopetalum*** D. C.

2. Crêtes plus trapues; deux sortes de poils au péricarpe. ***D. Consolida*** L. et ***D. Ajacis*** L.

1. Cellules non bossues.

2. Cellules de l'*Ep. e.* du péricarpe à contours rectilignes; pas de poils; *Ep. e. Sp.* à cellules très hautes aux arêtes de la graine. ***D. grandiflorum*** L.

2. Cellules de l'*Ep. e.* du péricarpe à contours sinueux; poils persistants ou caducs.

3. Poils persistants de deux sortes; *Ep. e. Sp.* à cellules les unes tabulaires, les autres allongées, mais à section assez large. ***D. elatum*** L.

3. Poils caducs; *Ep. e. Sp.* à cellules toutes allongées longitudinalement, assez étroites. ***D. nudicaule*** Torr. et Gr.

GENRE *NIGELLA*.

A. — Cellules de l'*Ep. e. P.* de deux sortes, les unes hautes et plus étroites que les autres et formant des crêtes à la surface de la graine.
N. Damascena L.

B. — Cellules de l'*Ep. e. P.* toutes de même forme et de même hauteur.
1. Parois externes et latérales épaissies dans les cellules de l'*Ep. e. P.*; trois faisceaux dans le péricarpe. *N. Hispanica* L.
1. Parois externes seules épaissies dans les cellules de l'*Ep. e. P.*; cinq faisceaux dans le péricarpe, dont trois adossés chacun à un gros massif de sclérenchyme. *N. Orientalis* L.

GENRE *CLEMATIS*.

A. — *Ep. i.* du péricarpe montrant en certains endroits deux et même trois assises de cellules sclérifiées. *C. Viticella* L.

B. — Toujours une seule assise à l'*Ep. i.*
1. Cellules de l'*Ep. i. T.* ne présentant pas toutes des épaississements frangés sur la coupe transversale. *C. heracleæfolia* D. C.
1. Des franges à toutes les cellules.
2. Cellules de l'*Ep. i.* du péricarpe arrondies, étroites et souvent écartées les unes des autres. *C. Vitalba* L.
2. Cellules de l'*Ep. i.* à section rectangulaire, assez grandes, contiguës.
3. *Ep. i. T.* vu de face présentant des hachures dans les cellules.
C. integrifolia L.
3. *Ep. i. T.* vu de face présentant des stries.
4. Stries concentriques dans chaque cellule. *C. Flammula* L.
4. Stries convergeant vers le centre. *C. cirrhosa* L.
4. Stries parallèles. *C.* (*Atragene*) *Alpina* Mill.

GENRE *ANEMONE*.

A. — *Tf.* du péricarpe homogène; *Ep. e.* à paroi externe seule épaissie.
1. *Ep. i.* à épaississements en fer à cheval ou à parois inégalement épaissies.
2. Pas de franges à l'*Ep. i. T.*; cellules écrasées. *A. nemorosa* L.
2. Des franges.
3. Franges très étroites.
4. *Ep. i.* du péricarpe à épaississements en fer à cheval.

5. Trois assises au *Tf.*; cellules de l'*Ep. e.* et du *Tf.* volumineuses. *A. vitifolia* Buchan.

5. Deux assises au *Tf.*; cellules de l'*Ep. e.* et du *Tf.* moins grandes. *A. alba* Juss. et *A. sylvestris* L.

4. *Ep. i.* à parois inégalement épaissies; section de la cavité cellulaire en forme de larme. *A. Baldensis* L.

3. Franges assez larges.

4. Deux assises au *Tf.* du péricarpe. *A. Virginiana* L.

4. Trois assises au *Tf.* du péricarpe. *A. multifida* D.C.

1. *Ep. i.* à parois toutes également épaissies (sect. *Pulsatilla*).

2. Des poils à l'*Ep. e.* du péricarpe.

3. Cellules de l'*Ep. e.* volumineuses; nucelle résorbé. *A. pratensis* L.

3. Cellules de l'*Ep. e.* moins grandes; *Ep. N.* persistant. *A. intermedia* Hoppe et *A. Pulsatilla* L.

2. Pas de poils à l'*Ep. e.*; cellules de l'*Ep. i.* plus allongées radialement. *A. vernalis* L.

B. — *Tf.* du péricarpe différencié en *Tf. e.* parenchymateux et en *Tf. i.* sclérenchymateux; *Ep. e.* à parois externe et interne épaissies; ordinairement huit assises au péricarpe. *A. narcissiflora* L.

GENRE *ADONIS.*

A. — Des poils à l'*Ep. e.* du péricarpe.

1. Poils courts, glanduleux; coloration bleue à l'*Ep. e. P.* *A. autumnalis* L.

1. Poils longs et effilés; pas de coloration à l'*Ep. e. P.* *A. vernalis* L.

B. — Pas de poils; *Tf. i.* plus fortement coloré en brun. *A. æstivalis* L.

GENRE *THALICTRUM.*

A. — Dix faisceaux dans le péricarpe. *Th. flavum* L.

B. — Quatre faisceaux. *Th. aquilegifolium* L.

GENRE *RANUNCULUS.*

A. — Des épaississements frangés à l'*Ep. i. T.*

1. Plus de cinq faisceaux au péricarpe; des protubérances terminées par un poil épineux. *R. arvensis* L.

1. Péricarpe ne présentant pas ces caractères.

2. Des cristaux dans le péricarpe.

3. Cinq faisceaux dans le péricarpe.

4. *Tf. e.* et *Tf. m.* distincts; deux assises au *Tf. e.*; une assise cristalligène au *Tf. m.* *R. nemorosus* D. C.

4. *Tf. e.* et *Tf. m.* confondus en une assise cristalligène. *R. Steveni* Andr.

3. Trois faisceaux.

4. *Tf. e.* et *Tf. m.* distincts, ce dernier cristalligène.

5. *Tf. e.* à une assise de cellules.

6. *Tf. i.* ayant d'une à trois assises de cellules sclérifiées; *Ep. i. T.* à frange étroite. Nucelle résorbé. *R. Monspeliacus* L.

6. *Tf. i.* ayant cinq assises de cellules sclérifiées; *Ep. i. T.* à frange large; *Ep. N.* ordinairement persistant. *R. repens* L.

5. *Tf. e.* à deux assises de cellules.

6. *Ep. e.* du péricarpe à cellules assez grandes et tabulaires; *Ep. N.* persistant. *R. bulbosus* L.

6. *Ep. e.* à cellules isodiamétriques; *Ep. N.* résorbé. *R. Broterii* ?.

4. *Tf. e.* et *Tf. m.* confondus en une seule assise cristalligène.

5. *Ep. i.* à cellules allongées longitudinalement. *R. lanuginosus* L.

5. *Ep. i.* à cellules allongées tangentiellement.

6. Trois assises au *Tf. i.*; expansions ailées, dorso-ventrales. *R. Illyricus* L.

6. Plus de trois assises au *Tf. i.*; pas d'expansions ailées.

7. Cellules de l'*Ep. e.* isodiamétriques.

8. Cellules de l'*Ep. e.* grandes. *R. millefoliatus* Vahl.

8. Cellules de l'*Ep. e.* plus petites. *R. Gouani* Willd.

7. Cellules de l'*Ep. e.* plus longues dans un sens.

8. Cellules de l'*Ep. e.* perpendiculairement allongées; pas de stomates à l'*Ep. e.* *R. tuberosus* Lapeyr.

8. Cellules de l'*Ep. e.* longitudinalement allongées; des stomates à l'*Ep. e.* *R acris* L.

2. Pas de cristaux dans le péricarpe.

3. Trois faisceaux dans le péricarpe.

4. *Tf. e.* et *Tf. m.* confondus en une seule assise. *R. sceleratus* L.

4. *Tf. e.* et *Tf. m.* distincts.

5. Cellules de l'*Ep. i.* allongées longitudinalement; *Ep. i. T.* à cellules petites. *R. abortivus* L.

5. Cellules de l'*Ep. i.* allongées tangentiellement; *Ep. i. T.* à cellules plus grandes.

6. Ni stomates ni poils à l'*Ep. e.*; *Tf. i.* à sept assises. *R. platanifolius* L.

6. Des stomates et des poils; *Tf. i.* à cinq assises au plus.

7. *Ep. e.* à cellules tabulaires assez grandes; *Tf. e.* à deux assises; *Ep. N.* persistant. *R. auricomus* L.

7. *Ep. e.* à cellules isodiamétriques; *Tf. e.* à une assise cellulaire; *Ep. N.* résorbé. *R. Cassubicus* L.

3. Deux faisceaux dans le péricarpe; *Ep. e.* à cellules allongées longitudinalement; *Tf. e.* à deux assises; *Tf. m.* sans cristaux; *Tf. i.* à deux assises. *R. divaricatus* Schrk.

B. — Pas d'épaississements frangés à l'*Ep. i. T.*

1. *Tf. e.* et *Tf. m.* confondus en une assise cristalligène; *Tf. i.* à trois assises cellulaires au plus.

2. Une ou deux assises au *Tf. i.*; expansions ailées, dorso-ventrales. *R. Asiaticus* L.

2. Trois assises au *Tf. i.*; pas d'expansions ailées. *R. Flammula* L.

1. *Tf. e.* et *Tf. m.* distincts à une assise chacun; *Tf. m.* cristalligène; *Tf. i.* à six assises cellulaires. *R. Lingua* L.

PLANCHES.

ABRÉVIATIONS EMPLOYÉES DANS LES FIGURES.

a.	Anse anastomotique.
acro.	Acropyle.
Alb.	Albumen.
ch.	Chalaze.
chl.	Chlorophylle.
cp.	Carpelle.
e.	Externe.
Emb.	Embryon.
Ep.	Épiderme.
ét.	Étamine.
faisc.	Faisceau.
fun.	Funicule.
hyp.	Hypoderme.
i.	Faisceau intermédiaire.
i.	Interne.
L.	Faisceau latéral.
l.	Lacune.
m.	Moyen.
M.	Faisceau médian.
Micr.	Micropyle.
n.	Noyau.
Nuc.	Nucelle.
Ox.	Cristal d'oxalate de chaux.
ov.	Ovule.
p.	Poil.
P.	Primine.
pap.	Papille.
Péric.	Péricarpe.
Pl.	Mamelon placentaire.
p. s.	Poil scabre.
pt.	Ponctuation.
Ptl.	Pétale.
p. v.	Poil ventru.
R.	Raphé.
rud.	Ovule rudimentaire.
S.	Secondine.
Sac.	Sac embryonnaire.
Sp.	Sépale.
Sperm.	Spermoderme.
St.	Stomate.
T. ou *Tég.*	Tégument.
Tf.	Tissu fondamental.

EXPLICATION DE LA PLANCHE I.

RANUNCULUS ARVENSIS L.

Péricarpe.

Fig. 1. — Coupe longitudinale médiane dans un carpelle d'un bouton floral de 1 millimètre de longueur (pp. 11 et 17).

Fig. 2. — Carpelle d'une fleur épanouie vu extérieurement par le côté (p. 11).

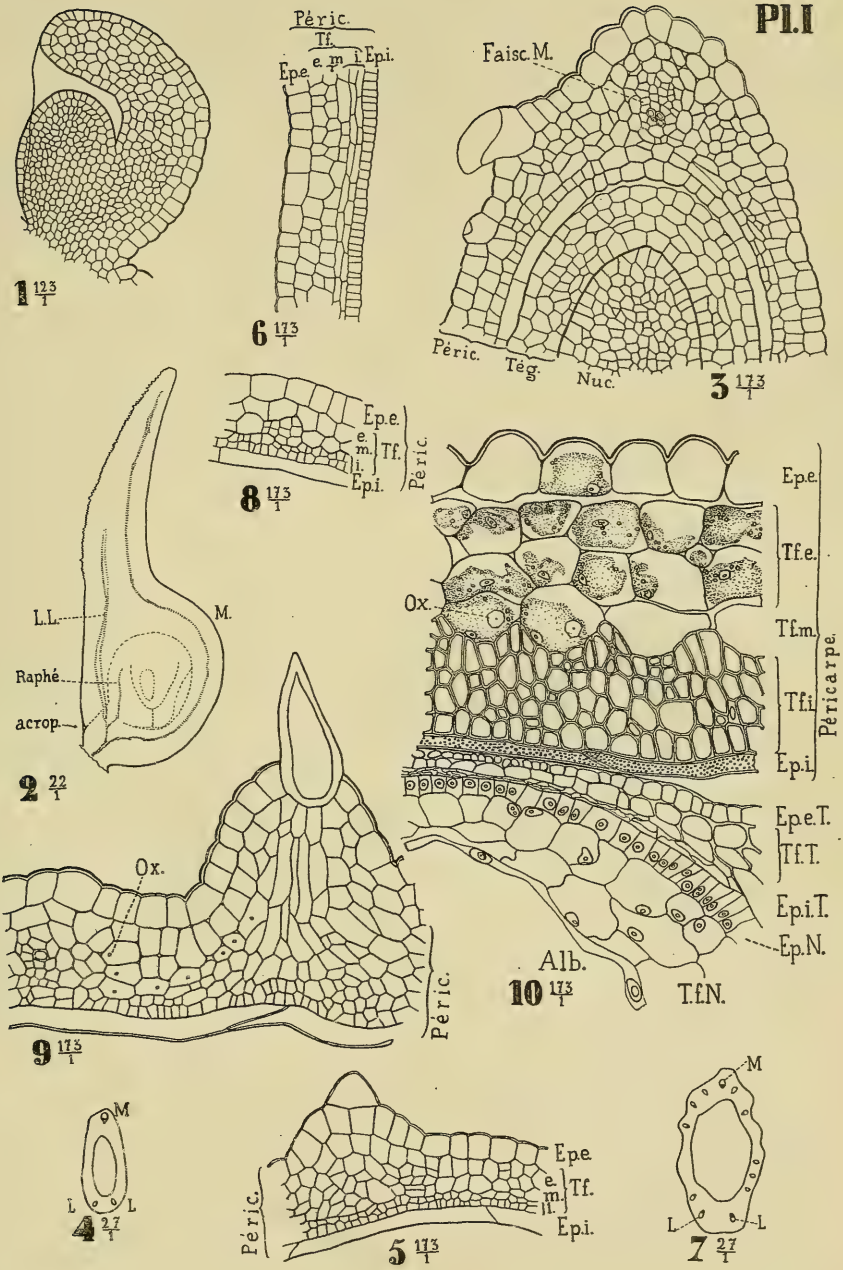
Fig. 3 et 4. — Coupe transversale dans l'ovaire et l'ovule d'un bouton de 2 millimètres (p. 12).

Fig. 5, 7 et 8. — Coupe transversale de la paroi de l'ovaire d'une fleur épanouie (p. 13).

Fig. 6. — Coupe longitudinale de la paroi de l'ovaire d'une fleur épanouie (p. 13).

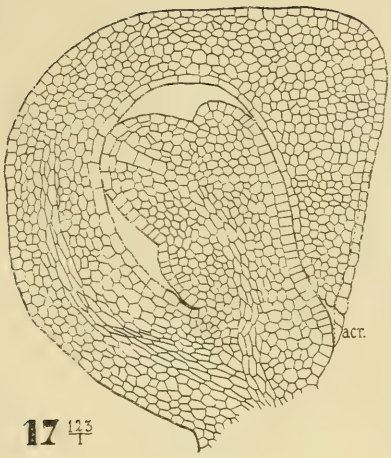
Fig. 9. — Coupe transversale de la paroi de l'ovaire d'une fleur flétrie (p. 14).

Fig. 10. — Coupe transversale dans le péricarpe et le spermoderme à la fin de leur croissance (p. 15).

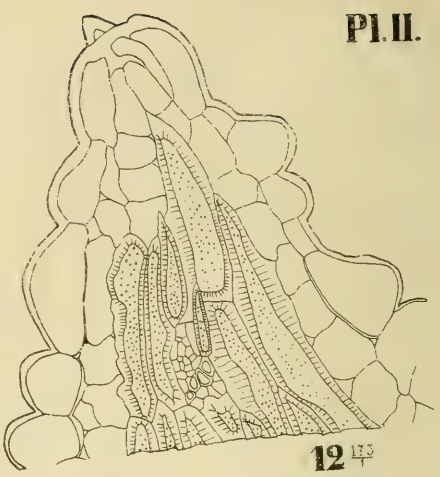


Hyac. Lonay ad. nat. del.

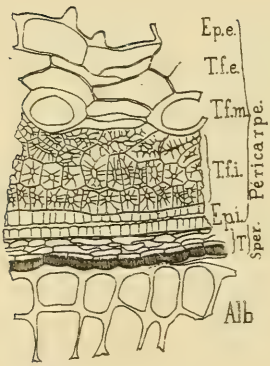
RANUNCULUS ARVENSIS. Péricarpe et Spermoderme.



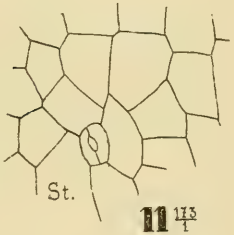
17 $\frac{123}{1}$



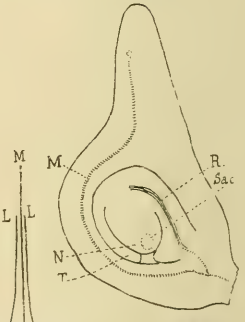
12 $\frac{173}{1}$



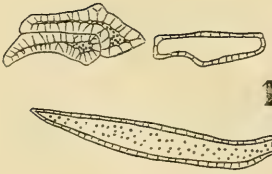
13 $\frac{173}{1}$



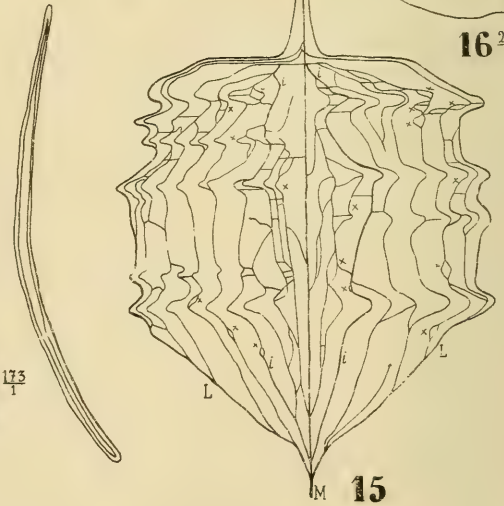
11 $\frac{173}{1}$



16 $\frac{22}{1}$



14 $\frac{173}{1}$



15

Hyac. Lonay ad. nat. del.

RANUNCULUS ARVENSIS. Péricarpe et Spermoderme (suite).

EXPLICATION DE LA PLANCHE II.

RANUNCULUS ARVENSIS L.

Péricarpe (suite).

Fig. 11. — Lambeau d'*Ep. e.* vu de face (p. 14).

Fig. 12. — Coupe d'une protubérance d'un akène presque mûr (p. 14).

Fig. 13. — Coupe transversale dans un akène mûr ayant séjourné dans l'alcool et la glycérine (p. 15).

Fig. 14. — Éléments dissociés du *Tf. i.* (p. 15).

Fig. 15. — Parcours des faisceaux dans le péricarpe (p. 16).

Spermoderme.

Fig. 16. — Coupe longitudinale dans un carpelle d'un bouton de 3 millimètres (p. 16).

Fig. 17. — Coupe longitudinale dans un carpelle d'un bouton de 2 millimètres (p. 17).

EXPLICATION DE LA PLANCHE III.

RANUNCULUS ARVENSIS L.

Spermoderme (suite).

Fig. 18. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un bouton de 3 millimètres (p. 17).

Fig. 19. — Portion de coupe longitudinale dans un ovule de fleur fraîchement épanouie (p. 17).

Fig. 20. — Coupe transversale dans un ovule semblable (p. 17).

Fig. 21. — Coupe transversale dans un ovule remplissant plus de la moitié de la cavité d'un péricarpe arrivé à sa taille définitive (p. 18).

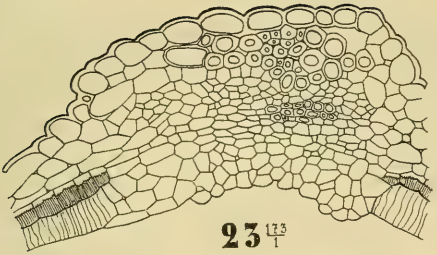
Fig. 22. — Coupe transversale dans un ovule remplissant presque entièrement le péricarpe (p. 18).

Fig. 23, 24, 25 et 26. — Coupe transversale dans une graine mûre, mais non desséchée encore : régions diverses et dessin d'ensemble (p. 19).

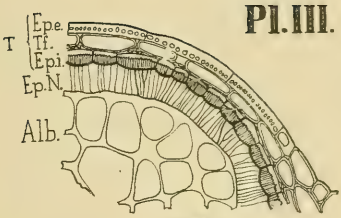
Fig. 27. — *Ep. e. T.* et *Tf. T.* vus de face (p. 19).

Fig. 28. — *Ep. i. T.* vu de face (p. 19).

Fig. 29. — Coupe dans l'albumen d'une graine sèche, traitée par l'eau de javelle (p. 20).



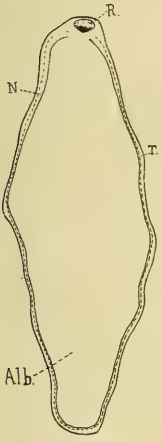
23 $\frac{173}{1}$



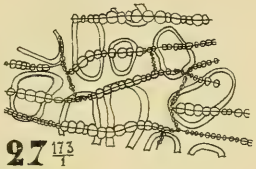
24 $\frac{173}{1}$

25 $\frac{173}{1}$

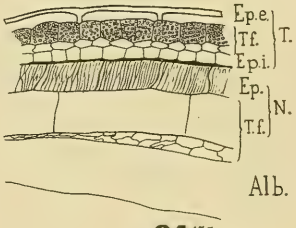
22 $\frac{173}{1}$



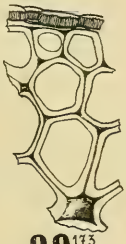
26 $\frac{18}{1}$



27 $\frac{173}{1}$

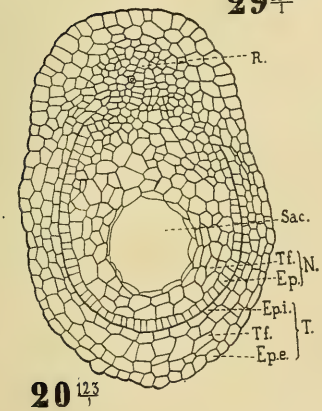


21 $\frac{173}{1}$

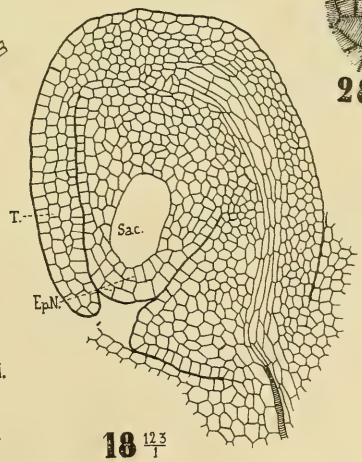


29 $\frac{173}{1}$

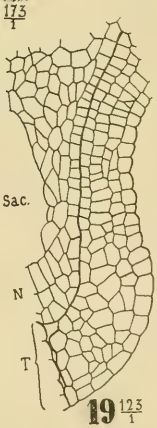
28 $\frac{173}{1}$



20 $\frac{123}{1}$



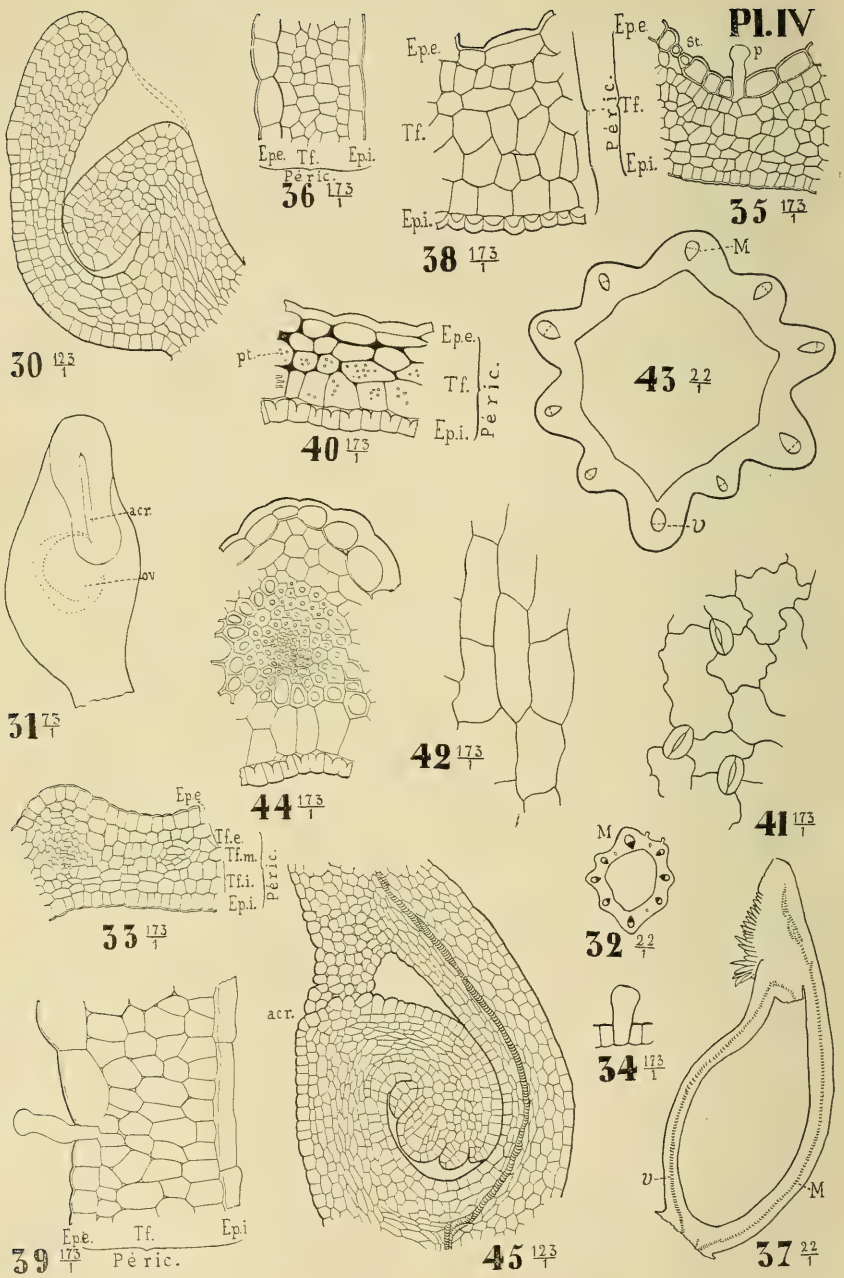
18 $\frac{123}{1}$



19 $\frac{123}{1}$

Hyac. Lonay ad. nat. del.

RANUNCULUS ARVENSIS. Spermoderme.



Hyac. Lonay ad. nat. del.

THALICTRUM FLAVUM. Péricarpe.

EXPLICATION DE LA PLANCHE IV.

THALICTRUM FLAVUM L.

Péricarpe.

Fig. 30. — Coupe longitudinale dans un carpelle d'un bouton de 1 millimètre (pp. 23 et 26).

Fig. 31. — Carpelle d'un bouton de 2 millimètres vu extérieurement (p. 23).

Fig 32. — Ensemble d'une coupe transversale du même (p. 23).

Fig. 33 et 34. — Détails de la coupe précédente et poil (p. 23).

Fig. 35. — Coupe transversale dans un ovaire de 2 millimètres (p. 24).

Fig. 36 et 37. — Coupe longitudinale dans un pareil ovaire (p. 24).

Fig. 38 et 43. — Coupe transversale dans un ovaire de 3 millimètres traitée par la potasse (pp. 25 et 26).

Fig. 39. — Coupe longitudinale du même (p. 25).

Fig. 40. — Coupe transversale dans un péricarpe ayant séjourné dans l'eau, mise dans le chlorure de zinc iodé (p. 25).

Fig. 41. — *Ep. e.* vu de face (p. 25).

Fig. 42. — *Ep. e.* longeant les côtes (p. 25).

Fig. 44. — Faisceau de taille moyenne d'un carpelle presque mûr (p. 26).

Spermoderme.

Fig. 45. — Coupe longitudinale dans l'ovule d'un bouton de $1^{mm},5$ (p. 27).

EXPLICATION DE LA PLANCHE V.

THALICTRUM FLAVUM L.

Spermoderme (suite).

Fig. 46. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un bouton de 2 millimètres (p. 27).

Fig. 47. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un bouton presque épanoui (p. 27).

Fig. 48 et 49. — Coupe longitudinale dans l'ovule fécondé d'un ovaire de 2 millimètres (p. 28).

Fig. 50 et 51. — Coupe longitudinale dans l'ovule d'un ovaire de $2^{mm},5$ (p. 28).

Fig. 52 et 53. — Coupe longitudinale dans l'ovule d'un ovaire de 3 millimètres (p. 28).

Fig. 54 et 55. — Coupe transversale dans l'ovule d'un ovaire de 2 millimètres (p. 28).

Fig. 56 et 57. — Coupe transversale dans l'ovule d'un ovaire de $2^{mm},5$ (p. 28).

Fig. 58. — Coupe transversale dans l'ovule d'un ovaire de 3 millimètres (p. 28).

Fig. 59. — Coupe transversale d'une graine sèche traitée par l'acide lactique (p. 28).

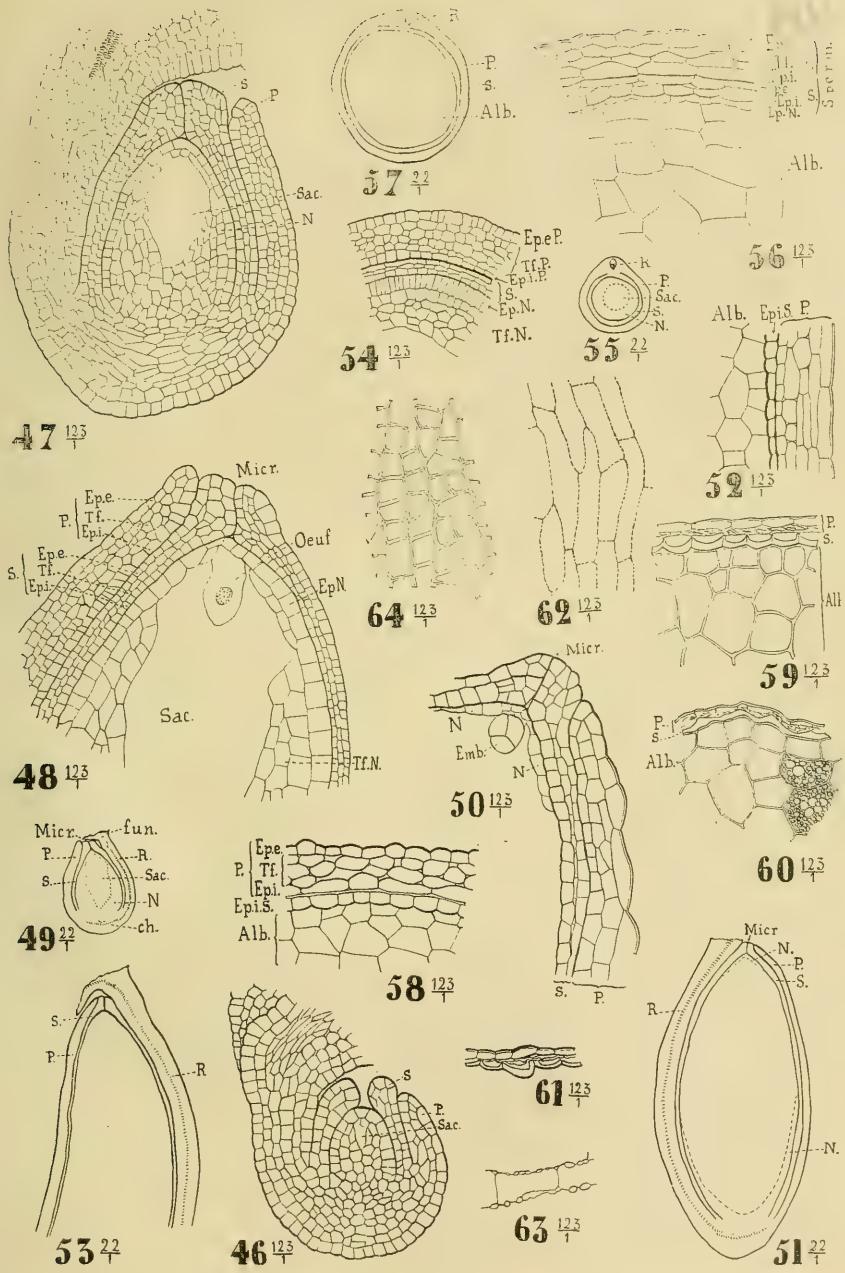
Fig. 60. — Coupe semblable non traitée, mise dans la glycérine anhydre (p. 28).

Fig. 61. — Coupe semblable ayant séjourné longtemps dans la potasse (p. 28).

Fig. 62. — *Ep. e. P.* vu de face (p. 28).

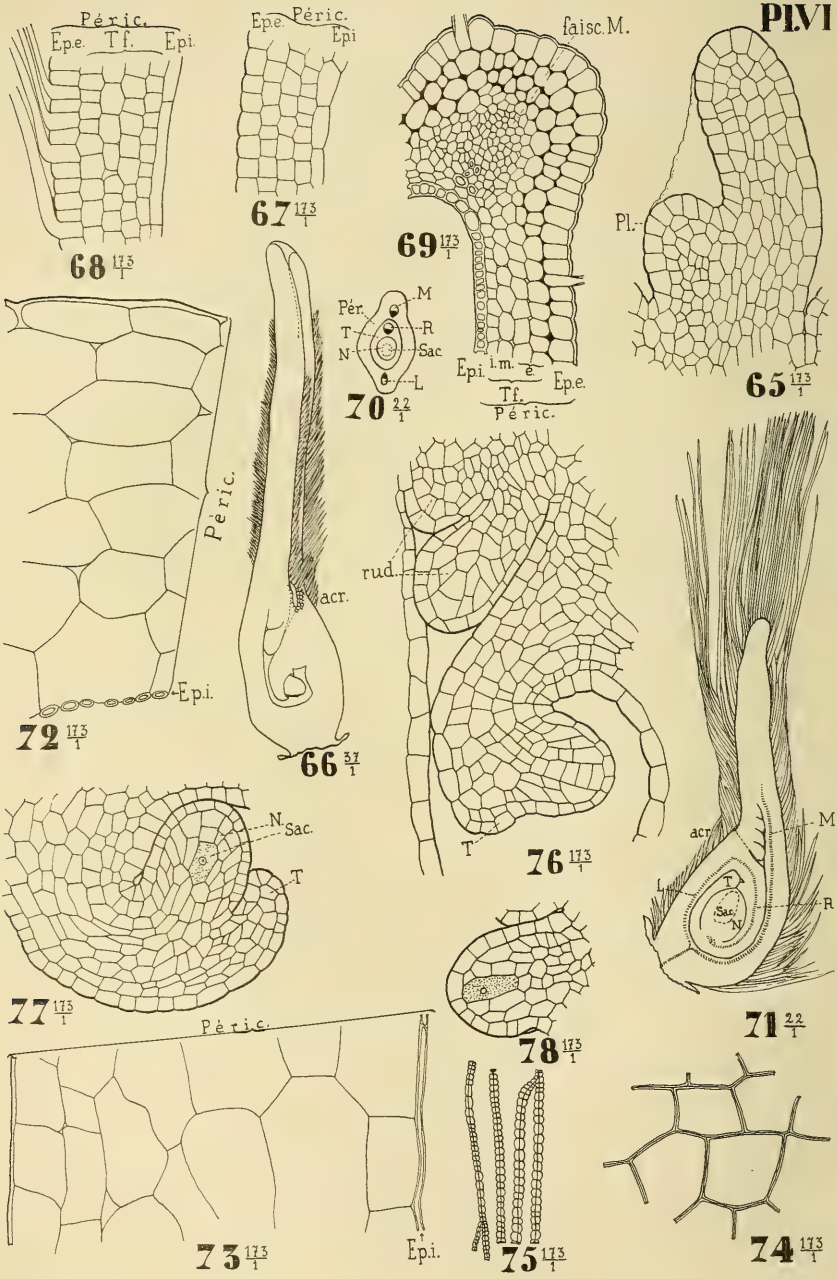
Fig. 63. — *Tf. P.* vu de face (p. 29).

Fig. 64. — *Ep. i. S.* vu de face (p. 29).



Hyac. Lonay ad. nat. del.

THALICTRUM FLAVUM. Spermoderme.



Hyac. Lonay ad. nat. del.

CLEMATIS VITALBA. Péricarpe et Spermoderme.

EXPLICATION DE LA PLANCHE VI.

CLEMATIS VITALBA L.

Péricarpe.

Fig. 65. — Carpelle très jeune, longtemps avant sa complète fermeture, en coupe optique (p. 30).

Fig. 66. — Carpelle d'un bouton de 3 millimètres, vu extérieurement (p. 31).

Fig. 67. — Coupe longitudinale d'un ovaire lors de la fermeture des carpelles (p. 32).

Fig. 68. — Coupe longitudinale dans un ovaire d'un bouton de 7 millimètres (p. 32).

Fig. 69 et 70. — Coupe transversale dans un carpelle d'une fleur épanouie (p. 32).

Fig. 71. — Ensemble de la coupe longitudinale dans un carpelle de fleur récemment flétrie (p. 31 et 32).

Fig. 72. — Coupe transversale dans le péricarpe d'une graine, dix jours avant sa maturité (p. 33).

Fig. 73. — Coupe longitudinale du même (p. 33).

Fig. 74. — *Ep. e.* du péricarpe mûr vu de face (p. 33).

Fig. 75. — *Ep. i.* du péricarpe mûr vu de face (p. 33).

Spermoderme.

Fig. 76. — Coupe longitudinale dans les ovules d'un bouton floral de 3 millimètres (p. 34).

Fig. 77. — Coupe longitudinale dans l'ovule principal d'un bouton de 4 millimètres (p. 34).

Fig. 78. — Coupe longitudinale dans un des ovules rudimentaires accompagnant l'ovule précédent (p. 35).

EXPLICATION DE LA PLANCHE VII.

CLEMATIS VITALBA L.

Spermoderme (suite).

Fig. 79. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un bouton sur le point de s'épanouir (p. 35).

Fig. 80. — Coupe transversale du même (p. 35).

Fig. 81 et 82. — Coupe transversale dans l'ovule d'un ovaire fécondé de 1 millimètre (p. 35).

Fig. 83. — Coupe transversale dans un ovule d'un ovaire de 2 millimètres (p. 36).

Fig. 84. — Coupe longitudinale dans le spermoderme d'une graine à peu près mûre (p. 36).

Fig. 85. — Coupe transversale dans le péricarpe et le spermoderme d'une graine traitée par l'eau de javelle et la potasse (p. 36).

Fig. 86. — Coupe transversale dans le spermoderme d'une graine bien mûre, traitée par la potasse (p. 36).

Fig. 87. — Coupe transversale dans le spermoderme d'une graine mûre mais non desséchée encore : région du raphé (p. 36).

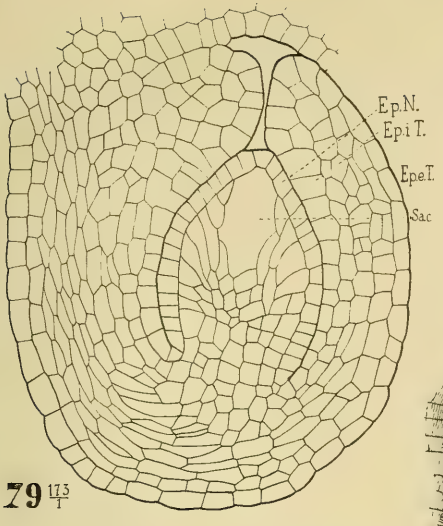
Fig. 88. — Coupe transversale faite à sec dans le péricarpe et le spermoderme d'une graine mûre et déposée dans la glycérine anhydre (p. 36).

Fig. 89. — Coupe semblable déposée dans l'eau (p. 36).

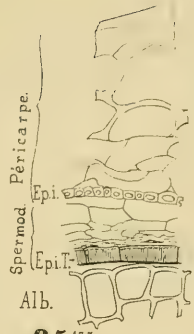
Fig. 90. — *Ep. e. T.* vu de face (p. 36).

Fig. 91. — *Tf. T.* vu de face (p. 36).

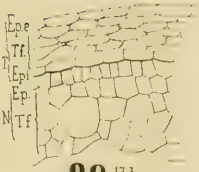
Fig. 92. — *Ep. i. T.* vu de face (p. 37).



79 $\frac{173}{1}$

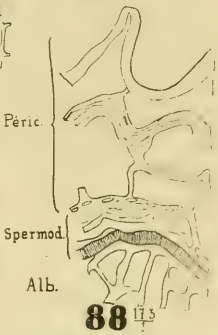


85 $\frac{173}{1}$

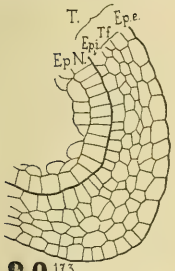


82 $\frac{173}{1}$

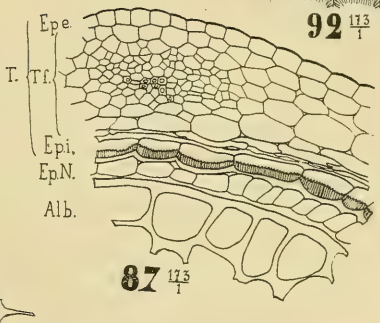
92 $\frac{173}{1}$



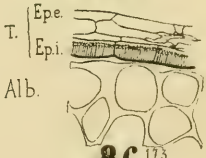
88 $\frac{173}{1}$



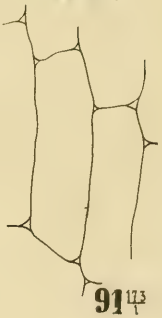
80 $\frac{173}{1}$

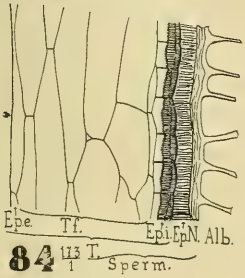


87 $\frac{173}{1}$

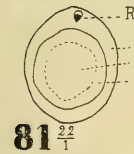


86 $\frac{173}{1}$

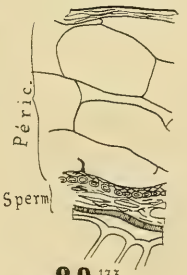

91 $\frac{173}{1}$



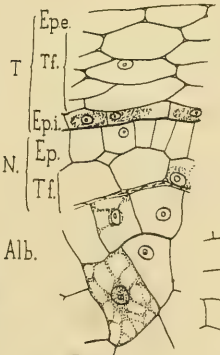
84 $\frac{173}{1}$



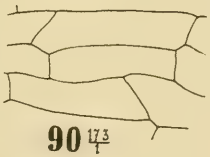
81 $\frac{22}{1}$



89 $\frac{173}{1}$

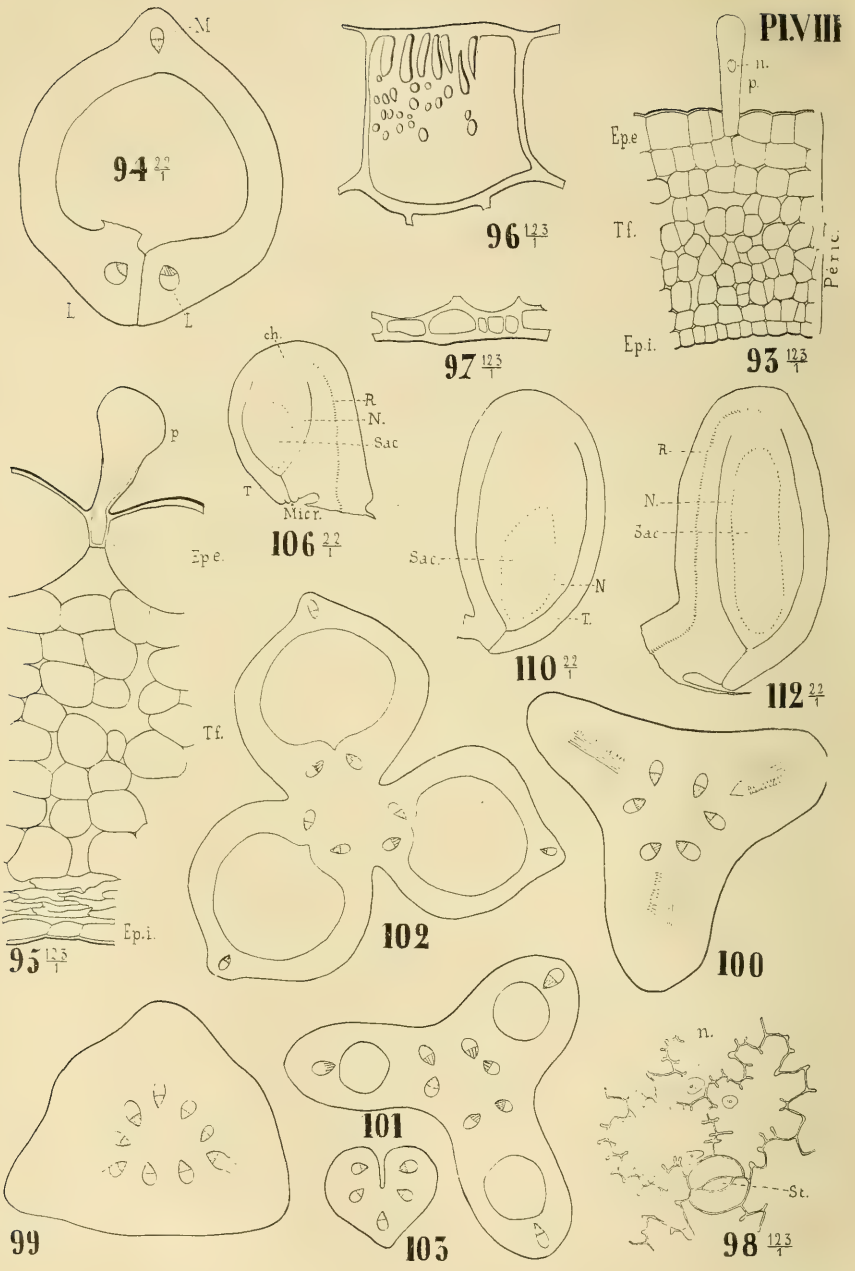


83 $\frac{173}{1}$


90 $\frac{173}{1}$

Hyac. Lonay ad. nat. del.

CLEMATIS VITALBA. Péricarpe et Spermoderme (suite).



Hyac. Lonay ad. nat. del.

HELLEBORUS FŒTIDUS. Péricarpe et Spermoderme.

EXPLICATION DE LA PLANCHE VIII.

HELLEBORUS FOETIDUS L.

Péricarpe.

Fig. 93 et 94. — Coupe transversale dans un carpelle d'un bouton floral de 8 millimètres (p. 39).

Fig. 95. — Coupe transversale dans un carpelle de 22 millimètres (p. 40).

Fig. 96. — Coupe transversale dans un carpelle un peu avant la maturité : une cellule de l'*Ep. e.* (p. 41).

Fig. 97. — Même coupe : *Ep. i.* (p. 40).

Fig. 98. — *Ep. i.* du péricarpe presque mûr, vu de face (p. 40).

Fig. 99, 100, 101, 102, 94 et 103. — Coupes à divers niveaux des carpelles, depuis l'insertion jusque dans le bec stylaire, montrant la course des faisceaux (p. 41).

Spermoderme.

Fig. 106. — Ensemble de la coupe longitudinale d'un ovule d'une fleur épanouie (p. 42).

Fig. 110. — Ensemble de la coupe longitudinale d'un ovule d'un carpelle de 12 millimètres (p. 43).

Fig. 112. — Ensemble de la coupe longitudinale d'un ovule d'un carpelle de 16 millimètres (p. 43).

Fig. 104, 105, 107, 108, 109, 111. — Voir planche IX.

EXPLICATION DE LA PLANCHE IX.

HELLEBORUS FOETIDUS L.

Spermoderme (suite).

Fig. 104 et 105. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un bouton de fleur de 8 millimètres (p. 42).

Fig. 106. — Voir planche VIII.

Fig. 107 et 108. — Coupe longitudinale dans un ovule d'une fleur épanouie : tégument (p. 43).

Fig. 109. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un carpelle de 12 millimètres (p. 43).

Fig. 110. — Voir planche VIII.

Fig. 111. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un carpelle de 16 millimètres (p. 43).

Fig. 112. — Voir planche VIII.

Fig. 113 et 114. — Coupe transversale du même (p. 43).

Fig. 115 et 116. — Coupe transversale d'un ovule d'un carpelle de 25 millimètres (p. 43).

Fig. 117 et 118. — Coupe transversale d'un ovule peu avant la maturité (p. 43).

Fig. 119. — Coupe transversale d'une graine qui vient de mûrir (p. 43).

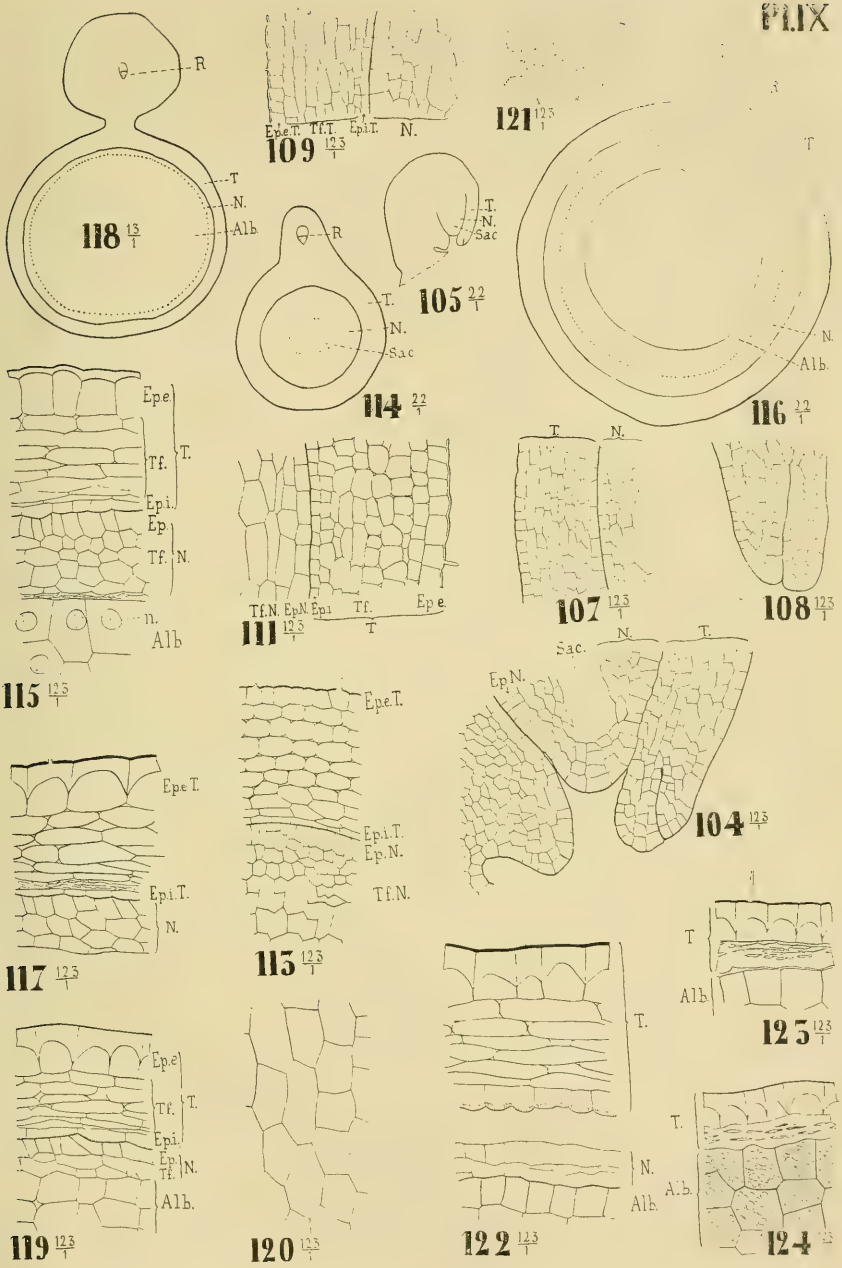
Fig. 120. — *Ep. e. T.* vu de face (p. 44).

Fig. 121. — *Ep. i. T.* vu de face par l'intérieur (p. 44).

Fig. 122. — Coupe transversale d'une graine sèche ayant séjourné dans la potasse pendant dix jours (p. 44).

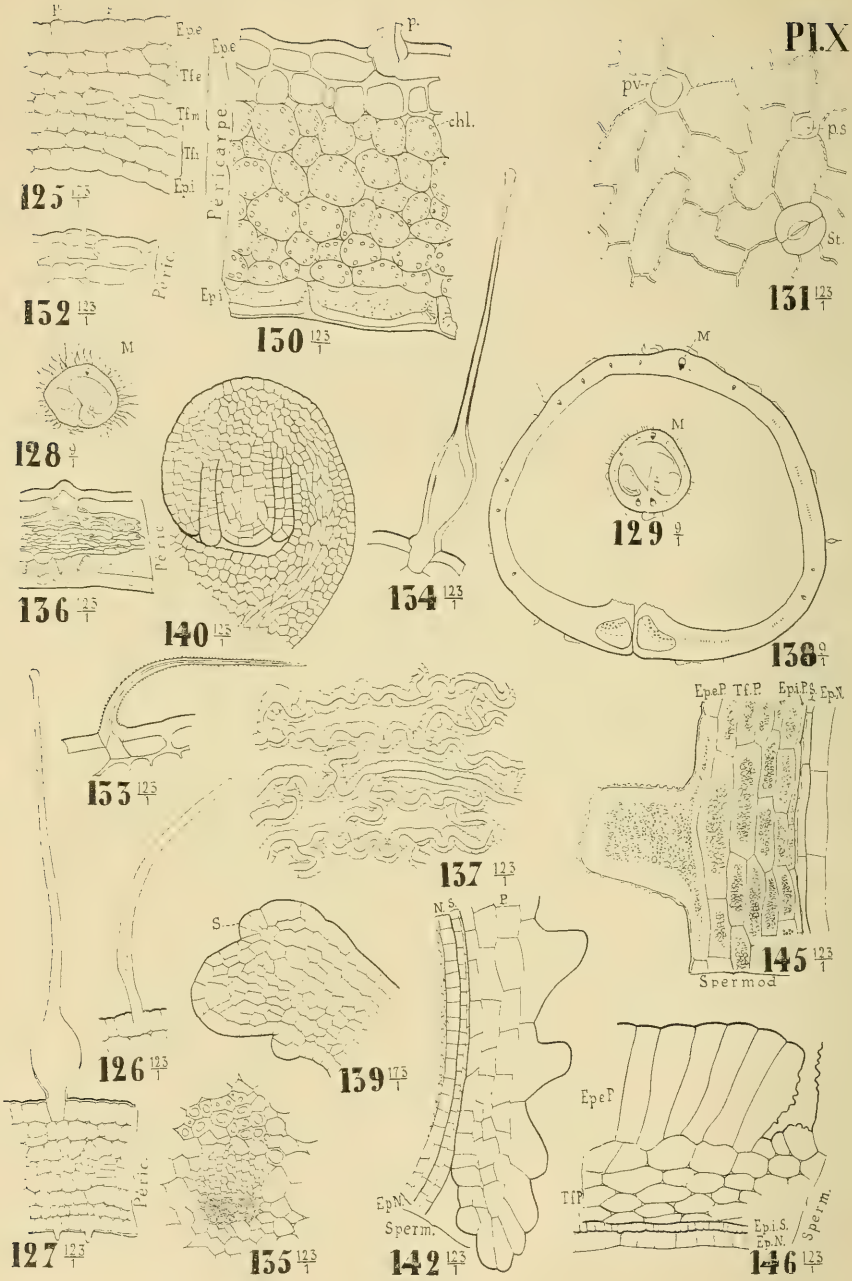
Fig. 123. — Coupe transversale d'une graine mise dans l'eau seulement (p. 44).

Fig. 124. — Coupe transversale d'une graine vue dans la glycérine épaisse (p. 44).



Hyac. Lonay ad. nat. del.

HELLEBORUS FŒTIDUS. Spermoderme.



Hyac. Lonay ad. nat. del.

DELPHINIUM AJACIS. Péricarpe et Spermoderme.

EXPLICATION DE LA PLANCHE X.

DELPHINIUM AJACIS L.

Péricarpe.

Fig. 125. — Coupe transversale d'un carpelle d'un bouton de 7 millimètres (p. 47).

Fig. 126. — Coupe transversale d'un carpelle d'un bouton de 9 millimètres : *Ep. e.* avec un poil (p. 47).

Fig. 127 et 128. — Coupe transversale dans un carpelle d'un bouton sur le point de s'épanouir (pp. 47 et 48).

Fig. 129. — Coupe transversale dans un carpelle de fleur épanouie (p. 48).

Fig. 130 et 158. — Coupe transversale dans un carpelle de 25 millimètres (p. 49).

Fig. 131. — *Ep. e.* vu de face (p. 49).

Fig. 132. — Coupe transversale d'un carpelle de 15 millimètres : *Ep. e.* avec un stomate (p. 49).

Fig. 133. — Poil effilé à verrues d'un carpelle de 25 millimètres (p. 49).

Fig. 134. — Poil ventru du même carpelle (p. 49).

Fig. 135. — Faisceau M du même carpelle (p. 49).

Fig. 136. — Coupe transversale du péricarpe mûr, dans la glycérine (p. 49).

Fig. 137. — *Ep. i.* vu de face (p. 50).

Fig. 138. — Ensemble de la coupe de la figure 130 (p. 51).

Spermoderme.

Fig. 139. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un ovaire provenant d'un bouton de 5 millimètres (p. 51).

Fig. 140. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un bouton de 9 millimètres (p. 51).

Fig. 142. — Coupe longitudinale d'un ovule d'ovaire de 15 millimètres (p. 53).

Fig. 145. — Coupe longitudinale d'un ovule d'ovaire de 20 millimètres (p. 53).

Fig. 146. — Coupe transversale du même (p. 53).

Fig. 141, 143, 144. — Voir planche XI.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XI.

DELPHINIUM AJACIS L.

Spermoderme (suite).

Fig. 141. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un bouton sur le point de s'épanouir (p. 52).

Fig. 142. — Voir planche X.

Fig. 143. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un ovaire de 18 millimètres (p. 53).

Fig. 144. — Coupe transversale du même (p. 53).

Fig. 145 et 146. — Voir planche X.

Fig. 147, 148 et 149. — Coupe transversale d'une graine encore blanche (p. 54).

Fig. 150. — Coupe transversale d'une graine noire fraîche (p. 54).

Fig. 151. — Coupe longitudinale d'une graine blanche (p. 54).

Fig. 152. — Une graine mûre (p. 54).

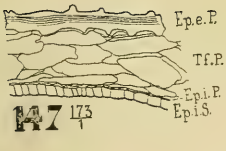
Fig. 153. — Lambeau de l'*Ep. e. P.* vu de face par l'extérieur (p. 54).

Fig. 154 et 155. — Détails de la préparation précédente (p. 54).

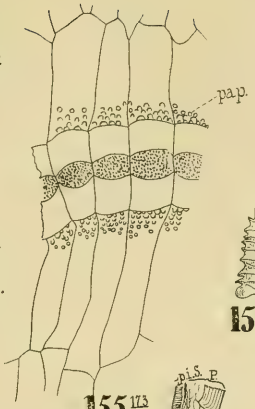
Fig. 156. — Coupe longitudinale, à sec, dans une graine mûre (p. 55).

Fig. 157. — *Ep. i. S.* vu de face par l'intérieur (p. 55).

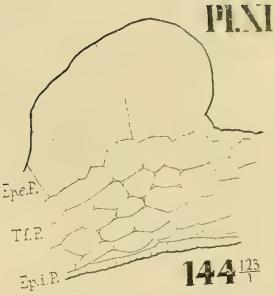
Fig. 158. — Coupe transversale d'une graine mûre traitée par l'eau (p. 55).



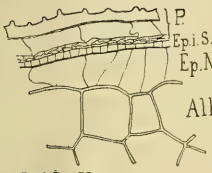
147 $\frac{173}{1}$



155 $\frac{173}{1}$

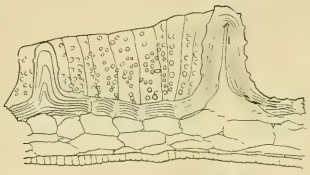


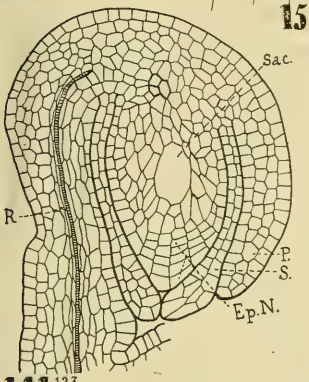
144 $\frac{123}{1}$



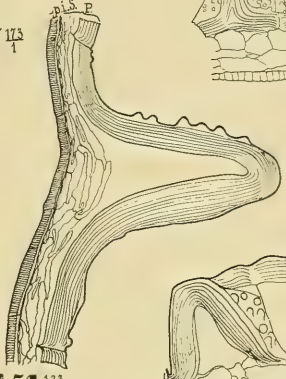
150 $\frac{173}{1}$

152 $\frac{5}{1}$

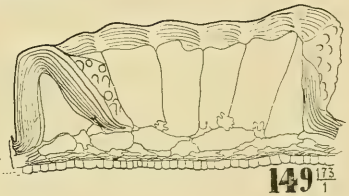

148 $\frac{123}{1}$



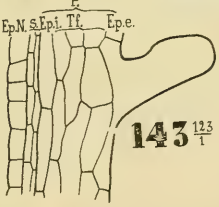
141 $\frac{123}{1}$



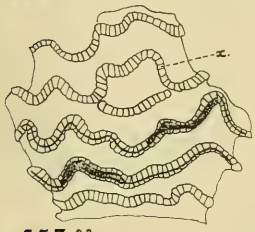
151 $\frac{173}{1}$

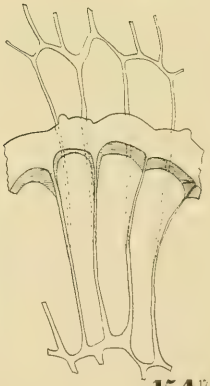


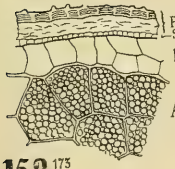
149 $\frac{173}{1}$



143 $\frac{123}{1}$

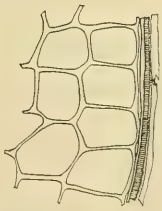

153 $\frac{22}{1}$


154 $\frac{173}{1}$



158 $\frac{173}{1}$

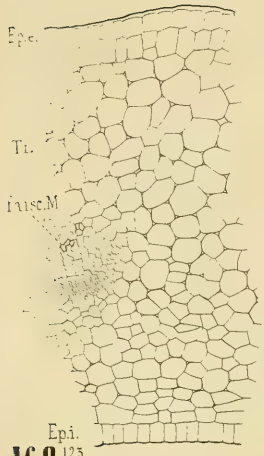
157 $\frac{173}{1}$


156 $\frac{173}{1}$

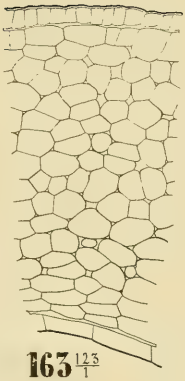
Hyac. Lonay ad. nat. del.

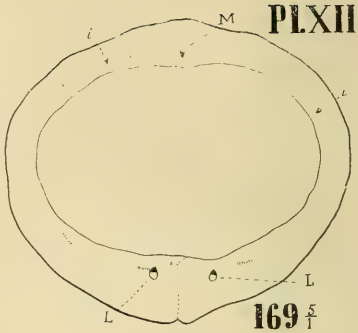
DELPHINIUM AJACIS. Spermoderme.

PL XII



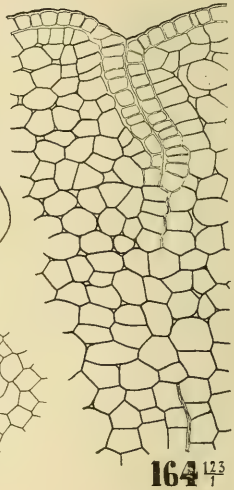
162 $\frac{123}{1}$

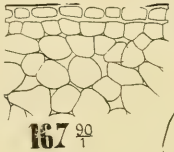

163 $\frac{123}{1}$

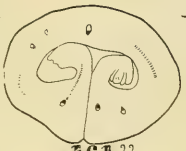


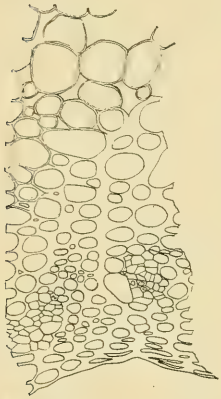
169 $\frac{5}{1}$

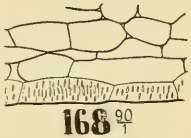
160 $\frac{22}{1}$


164 $\frac{123}{1}$

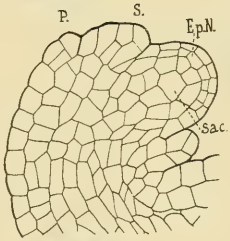

167 $\frac{90}{1}$


161 $\frac{22}{1}$

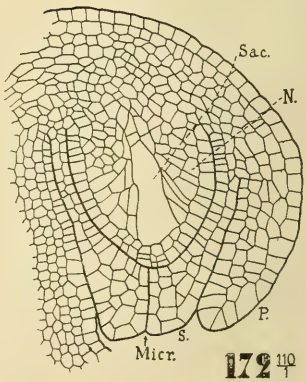

165 $\frac{123}{1}$


168 $\frac{90}{1}$

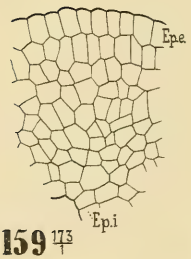
166 $\frac{123}{1}$



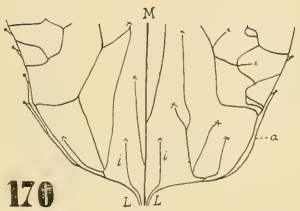
171 $\frac{173}{1}$



172 $\frac{110}{1}$



159 $\frac{173}{1}$



170

Hyac. Lonay ad. nat. del.

ACTAEA SPICATA. Péricarpe et Spermoderme.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XII.

ACTÆA SPICATA L.

Péricarpe.

Fig. 159 et 160. — Coupe transversale dans le carpelle d'un bouton floral de moins de 1 millimètre (p. 112).

Fig. 161. — Coupe transversale dans le carpelle d'un bouton de $1^{mm},5$ (p. 112).

Fig. 162. — Coupe transversale dans le carpelle d'une fleur épanouie : région dorsale (p. 112).

Fig. 163 et 164. — Coupe transversale dans un ovaire de 2 millimètres : région latérale et région ventrale (p. 112).

Fig. 165. — Coupe transversale dans un ovaire de 6 millimètres : région ventrale (p. 113).

Fig. 166. — *Ep. e.* vu de face : un stomate (p. 112).

Fig. 167, 168 et 169. — Coupe transversale dans le péricarpe d'un fruit mûr non tombé encore (pp. 112, 113 et 114).

Fig. 170. — Parcours des faisceaux dans la partie inférieure du péricarpe (p. 114).

Spermoderme.

Fig. 171. — Coupe longitudinale d'un ovule pris dans un bouton de moins de 2 millimètres (p. 114).

Fig. 172. — Coupe longitudinale dans un ovule de fleur épanouie (p. 114).

EXPLICATION DE LA PLANCHE XIII.

ACTÆA SPICATA L.

Spermoderme (suite).

Fig. 173. — Coupe transversale d'un ovule d'un carpelle de 4 millimètres (p. 115).

Fig. 174 et 175. — Coupe longitudinale d'un ovule d'un carpelle de 6 millimètres : région micropylienne et région moyenne (p. 115).

Fig. 176. — Coupe transversale du même : région du raphé (p. 114).

Fig. 177. — Coupe transversale d'une graine un peu avant sa maturité complète (p. 115).

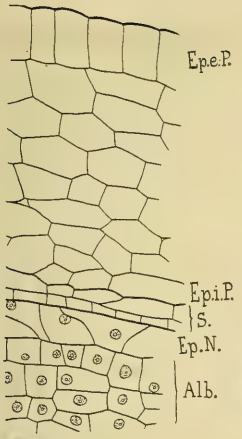
Fig. 178. — Coupe transversale, faite à sec puis mise dans l'eau, du spermoderme d'une graine sèche (p. 115).

Fig. 179. — Idem mise dans la glycérine épaisse (p. 115).

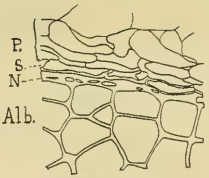
Fig. 180. — Comme à la figure 178, traitée ensuite par la potasse (p. 115).

Fig. 181. — Coupe tangentielle dans l'*Ep. e. P.* (p. 114).

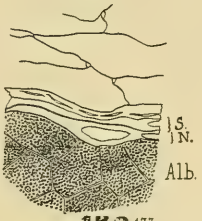
Fig. 182. — Cellule de l'*Ep. i. S.* d'une graine mûre, vue de face (p. 115).



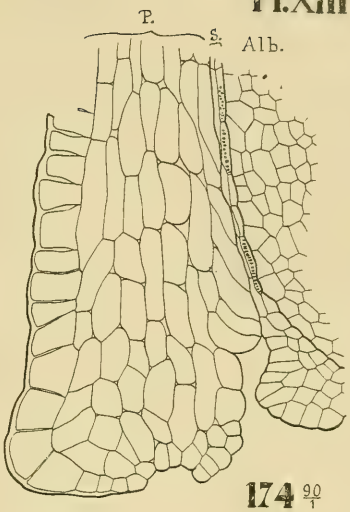
173 $\frac{123}{1}$



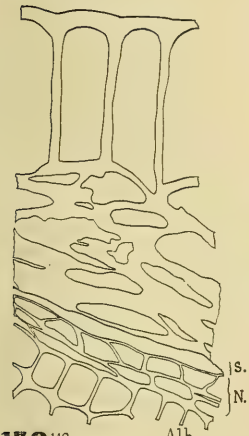
180 $\frac{173}{1}$



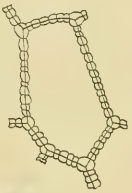
179 $\frac{173}{1}$



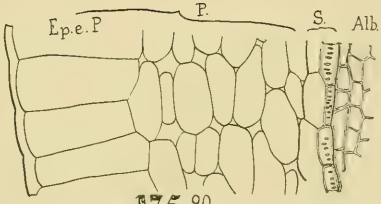
174 $\frac{90}{1}$



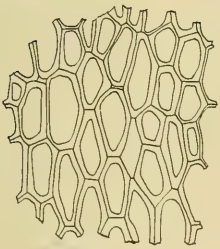
178 $\frac{118}{1}$



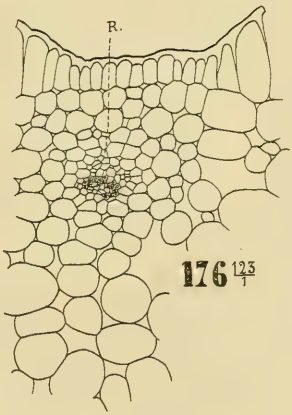
182 $\frac{173}{1}$



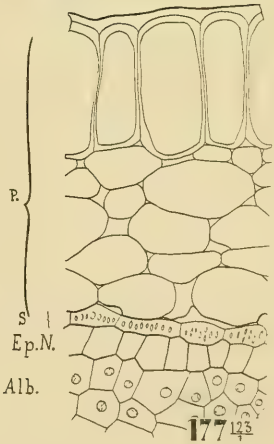
175 $\frac{90}{1}$



181 $\frac{73}{1}$



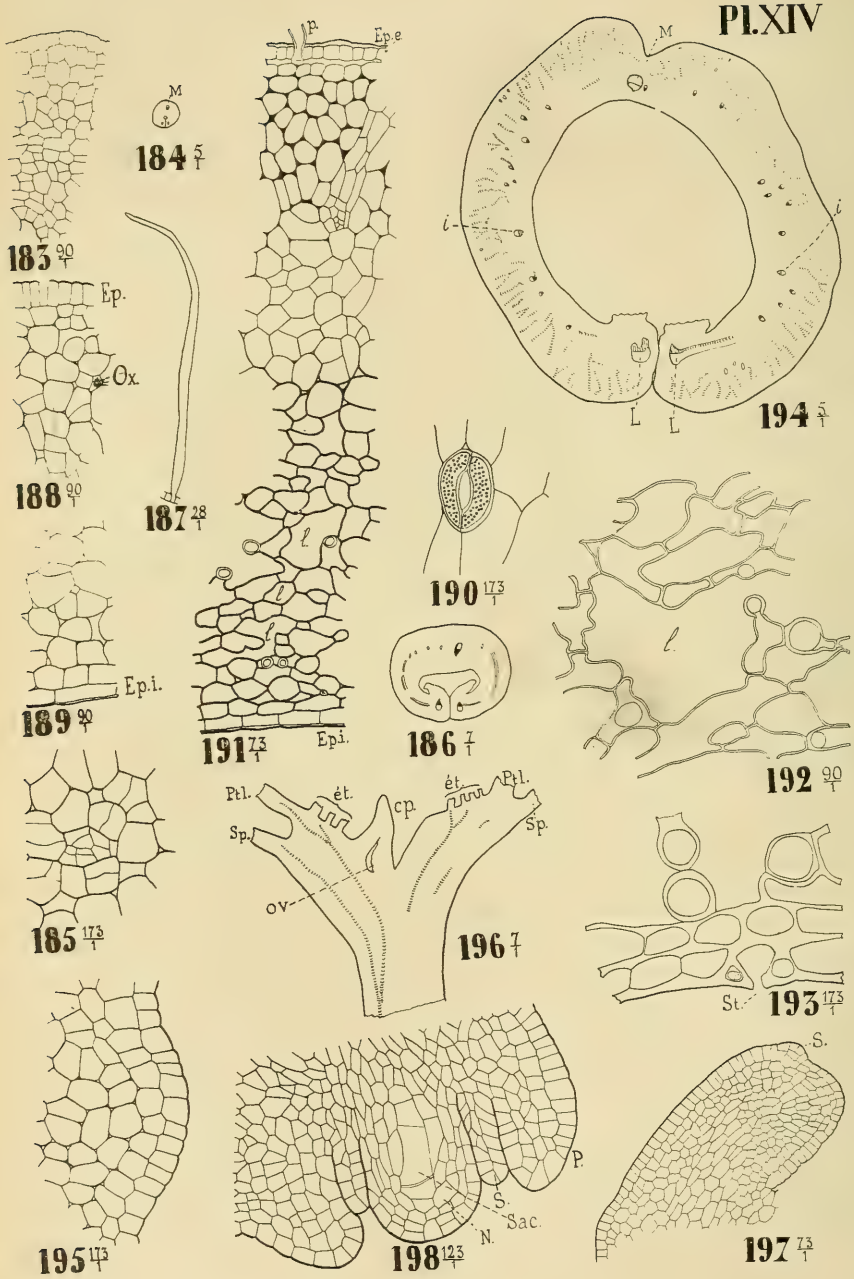
176 $\frac{123}{1}$



177 $\frac{123}{1}$

Hyac. Lonay ad. nat. del.

ACTAEA SPICATA. Spermoderme.



Hyac. Lonay ad. nat. del.

PAEONIA OFFICINALIS. Péricarpe et Spermoderme.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XIV.

PÆONIA OFFICINALIS Retz.

Péricarpe.

Fig. 183 et 184. — Coupe transversale dans un carpelle d'un bouton de 6 millimètres, vers le milieu de la partie libre (p. 58).

Fig. 185 et 186. — Coupe transversale dans un carpelle d'un bouton de 13 millimètres: détails du *Tf. m.* et ensemble (p. 59).

Fig. 187. — Poil d'un carpelle de la fleur épanouie (p. 59).

Fig. 188 et 189. — Coupe transversale dans un carpelle d'un bouton de 26 millimètres: partie externe et partie interne (pp. 59 et 60).

Fig. 190. — Lambeau d'*Ep. i.* avec stomate vu de face, provenant d'un carpelle de 3 centimètres (p. 60).

Fig. 191. — Coupe transversale dans un carpelle de 15 millimètres (p. 60).

Fig. 192 et 193. — Coupe transversale dans un carpelle de 3 centimètres: *Tf. i.* et *Ep. i.* (p. 60).

Fig. 194. — Coupe transversale d'un carpelle au moment de sa déhiscence (p. 61).

Spermoderme.

Fig. 195 et 196. — Coupe longitudinale dans un bouton floral de 7 millimètres : apparition des mamelons ovulaires (p. 62).

Fig. 197. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un carpelle de bouton floral de 13 millimètres (p. 62).

Fig. 198. — Coupe longitudinale de l'ovule d'un bouton de 15 millimètres (p. 62).

EXPLICATION DE LA PLANCHE XV.

PÆONIA OFFICINALIS Retz.

Spermoderme (suite).

Fig. 199. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un bouton floral de 20 millimètres (p. 62).

Fig. 200. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un bouton floral de 25 millimètres (p. 62).

Fig. 201. — Coupe longitudinale dans un ovule de la fleur épanouie (p. 63).

Fig. 202. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un ovaire de 2 centimètres (p. 63).

Fig. 203. — Coupe longitudinale dans un ovule d'un ovaire de 3 centimètres (p. 64).

Fig. 204. — Coupe transversale dans un ovule d'un ovaire au début de la déhiscence (p. 64).

Fig. 205. — Coupe transversale dans un ovule d'un ovaire de 3 centimètres (p. 64).

Fig. 206. — Coupe transversale du spermoderme sec mise dans la glycérine épaisse (p. 66).

Fig. 207. — Coupe pareille mise dans la potasse (p. 66).

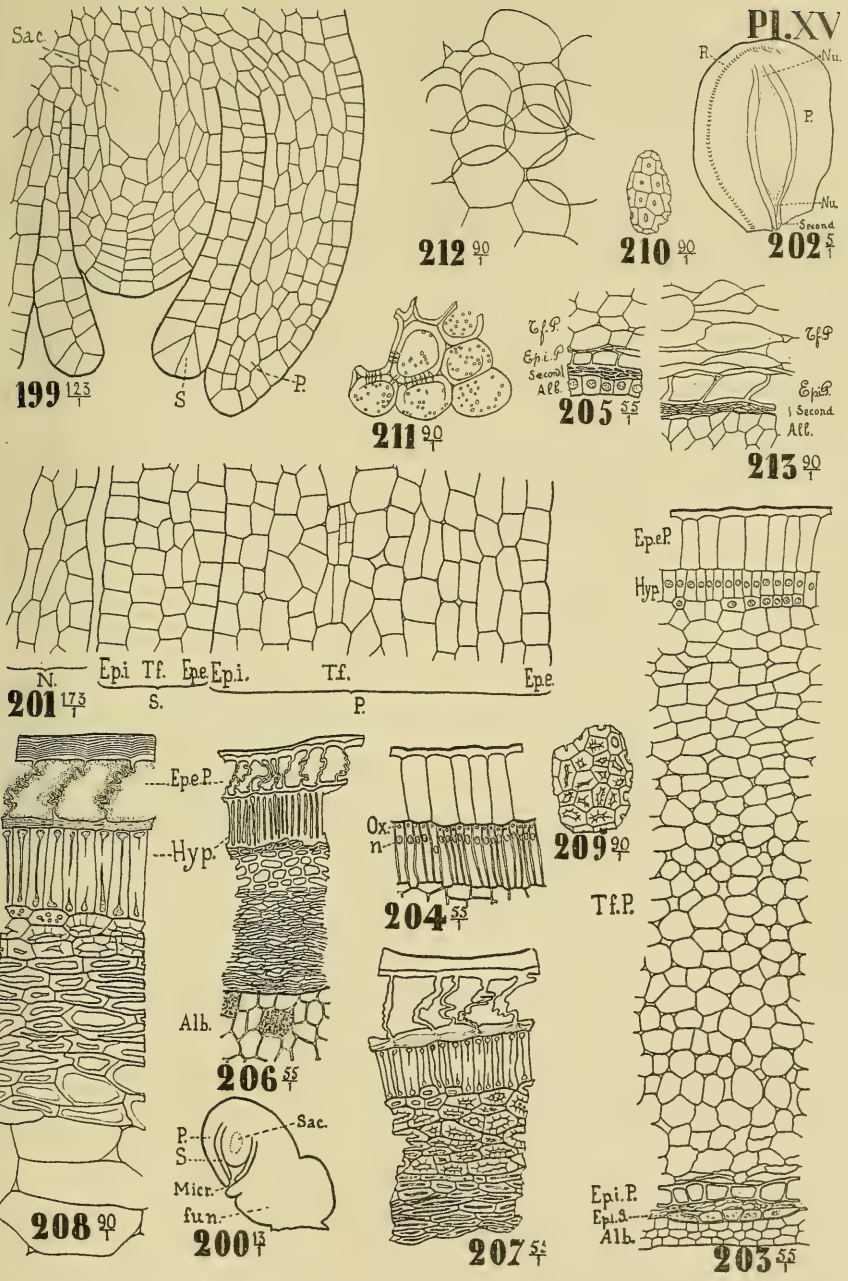
Fig. 208. — Coupe pareille ayant séjourné une nuit dans l'eau et examinée dans l'eau (p. 66).

Fig. 209 et 210. — Coupes tangentielles dans l'assise hypodermique du spermoderme mûr (p. 66).

Fig. 211. — Lambeau de *Tf. e. P.* vu de face, montrant des cellules arrondies et ponctuées (p. 66).

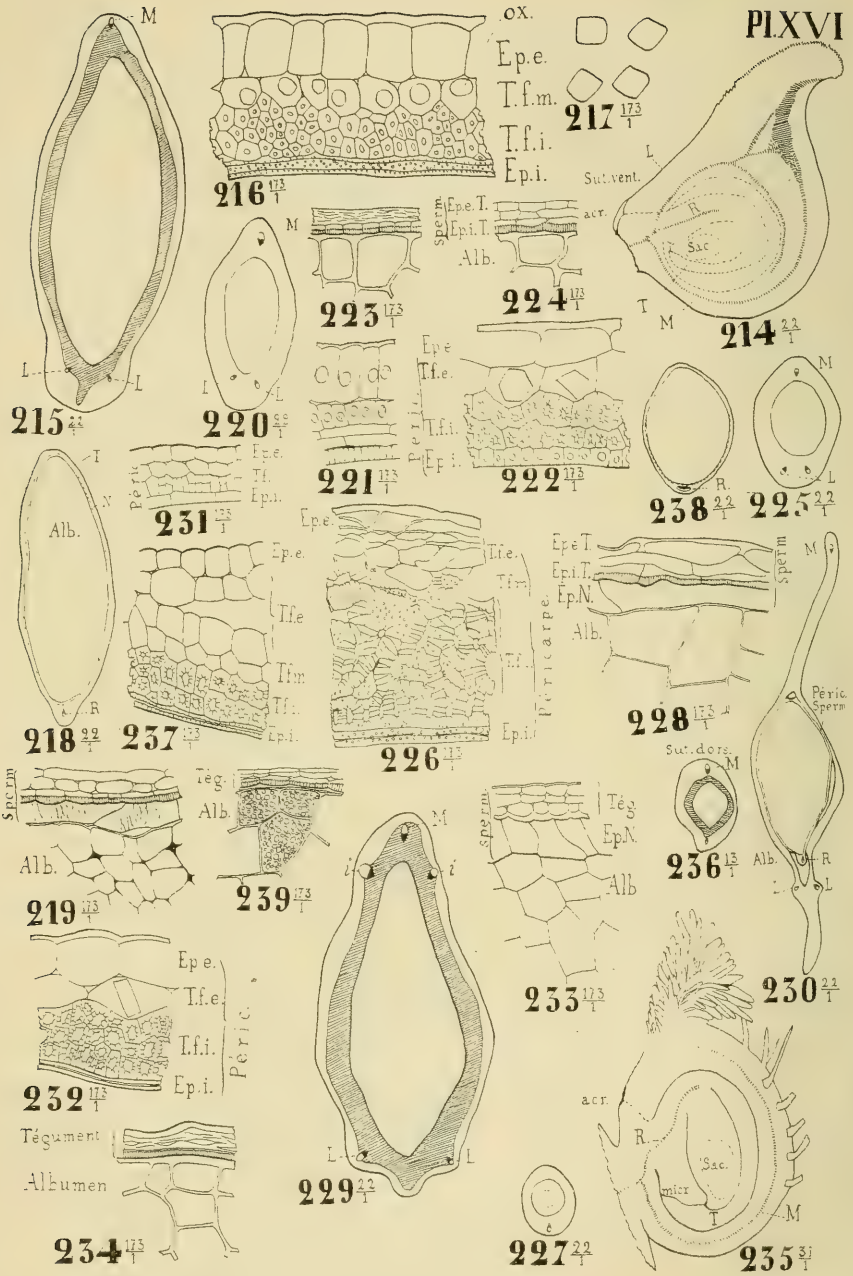
Fig. 212. — Lambeau de *Tf. i. P.* vu de face (p. 66).

Fig. 213. — Coupe transversale du spermoderme sec traité par l'eau puis par la potasse (p. 66).



Hyac. Lonay ad. nat. del.

PAEONIA OFFICINALIS. Spermoderme.



Hyac. Lonay ad. nat. del.

Genre RANUNCULUS.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XVI.

Ranunculus acris L. (p. 70) :

Fig. 214. — Coupe longitudinale optique d'un ovaire de fleur épanouie.
Fig. 215 et 216. — Coupe transversale du péricarpe mûr.
Fig. 217. — Cristaux vus de face.
Fig. 218 et 219. — Coupe transversale du spermoderme mûr.

Ranunculus lanuginosus L. (p. 70) :

Fig. 220 et 221. — Coupe transversale du péricarpe dans la fleur épanouie.
Fig. 222. — Coupe transversale du péricarpe mûr.
Fig. 223. — Coupe transversale du spermoderme mûr faite à sec et mise dans l'eau.
Fig. 224. — La même après l'action de la potasse.

Ranunculus auricomus L. (p. 70) :

Fig. 225. — Coupe transversale dans un ovaire de fleur épanouie.
Fig. 226. — Coupe transversale dans le péricarpe mûr.
Fig. 227. — Coupe transversale dans l'ovule d'une fleur épanouie.
Fig. 228. — Coupe transversale dans le spermoderme mûr.

Ranunculus nemorosus D. C. (p. 70) :

Fig. 229. — Coupe transversale dans le péricarpe mûr.

Ranunculus Asiaticus L. (p. 70) :

Fig. 230. — Coupe transversale dans un fruit mûr.

Ranunculus sceleratus L. (p. 70) :

Fig. 231. — Coupe transversale dans un ovaire de fleur épanouie.

Ranunculus Flammula L. (p. 70) :

Fig. 232. — Coupe transversale dans le péricarpe mûr.
Fig. 233. — Coupe transversale dans le spermoderme d'une graine fraîche.

Ranunculus platanifolius L. (p. 70) :

Fig. 234. — Coupe transversale dans le spermoderme mûr.

Ranunculus divaricatus Schrk. (p. 70) :

Fig. 235. — Coupe longitudinale d'un carpelle de fleur épanouie.
Fig. 236 et 237. — Coupe transversale du péricarpe mûr.
Fig. 238 et 239. — Coupe transversale d'une graine mûre.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XVII.

Ceratocephalus falcatus Pers. (p. 75) :

Fig. 240. — Coupe longitudinale optique d'un carpelle de fleur épanouie.
Fig. 241. — Coupe transversale dans un carpelle de fleur épanouie.
Fig. 242 et 243. — Coupe transversale du péricarpe mûr.
Fig. 244. — Coupe transversale dans un ovule d'une fleur épanouie.
Fig. 245 et 246. — Coupe transversale d'une graine mûre.

Oxygraphis Cymbalariæ Prantl. (p. 79) :

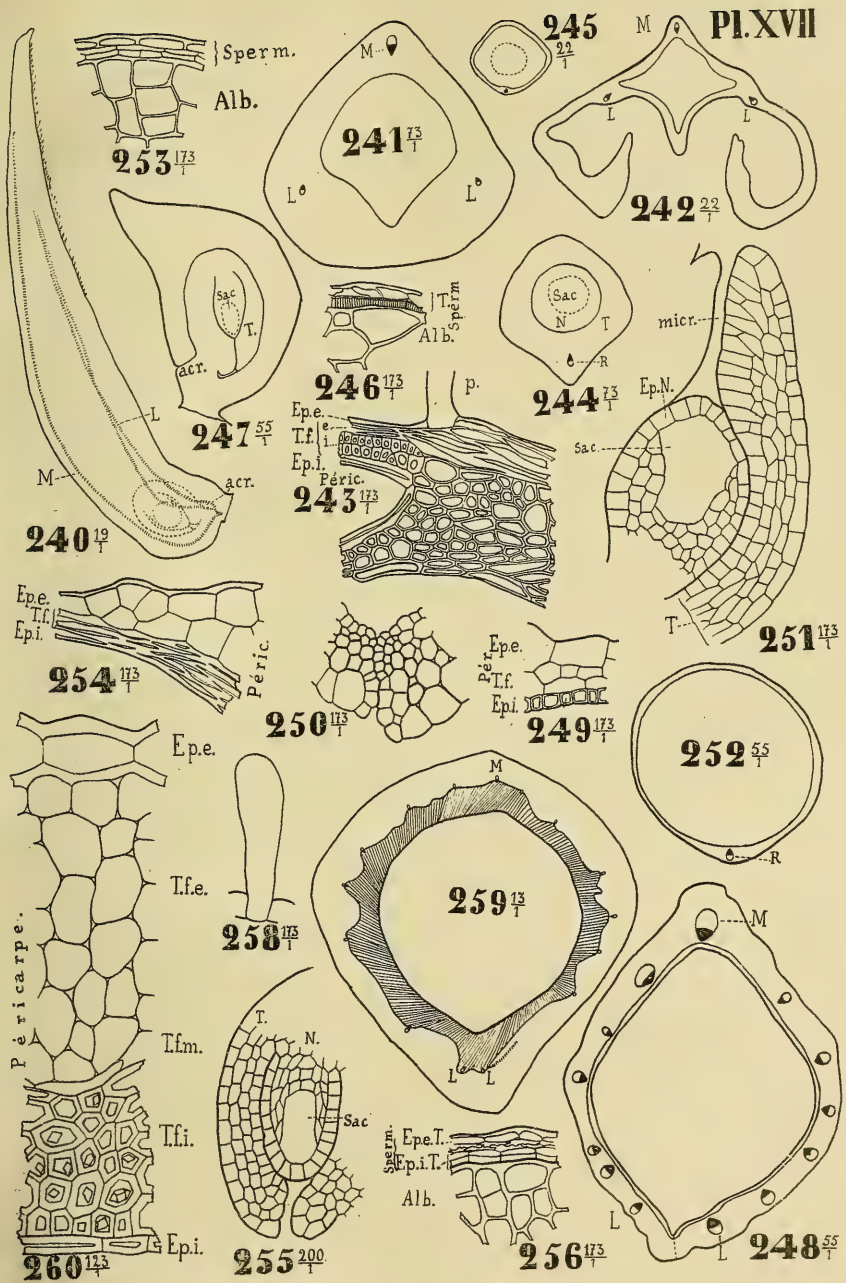
Fig. 247. — Coupe longitudinale d'un ovaire de fleur épanouie.
Fig. 248, 249 et 250. — Coupe transversale dans le péricarpe mûr.
Fig. 251. — Coupe longitudinale d'un ovule de fleur épanouie.
Fig. 252 et 253. — Coupe transversale d'une graine mûre.

Myosurus minimus L. (p. 81) :

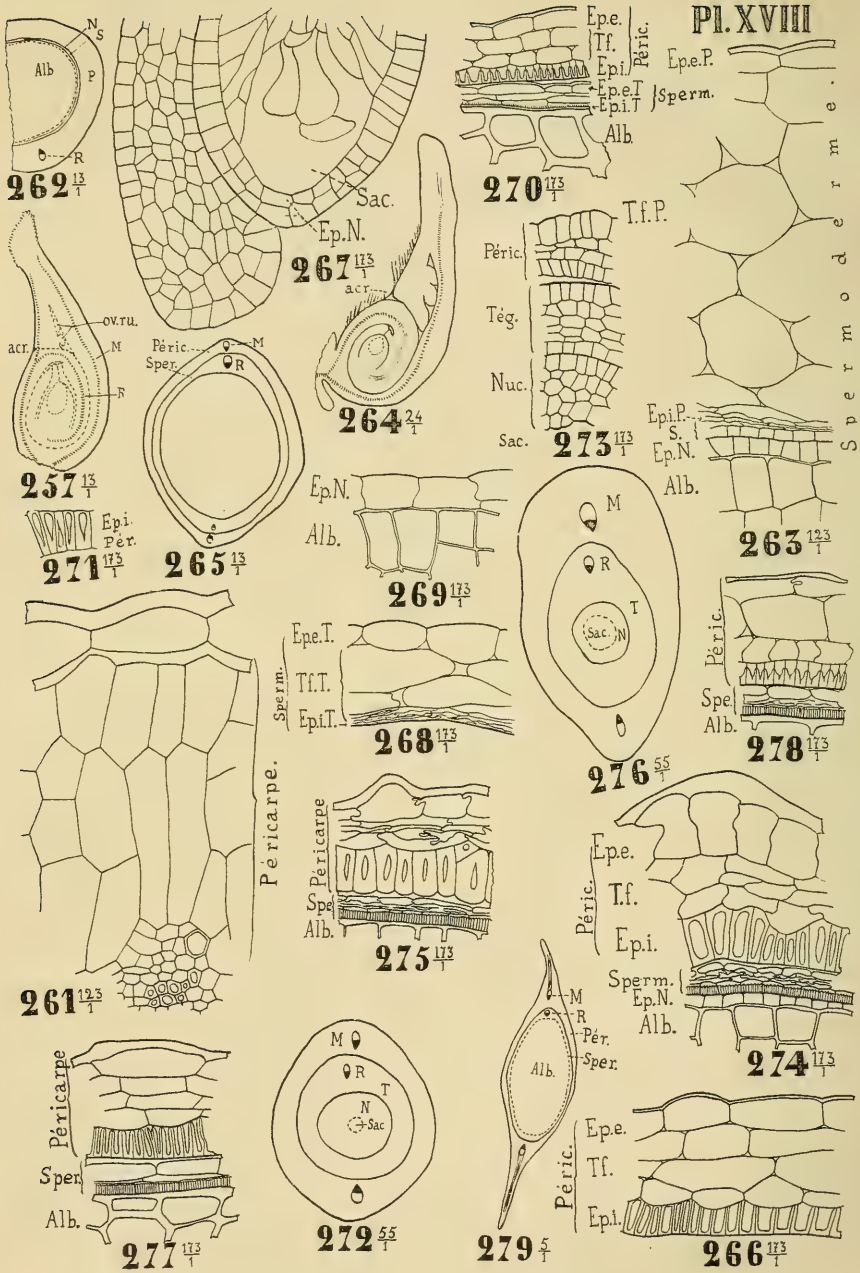
Fig. 254. — Coupe transversale dans le péricarpe mûr.
Fig. 255. — Coupe longitudinale de l'ovule d'une fleur épanouie.
Fig. 256. — Coupe transversale dans le spermoderme mûr.

Adonis autumnalis L. (p. 84) :

Fig. 257. — Coupe longitudinale optique dans un ovaire de fleur épanouie.
Fig. 258. — Un poil de l'ovaire précédent.
Fig. 259 et 260. — Coupe transversale dans le péricarpe mûr.



Genres CERATOCEPHALUS. 240-246. OXYGRAPHIS. 247-253. MYOSURUS. 254-256. ADONIS. 258-260.



Hyac. Lonay ad. nat. del.

Genre ADONIS (suite). 257 et 261-263.

Genre ANEMONE. 264-279.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XVIII.

Adonis autumnalis L. (suite) :

Fig. 261. — Coupe transversale dans le péricarpe mûr, au voisinage d'un faisceau.

Fig. 262 et 263. — Coupe transversale dans le spermoderme d'une graine fraîche.

Anemone nemorosa L. (p. 86) :

Fig. 264. — Coupe longitudinale dans le carpelle d'un bouton prêt à s'épanouir.

Fig. 265. — Coupe transversale dans le péricarpe et le spermoderme d'un fruit mûr.

Fig. 266. — Coupe transversale dans le péricarpe mûr.

Fig. 267. — Coupe longitudinale dans l'ovule d'un bouton prêt à s'épanouir.

Fig. 268. — Coupe transversale dans le tégument à la maturité.

Fig. 269. — Coupe transversale dans l'*Ep. N.* et l'albumen mûrs.

Anemone sylvestris L. (p. 86) :

Fig. 270. — Coupe transversale dans le péricarpe et le spermoderme d'un fruit mûr.

Anemone Baldensis L. (p. 86) :

Fig. 271. — Coupe transversale dans l'*Ep. i.* du péricarpe mûr.

Anemone Pulsatilla L. (p. 86) :

Fig. 272 et 273. — Coupe transversale d'un carpelle de fleur épanouie.

Fig. 274. — Coupe transversale du péricarpe et du spermoderme mûrs.

Anemone patens L. (p. 86) :

Fig. 275. — Coupe transversale du péricarpe et du spermoderme mûrs.

Anemone multifida D. C. (p. 86) :

Fig. 276. — Coupe transversale dans un carpelle d'une fleur épanouie (ovaire et ovule).

Fig. 277. — Coupe transversale dans le péricarpe et le spermoderme mûrs.

Anemone Virginiana L. (p. 86) :

Fig. 278. — Coupe transversale dans le péricarpe et le spermoderme mûrs.

Anemone narcissiflora L. (p. 86) :

Fig. 279 et 280. — Coupe transversale du péricarpe et du spermoderme mûrs.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XIX.

Knowltonia vesicatoria Sims. (p. 90) :

Fig. 281. — Coupe transversale du péricarpe et du spermoderme du fruit mûr.
Fig. 282. — Coupe transversale du péricarpe mûr.
Fig. 283. — Coupe transversale du spermoderme mûr.

Clematis integrifolia L. (p. 92) :

Fig. 284. — Coupe transversale du péricarpe mûr.
Fig. 285. — Coupe transversale du spermoderme mûr.
Fig. 286. — *Ep. i. T.* vu de face.

Clematis Viticella L. (p. 92) :

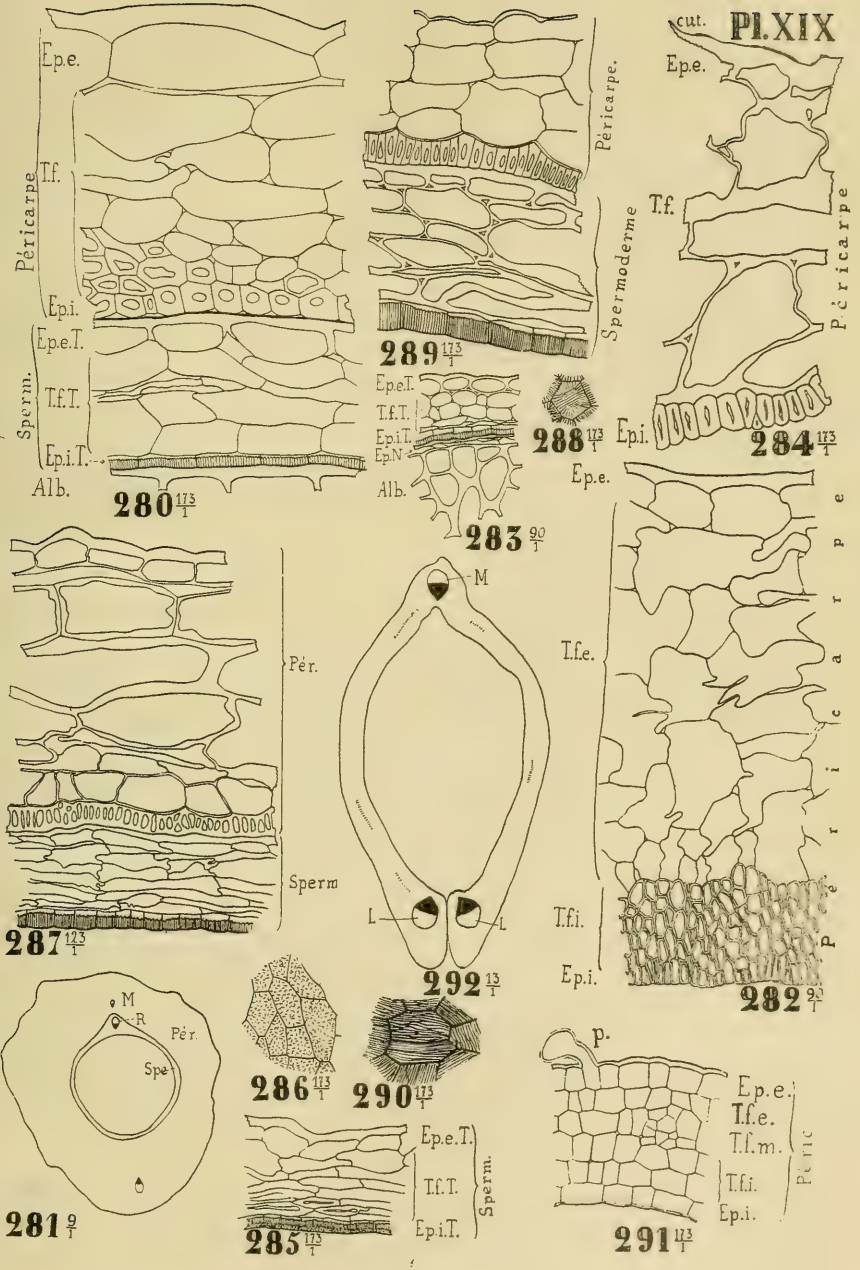
Fig. 287. — Coupe transversale du péricarpe et du spermoderme mûrs.
Fig 288. — Cellule de l'*Ep. i. T.* vue de face.

Atragene Alpina L. (p. 92) :

Fig. 289. — Coupe transversale du péricarpe et du spermoderme mûrs.
Fig. 290. — *Ep. i. T.* vu de face.

Caltha palustris L. (p. 95) :

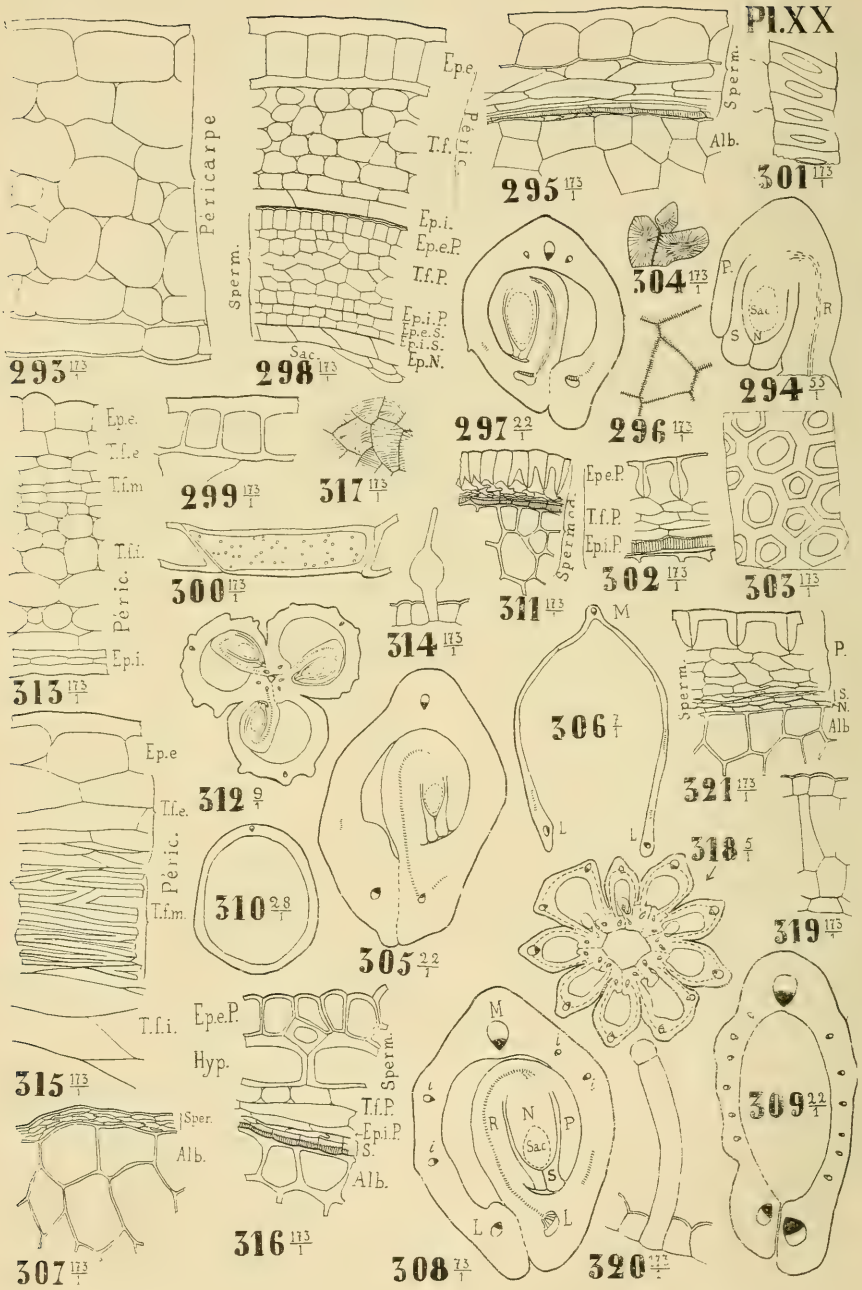
Fig. 291. — Coupe transversale dans un ovaire de fleur épanouie.
Fig. 292. — Coupe transversale dans le péricarpe mûr.



Hyac. Lonay ad. nat. del.

Genre ANEMONE (suite). 280.

Genres KNOWLTONIA. 281-283. CLEMATIS. 284-288. ATRAGENE. 289-290. CALTHA. 291-292.



Hyac. Lonay ad. nat. del.

Genre CALTHA (suite). 293-296.

Genres TROLLIUS. 297-304. ERANTHIS. 305-307. ISOPYRUM. 308-311. GARIDELLA. 312-317. NIGELLA. 318-321.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XX.

Caltha palustris L. (suite) :

Fig. 293. — Portion plus fortement grossie de la figure 292.
Fig. 294. — Coupe longitudinale d'un ovule de fleur épanouie.
Fig. 295. — Coupe transversale dans le spermoderme mûr non desséché.
Fig. 296. — Cellules de l'*Ep. i. S.* vues de face.

Trollius Europœus L. (p. 97) :

Fig. 297 et 298. — Coupe transversale dans le carpelle d'une fleur épanouie, longitudinale dans l'ovule.
Fig. 299. — Coupe transversale de l'*Ep. e.* du péricarpe mûr.
Fig. 300. — Coupe transversale de l'*Ep. i.* du péricarpe mûr.
Fig. 301. — Coupe longitudinale de l'*Ep. i.* du péricarpe mûr.
Fig. 302. — Coupe transversale du spermoderme mûr.
Fig. 303. — *Ep. e. P.* vu de face.
Fig. 304. — *Ep. i. P.* vu de face.

Eranthis hyemalis Salisb. (p. 98) :

Fig. 305. — Coupe transversale dans un carpelle de fleur épanouie, longitudinale dans l'ovule.
Fig. 306. — Coupe transversale du péricarpe mûr.
Fig. 307. — Coupe transversale du spermoderme mûr.

Isopyrum fumarioides L. (p. 101) :

Fig. 308. — Comme à la figure 305.
Fig. 309. — Coupe transversale du péricarpe mûr.
Fig. 310 et 311. — Coupe transversale dans la graine mûre (spermoderme).

Garidella Nigellastrum L. (p. 102) :

Fig. 312. — Coupe transversale dans l'ovaire d'une fleur épanouie, longitudinale dans les ovules.
Fig. 313. — Coupe transversale du péricarpe de la fleur épanouie.
Fig. 314. — Un poil de l'*Ep. e.*
Fig. 315. — Coupe transversale du péricarpe mûr.
Fig. 316. — Coupe transversale du spermoderme mûr.
Fig. 317. — *Ep. i. S.* vu de face.

Nigella Hispanica L. (p. 104) :

Fig. 318. — Coupe transversale dans le gynécée d'une fleur épanouie.
Fig. 319. — *Ep. e.* et *Tf. e.* du péricarpe de la coupe précédente.
Fig. 320. — Poil du péricarpe.
Fig. 321. — Coupe transversale dans le spermoderme mûr.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XXI.

Nigella Orientalis L. (p. 104) :

Fig. 322. — Coupe transversale dans la portion dorsale, libre, d'un carpelle mûr.

Fig. 323. — Coupe transversale de l'*Ep. e. P.* du spermoderme mûr.

Nigella Damascena L. (p. 104) :

Fig. 324. — Coupe transversale dans le gynécée d'une fleur épanouie, longitudinale par rapport aux ovules.

Fig. 325. — Coupe transversale dans l'*Ep. e. P.* du spermoderme mûr.

Aquilegia vulgaris L. (p. 99) :

Fig. 326. — Coupe transversale dans un carpelle de fleur épanouie, longitudinale dans l'ovule.

Fig. 327, 328 et 329. — Coupe transversale dans le péricarpe mûr.

Fig. 330. — *Ep. e.* du péricarpe vu de face : stomate et insertion d'un poil.

Fig. 331. — Coupe transversale dans le spermoderme mûr.

Delphinium cardiopetalum D. C. (p. 107) :

Fig. 332. — Coupe longitudinale dans le spermoderme mûr.

Fig. 333. — Portion du spermoderme vu de face (crête couchée).

Delphinium elatum L. (p. 107) :

Fig. 334. — Comme à la figure 326.

Fig. 335. — Partie du tégument voisine du micropyle.

Fig. 336. — Coupe transversale du spermoderme mûr.

Delphinium nudicaule Torr. et Gr. (p. 107) :

Fig. 337. — Partie du tégument voisine du micropyle en coupe longitudinale.

Fig. 338. — Coupe transversale dans le spermoderme mûr.

Delphinium Staphisagria L. (p. 107) :

Fig. 339. — Comme à la figure 326.

Fig. 340. — Coupe longitudinale du tégument voisine du micropyle.

Fig. 341. — Coupe transversale dans le spermoderme mûr.

Aconitum Napellus L. (p. 107) :

Fig. 342. — Coupe transversale dans un carpelle de fleur épanouie.

Fig. 343. — Cellules et stomates de l'*Ep. i.* vu de face.

Fig. 344. — Coupe longitudinale dans un ovule de la fleur épanouie.

Fig. 345. — Coupe transversale d'une graine mûre.

Fig. 346. — Coupe transversale dans le spermoderme mûr.

Fig. 347. — *Ep. i. S.* vu de face.

Aconitum lycoctonum L. (p. 107) :

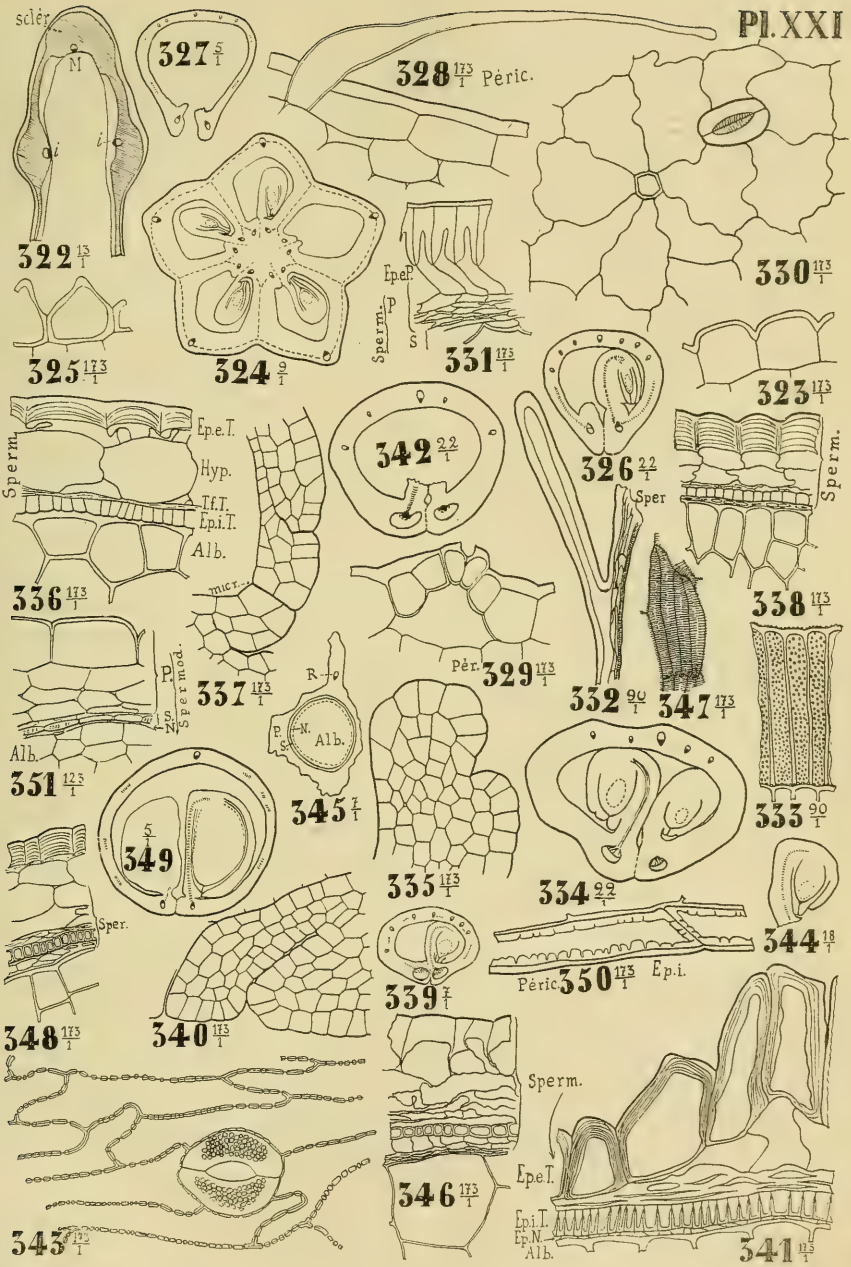
Fig. 348. — Coupe transversale du spermoderme mûr.

Cimicifuga racemosa Ell. (p. 115) :

Fig. 349. — Coupe transversale dans un carpelle presque mûr, longitudinale dans l'ovule.

Fig. 350. — Coupe transversale de l'*Ep. i.* du péricarpe mûr.

Fig. 351. — Coupe transversale du spermoderme mûr.



Hyac. Lonay ad. nat. del.

Genre NIGELLA (suite). 322-325.

Genres AQUILEGIA. 326-331. DELPHINIUM. 332-341. ACONITUM. 342-348. CIMICIFUGA. 349-351.

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE PARTIE.

Pages.

INTRODUCTION 3
CHOIX DES TYPES ET PLAN DE LEUR ÉTUDE 9

CHAPITRE PREMIER. — RANUNCULUS ARVENSIS L.

§ 1. Le péricarpe 11
§ 2. Le spermoderme 16
L'albumen 20
Note critique 21

CHAPITRE II. — THALICTRUM FLAVUM L.

§ 1. Le péricarpe 23
§ 2. Le spermoderme 26
L'albumen 29
Note critique 29

CHAPITRE III. — CLEMATIS VITALBA L.

§ 1. Le péricarpe 30
§ 2. Le spermoderme 34
L'albumen 37
Note critique 37

CHAPITRE IV. — HELLEBORUS FŒTIDUS L.

§ 1. Le péricarpe 39
§ 2. Le spermoderme 41
Note critique 45

CHAPITRE V. — DELPHINIUM AJACIS L.

§ 1. Le péricarpe 47
§ 2. Le spermoderme 51
L'albumen 55
Note critique 55

CHAPITRE VI. — PÆONIA OFFICINALIS Retz.

§ 1. Le péricarpe 58
§ 2. Le spermoderme 62
L'albumen 67
Note critique 67

SECONDE PARTIE.

RENONCULÉES.

Pages.
Ranunculus 70
Ceratocephalus 75
Ficaria 77
Oxygraphis 79
Myosurus 81

ANÉMONÉES.

Thalictrum 83
Adonis 84
Anemone et Hepatica 86
Knowltonia 90

CLEMATIDÉES.

Clematis et Atragene 92

HELLEBORÉES.

Helleborus 95
Caltha 95
Trollius 97
Eranthis 98
Aquilegia 99

DELPHINIÉES.

Isopyrum 101
Garidella 102
Nigella 104
Delphinium et Aconitum 106

PÆONIÉS.

Actæa 112
Cimicifuga 115
Pæonia 116

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS.

Les genres 117
Les tribus 128
La famille 130

Clefs dichotomiques des genres 133
Clefs dichotomiques des espèces 136
Abréviations employées dans les figures 141
Explication des planches 142

NOUVEAUX

PRINCIPES DE LA GÉOMÉTRIE

AVEC

UNE THÉORIE COMPLÈTE DES PARALLÈLES

PAR

LOBATCHÉVSKY.

Traduit du russe pour la première fois par F. Mallieux, *avocat, docteur en philosophie.*

CHAPITRE VII (*).

LES LIGNES PARALLÈLES.

93. Les lignes issues d'un même point et situées dans un même plan, ou bien coupent une droite donnée de ce plan, ou bien ne la rencontrent pas si loin qu'on les prolonge. Il faut donc distinguer entre ces lignes, par rapport à une ligne donnée : les *sécantes* (ou *convergentes*) et les *non sécantes* (ou *divergentes*), parmi lesquelles les *parallèles* qui constituent le passage des unes aux autres. Les deux parallèles à une droite donnée partagent le plan en quatre parties : les lignes sécantes se placent dans deux parties opposées, et dans les deux autres se trouvent les lignes non sécantes.

Soient donnés dans un même plan la droite AB et le point C (fig. 89); toutes les lignes du plan issues du point C doivent ou bien couper AB, comme, par exemple, la perpendiculaire CD; ou bien, ne pas rencontrer AB, comme, par exemple, la perpendiculaire CE menée sur CD (n° **48**). Cette ligne CD, en tournant autour du point C, passe des sécantes comprises dans l'angle FCG′ aux non sécantes comprises dans l'angle FCG, puis elle revient dans l'angle GCF′ aux lignes dont le prolongement au delà de C coupe AB; et enfin aux non sécantes dans l'angle F′CG′. Les côtés des quatre angles sont donnés par la rencontre des deux lignes FF′, GG′, qui représentent le passage des non sécantes aux sécantes, et ces côtés sont parallèles à AB. Remarquons que toutes les lignes demeurent sécantes ou non sécantes lorsqu'elles passent sous le même angle de l'autre côté de la perpendiculaire CD. Nous connaîtrons donc les deux

(*) La traduction de l'Introduction et des six premiers chapitres a paru dans le tome II de la troisième série des *Mémoires* de la Société.

parallèles dès que nous saurons la position CF de l'une d'elles dans l'angle droit ECD. Alors CG, placé sous le même angle GCE = ECF de l'autre côté de la perpendiculaire CD, donne la seconde parallèle à AB. Enfin, les deux parallèles CF, CG avec leurs prolongements CF′, CG′ au delà de C forment deux angles opposés GCF, G′CF′, qui comprennent toutes les non sécantes par rapport à AB.

Par ligne parallèle à une autre, nous n'aurons en vue dans la suite que le cas où toutes deux sont menées d'un même côté d'une troisième qui les rencontre. Ainsi CF est parallèle à DA, CG′ à DB′; car elles se trouvent d'un même côté de la ligne CD. D'un point donné, on ne peut donc mener à une ligne qu'une parallèle dont le caractère distinctif est que le plus petit écart d'un côté en fait une sécante, et le plus petit écart de l'autre côté en fait une non sécante. Si, par exemple, CF est parallèle à AD, CH est une sécante, CH une ligne non sécante par rapport à AD, si petits que soient les angles FCH, FCK.

On envisage ainsi le parallélisme dans toute sa généralité. Euclide, n'étant pas en état d'en fournir une preuve suffisante, a admis dans la géométrie usuelle le cas particulier où les deux parallèles doivent être à la fois perpendiculaires à une même droite. De cette façon, l'angle ECF et l'angle GCF avec son opposé F′CG′ disparaissent; toutes les lignes, sauf la parallèle, doivent couper AB si on les prolonge suffisamment de l'un ou de l'autre côté. Les successeurs d'Euclide n'ont fait que compliquer la question par des suppositions complémentaires, arbitraires ou obscures, en s'efforçant de démontrer la justesse de la vérité admise, ce qu'il était impossible d'établir d'après l'essence même de la géométrie.

Étant donnée une parallèle à une ligne, l'angle de la parallèle avec une perpendiculaire menée à la seconde ligne sera appelé *angle de parallélisme relatif à cette perpendiculaire*. Nous représentons l'angle lui-même par $\Pi(p)$, p désignant la perpendiculaire. Observons seulement que l'expression $\Pi(p)$ ne représente aucune fonction analytique, mais sert seulement à indiquer que l'angle $\Pi(p)$ se rapporte à la ligne p.

94. *Deux lignes ne concourent pas lorsqu'une troisième les rencontre du même côté sous le même angle.*

Soit la droite AB (fig. 90) qui rencontre les deux lignes CD, BE du même côté, sous l'angle ACD = ABE ; si cet angle est droit, CD et BE ne peuvent concourir (n° **48**); s'il est aigu, l'angle adjacent sera obtus. Supposons que ABE soit aigu, alors la perpendiculaire FG abaissée du milieu F de la ligne BC sur BE tombera dans l'angle ABE, tandis que la perpendiculaire abaissée de F sur DC rencontre le prolongement de DC en H. On aura deux triangles rectangles égaux CHF et GFB, car CF = FB, $<$ FCH = $<$ FBG (n° **87**); par conséquent, les deux angles égaux CFH, BFG sont opposés par le sommet et sont formés par la rencontre des droites BC, GH; par suite, les deux perpendiculaires DH, GE sur GH ne peuvent se rencontrer.

95. *Tout point d'une ligne peut être pris pour l'origine à partir de laquelle cette droite devient parallèle à une autre.*

Soit AB (fig. 91) la perpendiculaire à une droite BC, abaissée du point A, origine de la droite AD parallèle à BC; alors toute autre ligne AC, menée de A dans l'angle de parallélisme, coupe BC. Il faut démontrer que si l'on prenait un point E ou E′ de l'un ou de l'autre côté du point A sur la ligne AD et sur son prolongement en AE′, les perpendiculaires EF, E′F′ à BC formeraient un angle de parallélisme DEF ou DE′F′ à l'intérieur duquel une ligne menée du sommet E ou E′ coupe F′C.

Menons à l'intérieur de l'angle DEF, à partir du sommet E, une droite quelconque EG. Aussi longtemps qu'elle ne coupe pas BC, joignons son extrémité G au point A par une droite AG dont le prolongement doit rencontrer EF quelque part en H et ensuite BC quelque part en C. On obtient ainsi un triangle FHC dans lequel pénètre EG; mais comme elle ne peut couper une seconde fois ni HF ni HC, elle doit couper FC quelque part en K.

Menons arbitrairement à l'intérieur de l'angle DE′F′, à partir du sommet E′, une ligne E′K′, qui, se trouvant à l'intérieur du quadrilatère ABF′E′, ne peut couper une seconde fois ni E′F

ni E'A, mais doit traverser le côté BF' ou le côté AB en un point H'.

Examinons ce dernier cas et supposons que dans le triangle ABC, où pénètre la ligne E'H', le côté AC soit incliné sur la parallèle AD d'un angle DAC = DE'K', car le premier de ces angles est absolument arbitraire. Cela étant, puisque la droite E'K' ne coupe plus AC (n° **94**) et ne rencontre pas une seconde fois AB, elle doit rencontrer le côté BC du triangle en un point K'.

En posant donc p = AB, EF ou E'F', nous obtenons un angle $\Pi(p)$ = DAB, DEF ou DE'F', les points A, E, E' étant pris quelconques sur la parallèle.

96. *Quand une ligne est parallèle à une autre, inversement la seconde est parallèle à la première.*

Menons du point A les lignes AB et AC, l'une parallèle, l'autre perpendiculaire à CD (fig. **92**). Il est clair que toute ligne CE qui s'écarte de CD du côté opposé à AB, ne peut couper AB. Il reste donc à démontrer que toute ligne CF s'écartant de CD du côté opposé rencontre nécessairement AB, si petit que soit l'angle d'inclinaison DCF.

Abaissons du point A une perpendiculaire AF sur CF; faisons AG = AF; élevons la perpendiculaire HG sur AC à l'extrémité G de la ligne AG, puis de A menons AH faisant avec AG un angle HAG = BAF. La ligne AH doit couper CD (n° **93**), par suite couper GH aussi quelque part en H. On obtient ainsi un triangle rectangle AHG dont l'hypoténuse AH indique la distance AB à laquelle le prolongement de CF rencontre AB, car les triangles ABF et AHG sont égaux (n° **81**).

Le parallélisme de deux lignes est donc toujours réciproque.

97. *Deux droites parallèles entre elles sont parallèles à l'intersection de deux plans menés par ces deux droites.*

Supposons que les parallèles AB, CD (fig. 93) se trouvent dans des plans dont l'intersection est la ligne FE. D'un point E, pris arbitrairement sur celle-ci, menons EA, perpendiculaire

à AB en A, et de là abaissons une autre perpendiculaire AC sur CD; menons enfin la droite CE qui forme avec les deux perpendiculaires le triangle ACE. L'angle BAC, compris entre les lignes AB, AC, peut être aigu ou droit (n° 93); par conséquent la perpendiculaire abaissée de C sur AB doit tomber quelque part en un point G, qui sera ou le point A lui-même ou à une distance AG de A. La droite GE ou bien ne diffère pas de AE ou bien passe à l'intérieur de l'angle AEF. Il faut maintenant prouver le parallélisme de EF et de AB en montrant que toute ligne qui part du sommet E vers l'intérieur de l'angle FEA coupe AB. Il est clair qu'il ne peut en être autrement pour la partie AEG de l'angle AEF qui appartient au triangle AEG. Quant au surplus FEG, menons une ligne EH et, faisant passer un plan par celle-ci et par une autre EC, nous obtiendrons par la section avec le plan BAC une ligne CH qui doit rencontrer en un point H dans l'angle DCG, AB parallèle à CD; donc la ligne EH passe aussi par là, si petit que soit l'angle HEF. On démontre de même le parallélisme de EF et de CD.

Si donc on peut mener dans un plan une parallèle à une droite donnée hors du plan, tout autre plan qui passe par la droite donnée engendre une parallèle à celle-ci par son intersection avec le plan donné. On dit alors que *le plan et la droite* donnés sont *parallèles* l'un à l'autre.

98. *D'un point donné, on peut toujours mener une droite qui fasse avec une droite donnée un angle aussi petit que l'on veut.*

Soit AB (fig. 94) une perpendiculaire abaissée du point A sur BC. Nous savons déjà que l'angle ADB est d'autant plus petit que le point D est pris plus loin du pied B de la perpendiculaire (n° **53**). Il reste à démontrer qu'en faisant croître BD, on peut amener cet angle à devenir plus petit que tout angle donné. Prolongeons le côté BD du triangle ABD, et sur le côté DC de l'angle extérieur ADC, prenons $DD' = AD$; nous obtenons un triangle isocèle ADD', dont les angles à la base AD' sont égaux et où par conséquent l'angle $ADB \geqq 2AD'D$ (n° **91**). Faisant $CD' = AD$, nous obtenons un angle $ACD \leqq \frac{1}{4} BDA$.

Continuant ainsi, nous pouvons diminuer indéfiniment l'angle que BC fait avec la ligne menée de cette droite au point A.

99. *Deux lignes parallèles à une troisième sont parallèles entre elles.*

Considérons d'abord trois lignes AB, CD, EF (fig. **95**) situées dans un plan. Supposons que la ligne extrême AB soit parallèle aux deux autres, et abaissons d'un point A quelconque de AB les perpendiculaires AC sur CD, AE sur EF. La dernière coupera la ligne moyenne CD quelque part en G, soit entre C et D si l'angle DGE $< \frac{1}{2}\pi$, soit en C se confondant avec AC si l'angle DGE $= \frac{1}{2}\pi$. Soit une ligne GG′ partant de G à l'intérieur de l'angle DGE et faisant un angle DGG′ avec DG. Sur DC nous pouvons prendre un point A′ assez éloigné de C pour que l'angle AA′C soit moindre que DGG′ (n° **98**). Le prolongement de AA′ doit cependant couper EF quelque part en F′, car AB et EF sont parallèles. On a ainsi un triangle AEF′ dont le côté AF′ fait avec la ligne A′D un angle DA′F′ $<$ DGG′. Si nous construisons un angle DA′F″ $=$ DGG′, A′F″, qui ne peut couper GE sans rencontrer GG′, passera en F″ entre F′ et E sur EF′ et formera ainsi un quadrilatère A′GEF′ dans lequel GG′ ne coupant pas A′F″ (n° **94**) doit rencontrer EF″ en un point G′.

Si les deux lignes extrêmes AB, EF sont parallèles à la moyenne CD, toute ligne AA′ menée à l'intérieur de l'angle BAE par le sommet A, doit couper DC en un point A′, d'où nous abaisserons une perpendiculaire A′K à FE. Le prolongement A′F′ de AA′ est situé en dehors du quadrilatère AA′KE, par conséquent dans l'angle DA′K; il coupera donc FE, parallèle à DA′ (n° **96**), si petit que soit l'angle BAA′.

Supposons enfin AB, DC parallèles à EF et situés dans des plans différents; nous pourrons considérer AB comme la ligne d'intersection des deux plans BACD, BAEF menés par les deux parallèles DC, EF; AB est donc parallèle à DC (n° **97**).

100. *Quand trois plans se coupent suivant des lignes parallèles, la somme des angles dièdres est égale à* π.

Soient trois plans qui se coupent suivant des lignes parallèles, AA', BB', CC' (fig. 96). Prenons sur chacune les points arbitraires A, B, C que nous joindrons par les lignes AB, AC, BC, et imaginons un plan qui passe par ces droites, puis un autre plan AB'C passant par A, C et par B' pris sur BB'; décrivons enfin des surfaces sphériques autour de ces trois points et dessinons les arcs suivant lesquels elles coupent les plans A'AB', AB'C, B'CC', A'ACC'. Nommons α, β, γ les angles dièdres formés par les trois premiers plans autour des parallèles AA', BB', CC'; désignons par δ l'angle formé par le plan AB'C avec AA'CC'; soient p, q, r les angles solides *def*, *d'e'f'*, *abc* dont les sommets sont en A, C, B'. Nous trouvons pour l'angle dièdre *def* (n° **68**)

$$2p + \pi - \alpha - \delta;$$

pour l'angle $d'e'f'$

$$2q + \pi - \gamma - \delta.$$

L'angle solide r sera donc

$$r = \delta - p - q - \frac{1}{2}(\pi - \alpha - \beta - \gamma).$$

On peut prendre l'angle δ aussi petit que l'on veut et en même temps diminuer indéfiniment les arcs *de*, *e'f'*, en éloignant le point B' de B (n° **93**). Par cet éloignement du sommet B', les arcs *ab*, *bc* disparaissent enfin, et par suite l'angle solide r lui-même (n° **80**), ainsi que l'angle dièdre δ et les angles solides $p < \delta$, $q < \delta$, de sorte que

$$\pi = \alpha + \beta + \gamma.$$

101. *Si la somme des angles est égale à π dans un triangle, deux perpendiculaires à une même ligne sont parallèles entre elles.*

Soient AB, CD (fig. 97) deux perpendiculaires à une même ligne AC, dont nous joignons l'extrémité A par une ligne AD à un point quelconque D de CD. Dans le triangle rectangle ACD, la somme des angles aigus est $\frac{1}{2}\pi$, et de même la somme des angles CAD et DAB $= \frac{1}{2}\pi$, par conséquent l'angle BAD $=$ ADC;

mais on peut faire ce dernier aussi petit que l'on veut (n° **98**); par suite la ligne AD, si peu qu'elle s'écarte de AB, coupe toujours CD; CD et AB sont donc parallèles (n° **93**).

Dans cette hypothèse, d'une façon générale, *deux lignes sont parallèles quand une troisième les coupe d'un côté sous un même angle* (n° **94**); et par suite, *deux lignes se coupent toujours quand elles font avec une troisième des angles internes dont la somme est* $< \pi$.

Réciproquement, *si nous admettons le parallélisme de deux perpendiculaires à une droite, la somme des angles dans tout triangle est* $= \pi$. Si, par exemple, AB, CD, perpendiculaires à AC, sont parallèles l'une à l'autre, soit la somme des angles $= \pi - \alpha$ dans le triangle ACE, et par conséquent l'angle $BAE > \alpha$. Faisons l'angle $BAD = \alpha$; la ligne AD coupera CD et engendrera un triangle ADC dont les angles auront pour somme $\pi - \alpha + ADC$, qui doit être égale ou inférieure à la somme des trois angles du triangle ACE (n° **91**). D'où

$$\pi - \alpha + ADC \leqq \pi - \alpha,$$

absurdité qu'on ne peut faire disparaître qu'en supposant $\alpha = 0$ (n° **93**).

102. *Dans l'hypothèse où la somme des trois angles d'un triangle est* $< \pi$, *l'angle* $\Pi(a)$ *diminue successivement quand* a *croît, à partir de* $\Pi(a) = \frac{1}{2}\pi$ *pour* $a = 0$, *et s'approche de la limite* $\Pi(a) = 0$ *quand* $a = \infty$.

Remarquons d'abord que $\Pi(a) > \Pi(b)$ quand $a < b$. Soient $AB = a$, $AC = b$ (fig. 98), AA′ perpendiculaire à AC; BB′, CC′ parallèles à AA′, par conséquent l'angle $ABB' = \Pi(a)$, $ACC' = \Pi(b)$. On ne peut supposer $\Pi(a) = \Pi(b)$, autrement deux perpendiculaires sur une même droite seraient parallèles (n° **94**). On peut encore moins admettre $\Pi(a) < \Pi(b)$ pour $a < b$, parce que, dans ce cas, la droite BD couperait CC′, même quand l'angle ABD serait égal à ACC′.

Nous allons prouver que, pour tout angle A compris entre les limites 0 et $\frac{1}{2}\pi$, on peut trouver a tel que $A = \Pi(a)$.

Abaissons d'un point B quelconque pris sur un côté de l'angle A une perpendiculaire BB′ sur l'autre côté (fig. 99). On forme un triangle rectangle ABB′ ayant pour côtés de l'angle droit AB′, BB′ et dont les angles auront pour somme $\pi - \alpha$. Prolongeant le côté AB′, faisons $B'C' = AB'$, puis $CD' = AC'$, etc. Élevons les perpendiculaires CC′, DD′, ..., aux points C′, D′ ... sur le même côté, tant qu'elles peuvent rencontrer l'autre côté en des points C, D... Joignant par des droites les points B et C′, C et D′, ... nous obtenons des triangles égaux $AB'B = B'BC'$, $AC'C = CC'D'$... De plus, la somme des trois angles doit être $\pi - 2\alpha$ dans le triangle ABC′, moindre que $\pi - 2\alpha$ dans le triangle ACC′ (n° 91), moindre que $\pi - 4\alpha$ dans le triangle ACD′ et encore moindre dans le triangle ADD′... D'une façon générale, on doit donc trouver cette somme moindre que $\pi - 2^n\alpha$, n étant un nombre positif entier. Il faut qu'à la fin les perpendiculaires EE′, FF′ à un côté de l'angle A ne rencontrent plus l'autre côté. Soit EE′ la perpendiculaire sur AE′ qui elle-même ne rencontre pas AD, tandis que les autres perpendiculaires situées entre EE′ et A coupent le côté AD et que les perpendiculaires FF′, situées de l'autre côté de EE′, si loin qu'elles soient prolongées, ne rencontrent pas AD. Dans ce cas, le côté AD est parallèle à la perpendiculaire EE′. Pour nous en assurer, menons à partir du sommet de l'angle A la droite AG à l'intérieur et la droite AH à l'extérieur, de l'autre côté de AD. La dernière ne doit pas rencontrer EE′, sans quoi l'on formerait un triangle d'où la droite AD ne pourrait sortir qu'en coupant le côté EE′. Menons encore en dehors de l'angle A, à partir du sommet, la ligne AG′ faisant avec le côté AD′ le même angle que AG avec AD à l'intérieur. Abaissons du point E′ sur AG′ la perpendiculaire E′G′. Nous obtenons un triangle rectangle AE′G′ où AG′ est $<$ AE′. Si donc nous posons AG′, à partir du sommet A, sur AE′, AG couvrira AD et le point G′ tombera quelque part en K′ entre A et E′; la perpendiculaire GG′ se confond alors avec la perpendiculaire KK′ sur AE′ qui marque la distance $AK = AG$ du point G où la ligne AG doit passer en formant un triangle AGE′ dans lequel la ligne EE′ coupe le

côté AG. Ainsi donc, si la droite tourne autour du point A, en s'écartant d'un angle si petit que l'on veut de sa position précédente, elle coupera EE', quand elle tourne dans un sens, et elle ne rencontrera pas EE' quand elle tourne dans l'autre sens.

Si nous supposons la continuité du changement, nous pouvons compléter les valeurs de $\Pi(a)$ en prenant $\Pi(a) = \frac{1}{2}\pi$ pour $a = 0$, $\Pi(a) = 0$ pour $a = \infty$, et enfin, nous étendons le symbole à toutes les lignes négatives, en posant

$$\Pi(a) + \Pi(-a) = \pi,$$

où la ligne a peut être nulle, positive ou négative en croissant jusqu'à l'infini.

Bien que l'expression $\Pi(a)$, comme nous l'avons remarqué plus haut (n° 93), ne serve qu'à indiquer un angle et la ligne a à laquelle il se rapporte, on peut appeler cette relation, tant qu'elle reste inconnue, *fonction géométrique*, pour la distinguer de la fonction analytique, déterminée par une opération sur un nombre ou par des équations de condition.

Dans la géométrie usuelle, on admet que l'angle de parallélisme est toujours droit. Cependant, on peut aussi supposer cet angle variable; c'est ce que l'on fait dans la *Géométrie générale ou imaginaire* qui comprend la géométrie usuelle comme cas particulier, seul cas d'ailleurs qui nous est fourni par des mesures effectives.

103. En géométrie usuelle, on nomme *parallélogramme* le quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles. (Suit la théorie ordinaire du parallélogramme.)

104. *Dans l'hypothèse où l'angle de parallélisme est droit, les parallèles comprises entre les côtés d'un angle sont dans le même rapport que les segments correspondants des côtés.*

Soient aa', bb' (fig. 101) deux parallèles comprises entre les côtés AB, AC de l'angle A. L'angle extérieur baa' du triangle Aaa' est égal à la somme des deux angles intérieurs non adjacents aAa', $aa'A$; par conséquent, la parallèle au

côté Aa' de l'angle A, menée par l'extrémité a de aa', doit partager bb' en deux parties, bc et $cb' = aa'$ (n° **103**). Nous en concluons que les parallèles aa', bb' comprises entre les côtés de l'angle croissent en s'éloignant du sommet A. En outre, dans le triangle abc, l'angle $bac = aAa'$, $abc = Aaa'$, la ligne $ac = a'b'$; par conséquent, quelle que soit la position de ab sur le côté AB, les trois côtés du triangle Aaa' augmentent toujours des mêmes quantités dès que nous remplaçons le côté aa' par la parallèle bb'.

Appelons maintenant x, y, z les côtés Aa, Aa', aa' du triangle Aaa', x', y', z' les côtés Ab, Ab' et bb' du triangle Abb'; supposons que x est divisé en n parties égales et que x' contienne m de ces parties. Il est clair que la fraction $\frac{n}{m}$ sera le rapport de x à x', de y à y', de z à z'. Supposons encore dans le cas d'incommensurabilité des lignes que l'on ait

$$\frac{m}{n}x < x', \quad \frac{m+1}{n}x > x'$$

et par conséquent aussi

$$\frac{m}{n}y < y', \quad \frac{m+1}{n}z > z'.$$

De là suit, comme nous venons de le prouver,

$$\frac{m}{n}z < z', \quad \frac{m+1}{n}z > z'$$

Le rapport des nombres entiers m, n donne le rapport des lignes x, x' avec la même précision que le rapport $y : y'$ et $z : z'$. On a dans tous les cas

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'}.$$

Il en résulte que *dans des triangles rectangles, les côtés opposés à des angles aigus sont dans un rapport constant.*

105. *Dans l'hypothèse où l'angle de parallélisme est un droit, le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des autres côtés.*

Appelons a, b les côtés de l'angle droit, c l'hypoténuse (fig. 102) d'un triangle rectangle. Abaissons du sommet de l'angle droit une perpendiculaire sur l'hypoténuse qui est ainsi divisée en deux parties : x du côté de a, $c - x$ du côté de b. Le triangle est divisé en deux triangles rectangles : l'un a pour hypoténuse a et pour côtés de l'angle droit p, x; l'autre a pour hypoténuse b, pour côtés de l'angle droit p, $c - x$. En comparant chacun de ces triangles au triangle donné, nous obtenons (n° **104**)

$$x = a \cdot \frac{a}{c}, \qquad c - x = b \cdot \frac{b}{c}.$$

De là, nous trouvons, en éliminant x,

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

106. *Dans l'hypothèse qui admet la variabilité de l'angle de parallélisme, la perpendiculaire croît plus rapidement que le côté de l'angle d'où elle est abaissée, et plus rapidement aussi que le côté sur lequel elle tombe.*

Soient, sur le côté AB de l'angle CAB (fig. 103), trois points D, E, B tels que la distance du premier au second est égale à la distance du second au troisième. Élevons sur AB en D, E, B les perpendiculaires DF, EG, BC qui couperont le côté AC en F, G, C, la première à une distance p de la seconde et celle-ci à une distance q de la troisième. Posons le quadrilatère GEBC sur FDGE, en faisant coïncider le côté commun GE et les côtés égaux BE = ED. Le côté BC se place sur DF et se termine quelque part en H hors du triangle, parce que l'angle EGC $> \frac{1}{2}\pi$, et AGE $< \frac{1}{2}\pi$. On a un triangle FGH où à p est opposé un angle plus petit qu'à q (n° **91**), par conséquent $q > p$ (n° **54**).

Soient, sur le côté AB (fig. 104), trois points D, E, B, tels que les distances du premier au second et du second au troisième

donnent DE = EB. Des points D, E, B abaissons sur AC des perpendiculaires DF, EG, BC. Faisons GH = DF, CK = GE et joignons les extrémités D à H, E à K par des droites DH, EK qui doivent faire avec les perpendiculaires des angles aigus FDH = DHG, GEK = EKC. Partageons GC en parties égales en L et élevons ici la perpendiculaire LM qui rencontre perpendiculairement EK en son milieu M et coupe BE en N. Cette perpendiculaire NL rencontre en O le prolongement de DH qui détermine un angle aigu DOL (n° 91) à l'intérieur duquel tombe la perpendiculaire DP abaissée de D sur LN. Dans les triangles rectangles AEG, ABC, nous avons l'angle AEG > ABC; dans les triangles DPM, EMN, nous avons l'angle ENM > NDP et, par suite, plus grand que EDH. Il s'ensuit que le triangle EBK doit prendre la position de DEB′ quand nous le transportons, en mettant le côté BE sur son égal DE; de sorte que BK, en se confondant avec EB′, coupe DH quelque part en Q entre E et B′; par conséquent BK = EB′ > EQ, > EH.

107. *Dans l'hypothèse où l'angle de parallélisme est variable, le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés.*

Soient c l'hypoténuse (fig. 102), a, b les côtés de l'angle droit, p la perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit sur l'hypoténuse qu'elle partage en deux parties : x vers a, $c - x$ vers b. En nous appuyant sur ce qui a été démontré plus haut la comparaison des triangles nous donne

$$x > a \cdot \frac{a}{c}, \quad c - x > b \cdot \frac{b}{c}.$$

En combinant les deux inégalités, nous concluons

$$c^2 > a^2 + b^2.$$

108. *Dans l'hypothèse où l'angle de parallélisme est variable, deux lignes perpendiculaires à une troisième s'écartent d'autant plus qu'elles sont prolongées plus loin, de sorte que la perpendiculaire abaissée de l'une sur l'autre croît à l'infini.*

Soient AB, CD (fig. 105) des perpendiculaires sur AC. De deux points quelconques B, E d'une des perpendiculaires, abaissons des perpendiculaires EF, BD sur l'autre droite CD, puis abaissons du point A sur la plus proche EF une perpendiculaire AG que nous prolongeons au delà de G, jusqu'à ce qu'elle rencontre BD en H, en faisant un angle $GHD < \frac{1}{2}\pi$. Le prolongement de GH au delà de H donne l'angle opposé au sommet BHK, également aigu, et par suite la perpendiculaire BK à HK est < BH. Si nous posons $AB = a$, $AE = b$, $EG = c$, nous trouvons (n° **106**)

$$BK > c \cdot \frac{a}{b}$$

et à plus forte raison

$$BH > c\frac{a}{b}.$$

Il est facile de voir que EF > AC et HD > GF, car des perpendiculaires égales font toujours un angle aigu avec la ligne qui joint leurs extrémités, et l'une de ces perpendiculaires croît en même temps que l'angle adjacent à l'autre. Ainsi, on a

$$BD > HD + c\frac{a}{b} > EF + c\frac{a-b}{b}.$$

Il en résulte que pour $AB = a$ nous pouvons toujours prendre une distance assez grande pour que la perpendiculaire BD devienne plus grande que toute ligne donnée.

Remarquons encore qu'ici AB > CD; et par conséquent, on peut toujours prendre pour CD une distance assez grande pour que BD soit plus grand qu'une ligne donnée.

Concluons inversement que, quelle que soit la perpendiculaire BD sur CD, nous pouvons toujours en élever une autre AC sur cette droite assez loin pour que la perpendiculaire abaissée de l'extrémité de la première tombe aussi près que l'on veut de CD.

109. *Dans l'hypothèse où l'angle de parallélisme est variable, la distance entre deux parallèles va dans une direction en aug-*

mentant indéfiniment, dans l'autre direction en diminuant indéfiniment.

Soit AB parallèle à CD (fig. 106); des points A, E de la première on abaisse sur la seconde les perpendiculaires AC, EF; les angles BAC, BEF sont donc aigus. Prolongeons EF au delà de E et menons entre les côtés de l'angle aigu AEG, la perpendiculaire AG à GF que nous pouvons toujours faire en même temps que EF petite à volonté, en augmentant CF (n° **108**).

Si, au contraire, nous prolongeons AE, AG au delà du point A, le prolongement AE′ de la première ligne s'écartera encore plus de CF que AG′, prolongement de AG; or nous avons vu que les perpendiculaires abaissées de AG sur CF croissent indéfiniment.

Voilà pourquoi nous avons appelé *divergentes* deux lignes (n° **93**) qui ne sont ni parallèles ni sécantes. Effectivement, quand la ligne AK fait un angle avec AB, les perpendiculaires à AB, abaissées de cette droite, croissent dans la direction de l'extrémité K. Il faut, à plus forte raison, en dire autant des perpendiculaires à CD quand AK fait un angle KAC $< \pi$, mais plus grand que BAC.

Il faut donc distinguer le *côté du parallélisme*, où les parallèles se rapprochent, du *côté de divergence*, où les distances de deux parallèles augmentent à l'infini.

110. *Les perpendiculaires au milieu des côtés d'un triangle se coupent au centre du cercle qui passe par les sommets et est appelé pour cette raison cercle circonscrit au triangle. Les perpendiculaires doivent se rencontrer dans tout triangle dès que l'on y suppose la somme des angles égale à* π.

Élevons les perpendiculaires DG, EG, FG aux milieux D, E, F des côtés AB, BC, AC du triangle ABC (fig. 107). Supposons que les deux premières se coupent en un point G, en formant les triangles isocèles AGB, CGB (n° **52**) dont les côtés égaux sont les distances AG, BG, CG du point G aux sommets du triangle ABC. Le cercle décrit du centre G avec cette distance pour rayon sera le cercle circonscrit au triangle ABC. Dans le

triangle isocèle ACG, la perpendiculaire FG doit aussi passer par le centre G du cercle (n° **52**).

Si nous supposons l'angle de parallélisme constant, égal à un droit, les perpendiculaires se couperont toujours. Pour le prouver, considérons seulement deux côtés AB, BC (fig. 108) opposés aux angles aigus A, C. Les perpendiculaires DL, EM élevées au milieu des côtés AB, CB traverseraient l'aire du triangle sans se rencontrer mais en coupant le troisième côté AC aux points H, K; les prolongements HL et KM des perpendiculaires font avec HK des angles LHK, MKH égaux aux angles DHA, EKC des triangles rectangles ADH, KEC. Avec ces inclinaisons sur HK, les lignes HL, KM doivent de toute façon se couper (n° **101**).

111. *Dans l'hypothèse où l'angle de parallélisme est variable, les perpendiculaires élevées sur le milieu des côtés d'un triangle peuvent converger, diverger ou être toutes trois parallèles.*

Dans le triangle ABC (fig. 109), dont les angles A, C sont aigus, la perpendiculaire DE sur le milieu D de AC, en traversant l'aire du triangle, doit ou rencontrer les deux autres côtés en leur point commun, ou au moins le plus grand AB en un point E. Soit, en outre, FG perpendiculaire sur le milieu F de AB, et appelons a la distance FE de son milieu au point E. Quand F tombe entre les points A, E et que l'angle FED $< \pi(a)$, la perpendiculaire FG coupe nécessairement quelque part ED (n° **102**), pourvu qu'on prolonge ces lignes, et il en est de même de la troisième perpendiculaire élevée sur le milieu du troisième côté BC. Si donc FED $\geqq \pi(a)$, les perpendiculaires FG, DE ne convergent pas et elles ne peuvent rencontrer la troisième. Nous allons maintenant prouver que le parallélisme de deux d'entre elles entraîne le parallélisme des trois perpendiculaires.

Soient, dans le triangle ABC (fig. 110), DE, FG perpendiculaires aux milieux D, F des côtés AB, BC opposés aux angles aigus A, C. Supposons qu'elles ne rencontrent pas à l'intérieur du triangle la perpendiculaire HK élevée sur le milieu H du côté AC. Ce sera le cas lorsque DE, FG, en traversant le triangle, coupent le troisième côté AC en des points L, M entre

lesquels se trouve compris le pied H de la perpendiculaire HK. Les portions LE, MG des perpendiculaires DE, FG, situées hors du triangle ABC, feront ainsi avec LM des angles aigus ELH, GMH. Si nous supposons DE, FG parallèles, la droite HK ne les rencontre pas non plus, et, comme elle se trouve placée entre l'une et l'autre, elle doit nécessairement bien être parallèle. En effet, s'il était possible de mener une autre parallèle de H à LE et par conséquent à MG (n° 99), HK couperait l'une des parallèles LE, MG.

Si nous supposons DE, HK parallèles, il faut distinguer trois cas : $AB = BC$, $AB < BC$, $AB > BC$.

Dans le premier cas, l'angle $HLE = HMG$, par conséquent MG, comme LE, est parallèle à HK.

Si $AB < BC$, la perpendiculaire HK (fig. 111), à l'intérieur du triangle ABC, coupe le côté BC en un point N. Menons de A à ce point la ligne AN que nous prolongeons d'une longueur $NB' = NB$; nous obtenons ainsi un triangle isocèle BNB' où HN est perpendiculaire au milieu H' de la base BB'. Dans le triangle ABB', les deux perpendiculaires DE, H'K s'élèvent sur les milieux des côtés AB, BB', parallèlement l'une à l'autre, par conséquent, parallèlement à la perpendiculaire GA, élevée sur le milieu du troisième côté AB' ; et comme l'angle $GNK = FNK$, FG doit être parallèle à HK.

Dans le cas de $AB > BC$ (fig. 112), HK, perpendiculaire sur le milieu de AC, coupe AB au point N et rencontre ensuite perpendiculairement en son milieu H' la droite BB' que nous trouvons en menant CNB par N et en faisant $NB' = NB$. Si maintenant nous élevons les perpendiculaires DE, PQ aux milieux D, P de AB, B'C, nous formons un angle $PNK = DNK$, et par conséquent les trois lignes DE, NK, PQ doivent être toutes trois parallèles. Cela posé, dans le triangle B'BC, les perpendiculaires H'K, PQ partent des milieux des côtés BB', B'C, et FG perpendiculaire sur le milieu F du troisième côté BC sera également parallèle à KH', dès que BB' sera $< BC$. Dans le cas contraire, en posant $AB = a$, $NP = b$, nous trouvons

$$BB' = 2BH' < 2BN < 2DB - 2ND < a - 2NP < a - 2b.$$

Admettons que PQ coupe AC au point R, et que la perpendiculaire abaissée de P sur H'K tombe au point S; alors NP sera $>$ PG, $>$ HR (n° **109**).

En continuant à transporter tout dans le nouveau triangle, comme nous avons passé du triangle ABC au triangle B'BC, nous remplacerons le côté BB' par une ligne plus petite que $a - 2c - 2b < a - 4c$, ensuite par une ligne $< a - 6c$, et en continuant à diminuer nous arrivons enfin à une ligne $<$ BC, c'est-à-dire au cas pour lequel il a été prouvé que FG est parallèle à HK.

CHAPITRE VIII.

LIGNE-LIMITE, SURFACE-LIMITE ET TRIANGLES-LIMITES.

112. Supposant l'angle de parallélisme variable, nous pouvons nous représenter une courbe, que nous appelons *ligne-limite*, telle que deux parallèles quelconques à une droite donnée fassent le même angle avec la corde.

De l'extrémité A de la ligne AB (fig. 115), menons dans toutes les directions des lignes AC, faisant un angle aigu CAB avec la droite donnée AB. Nous pouvons prendre pour $\pi(a)$ l'angle variable CAB en le rapprochant à une ligne a qui varie de $a = 0$ à $a = \infty$ (n° **102**). Faisant maintenant $AC = 2a$, nous obtenons des points C de la ligne-limite. Toutes les lignes CD, issues de cette ligne et parallèles à AB, font avec AC l'angle $\pi(a)$, compris entre AC et AB. La perpendiculaire EF au milieu de la corde AC sera aussi parallèle à CD; par conséquent, la perpendiculaire GH au milieu G de tout autre corde CC sera aussi parallèle à AB (n° **111**). Nous appellerons cette dernière ligne, qui ne se distingue pas de AB ni de toutes les droites CD, l'*axe* de la courbe-limite.

La première propriété de la courbe-limite qui se présente, est que les arcs coïncident avec la courbe où qu'ils soient transportés, dès qu'il en est ainsi pour les axes, même dans le cas où le plan est retourné. Cette propriété des arcs de la limite fournit un moyen de mesure, par leur comparaison, analogue à celui qui sert à trouver le rapport des lignes droites et des angles rectilignes.

Nous remarquerons encore cette autre propriété de la courbe-limite, que la perpendiculaire élevée sur le milieu d'une corde est toujours parallèle à l'axe. Il en résulte qu'un cercle, en rencontrant la courbe-limite, peut être tangent ou la couper au plus en deux points. Le premier cas se produira quand le cercle

passe par l'extrémité de l'axe sur lequel se trouve son centre. La rencontre de la courbe-limite et du cercle en deux points aura nécessairement lieu quand on trace à l'intérieur du cercle la courbe-limite dont les cordes croissent indéfiniment. Enfin, la rencontre de la courbe-limite et de la circonférence en trois points est impossible, parce que les cordes de la première font des triangles auxquels on ne peut circonscrire de circonférence (n° **111**).

113. *Dans l'hypothèse où l'angle de parallélisme est droit, la circonférence, quand le rayon croît, devient une ligne droite.*

Soit AB (fig. 114) une droite sur laquelle AC, BD sont perpendiculaires. Si petite que soit la ligne BD, nous pouvons toujours trouver un cercle qui, passant par une extrémité A de la ligne donnée AB, se trouve à une distance BD de l'autre extrémité B. Il suffit de partager AD par le milieu en E, et de lui élever en ce point une perpendiculaire EC qui coupera AC au centre du cercle demandé.

Si nous prenons le centre F sur le prolongement de AC au delà de C, le cercle décrit avec le rayon AF coupera BD en G entre les extrémités B, D. On voit par là que, quand le rayon AC grandit, la circonférence AD se rapproche de sa tangente AB jusqu'à ce que les distances entre elles s'évanouissent.

114. *Dans l'hypothèse où l'angle de parallélisme est variable, la circonférence, quand le rayon grandit, devient une courbe-limite.*

Soient (fig. 115) ABC la courbe-limite, AD, CE des axes qui font des angles égaux α avec la corde AC (n° **112**) et dont les distances, du côté du parallélisme, diminuent comme nous savons (n° **109**), en devenant enfin plus petites que toute droite donnée. Nous pouvons tracer une circonférence, en prenant pour centre le point F sur l'axe AD, avec un rayon AF assez grand pour qu'elle coupe non seulement la corde AC aux points A, G, mais même l'autre axe CE en un point H. Les deux rayons AF, GF feront alors avec la corde AG des angles α; les deux rayons GF, HF feront avec la corde GH qui les sépare un

angle β, et le dernier rayon HF fera avec l'axe CE un angle γ vers l'intérieur du cercle.

Dans le triangle CGH, on a les angles $CGH = \pi - \alpha - \beta$, $CHG = \pi - \beta - \gamma$, où α est constant, β et γ varient avec le déplacement du point F que l'on peut toujours prendre assez loin pour que l'angle γ soit plus petit que tout angle donné, même dans le cas où le point H garderait sa position, et par conséquent cet angle est aussi petit qu'on veut lorsque le rayon de la circonférence croissant, H s'approche plus de l'extrémité C de l'axe. Soit donc $\alpha > \gamma$, d'où $\pi - \beta - \alpha < \pi - \beta - \gamma$, et soit $CH < CG$; mais on peut faire cette dernière aussi petite que l'on veut, car la perpendiculaire élevée au milieu P de AG détermine toujours en coupant AD le centre du cercle pour toute corde $AG < AC'$.

On peut donc considérer la courbe-limite, de même que la ligne droite (fig. 113), comme une circonférence de rayon infini suivant l'hypothèse relative aux angles de parallélisme que nous voulons admettre.

115. *Les cordes de deux arcs appartenant l'un à la courbe-limite et l'autre à une circonférence tangente, diffèrent d'autant moins l'une de l'autre que le diamètre de la circonférence est plus grand, de sorte qu'avec l'accroissement du diamètre la différence finit par s'évanouir.*

Soient ABC (fig. 116) la courbe-limite, ADE une circonférence qui lui est tangente; les axes CE, BD, commençant aux points B et C de la courbe-limite, coupent la circonférence en D, E et déterminent l'arc BC sur la courbe-limite et l'arc DE sur la circonférence auxquels correspondent les cordes $BC = \pi$, $DE = \beta$, jointes par les segments $CE = \gamma$, $BD = \delta$ des deux axes. Le quadrilatère BDEC nous donne (n° **55**)

$$\alpha < \beta + \gamma + \delta, \qquad \beta < \alpha + \gamma + \delta.$$

Il en résulte que la différence $\alpha - \beta$ est moindre en grandeur que la somme $\gamma + \delta$, où γ et δ, lorsque le rayon croît, peuvent devenir moindres que toute ligne donnée (n° **114**).

Dans cette proposition nous pouvons entendre par courbe-limite aussi bien la droite que la ligne courbe.

116. *Le rapport de deux arcs de la courbe-limite compris entre deux axes diffère d'autant moins du rapport de deux arcs correspondants de la circonférence tangente que le diamètre est plus grand, et la différence finit par s'évanouir lorsque le rayon croît indéfiniment.*

Nous trouverons le rapport de deux arcs de la courbe-limite ou de la circonférence, en les partageant tous deux en parties égales (n° **112**). Soit la corde $BC = \alpha$ (fig. 117) de la courbe-limite qui répond à cette division; nous la transportons sur la circonférence tangente ADE, en la posant, à partir du point D, où passe l'axe issu de l'extrémité B de la corde BC. Supposons aussi que l'axe issu de l'autre extrémité C rencontre au point E la circonférence tangente et détermine un arc ayant une corde $DE = \beta$.

Soient maintenant, dans cette position, les deux cordes $AB = \alpha$ (fig. 117), $AC = \beta$, et soit D le centre de la circonférence tangente; de D abaissons les perpendiculaires DE, DF sur les milieux E, F des lignes AB, AC. Nous formons des triangles rectangles AED, AFD où l'angle EAD est plus grand que FAD ou bien égal ou plus petit suivant que $\alpha < \beta$; $= \beta$, $> \beta$. Supposons que α et β sont inégaux et que α est $< \beta$, car l'une ou l'autre hypothèse ne change rien à la démonstration. La perpendiculaire DE doit donc couper AF quelque part en G, de sorte que l'on a $AG > AE$, d'où $2FG < 2AF - 2AE$, $< \beta - \alpha$. Nous en concluons que la distance FG peut être diminuée à volonté, par l'accroissement du rayon AD (n° **115**). De plus, en comparant les triangles rectangles AEG, DFG et en posant GF sur GE, GD sur GA, nous voyons facilement que dès que GD est $>$ AG, aussi GF est $>$ GE. Toutefois, $AG + GD > AD$, alors que AG peut différer de AE moins que toute ligne donnée; par conséquent, quand AD augmente, AG finit par devenir moindre que GD et en même temps on a $EG < GF$. Ainsi, l'accroissement du rayon AD, la perpendiculaire EG tend vers

zéro et avec elle l'angle EAG. Prenant maintenant AH = AB, nous obtenons le triangle HBC où, comme nous l'avons vu (n° **115**), le côté HC diminue indéfiniment à mesure que le rayon AD croît; il en est de même de l'autre côté BH, lorsque l'angle BAH tend vers zéro; le troisième côté BC, qui est plus petit que BH + HC, peut devenir plus petit que la m^e partie de la corde AC, si grand que soit le nombre entier m. En ce cas, le rapport des angles au centre de la circonférence correspondants aux cordes AC, BC en différera encore de l'unité d'une quantité plus petite que $^1/_m$; par conséquent, en posant la corde α sur la circonférence tangente, nous devons obtenir pour les deux arcs le même rapport que celui trouvé pour les arcs de la courbe-limite entre les mêmes axes.

117. *Le rapport de deux arcs* s, s' *situés sur deux courbes-limites entre deux parallèles qui en sont des axes, dépend de leur distance* x *des arcs d'après la formule*

(6) . . . . . $s = s'c^x$,

où la constante $e > 1$, *quand* s' *est situé par rapport à* s *dans la direction du parallélisme.*

Soient AB, CD (fig. 118) deux parallèles qui sont des axes des deux arcs EF = s, E'F' = s' de courbes-limites compris entre elles, s' se trouvant, par rapport à s, du côté du parallélisme (n° **109**). Posons la distance FF' = EE' = x (n° **112**); elle peut se diviser en lignes égales ab, prises pour unité en nombre x. Remarquons que le rapport e de l'arc qui part du point a de l'axe, à l'arc qui part de l'autre point b, doit être constant à quelque parallèle à ab, cd ou $a'b'$ que s'arrêtent les arcs. En effet, si nous exprimons le rapport e par la fraction $\frac{n}{m}$, n et m étant entiers; et si nous considérons le rapport des deux arcs ac, $a'c$ sur l'une des courbes-limites comme équivalent au rapport des nombres entiers p, q, en partageant ac en np parties égales, ca' en nq parties, puis en menant par les points de division des parallèles à ab, nous obtenons sur les arcs correspondants bd, db' respectivement np et nq parties égales; d'où

nous concluons que le rapport de l'arc ac à $a'c$ est égal à $\frac{p}{q}$ comme le rapport de l'arc bd à l'arc $b'd$.

Cela prouvé, si nous nous représentons toute la distance FF′ partagée en x parties égales, et si nous imaginons à partir de chaque point de division les arcs des courbes-limites compris entre les deux axes AB, CD, nous aurons en passant, suivant l'ordre de leur succession, du premier s au second, au troisième et ainsi de suite, $e^{-1}s$, $e^{-2}s$, ..., jusqu'à ce que nous arrivions à la distance FF′ $= x$ à un arc $s' = se^{-x}$.

Il faut ici prendre le nombre e plus grand que l'unité pour que l'arc suivant s' placé du côté du parallélisme par rapport à s soit moindre que s. Supposons que le sens du parallélisme des deux lignes AB, CD aille des extrémités A, C vers B, D; menons de AB à CD deux arcs aa', bb' de courbes-limites partagés en parties égales aux points c, d, par lesquels doit donc passer une droite cd parallèle nouvelle à ab, perpendiculaire en c', d' au milieu des cordes des deux arcs. La perpendiculaire ac' est $> bd'$; de plus on a la corde $aa' > bb'$ dès que bb' se trouve située du côté du parallélisme par rapport à aa' (n° **109**). Il faut, du reste, pour engendrer la courbe-limite, que l'arc croisse en même temps que la corde (n° **112**) et, par conséquent, l'arc aa' est $> bb'$.

Le choix d'une unité pour les droites est tout à fait arbitraire; on peut donc prendre pour e tel nombre que l'on veut, pourvu que e soit > 1, par exemple e égal à la base des logarithmes népériens.

Si l'on veut comprendre dans des formules générales les deux hypothèses sur l'angle de parallélisme, il faut laisser le nombre e indéterminé, et dans une hypothèse on aurait $e > 1$, et dans l'autre $e = 1$. Ainsi l'équation (6), lorsque l'angle de parallélisme est droit, donc pour $e = 1$, donne $s = s'$, ou l'égalité des perpendiculaires entre deux parallèles.

Dans l'une et l'autre hypothèse, on peut prendre pour e un nombre déterminé, par exemple la base des logarithmes népériens, mais alors, dans la géométrie usuelle, toutes les lignes deviennent infiniment petites, et elles n'entrent dans les équa-

tions que dans leurs rapports. Par exemple, l'équation $x = 0$ donne de nouveau $s = s'$ ou l'égalité des perpendiculaires entre les parallèles.

118. Une *surface-limite* donne, par l'intersection avec des plans menés par une certaine droite que nous appelons *axe*, des courbes-limites, et les plans eux-mêmes sont appelés *plans diamétraux*.

Il en résulte que la surface-limite doit être la limite vers laquelle tend indéfiniment la surface sphérique lorsque son rayon croît, puisque alors les grands cercles deviennent des lignes-limites.

On peut donc se représenter la surface-limite comme engendrée par la rotation d'une ligne-limite sur son axe. Dans l'hypothèse où l'angle de parallélisme est droit, la surface-limite sera un plan; dans l'autre hypothèse, c'est une surface-courbe.

119. *Un plan coupe une surface-limite ou bien suivant une ligne-limite, ou bien suivant un cercle, suivant qu'il passe ou non par une parallèle à l'axe.*

Soient A, B, C (fig. 119) trois points de la surface-limite. L'axe AA′ part de A; les deux autres B, C ne se trouvent sur une même ligne-limite qu'avec A. Imaginons des parallèles BB′, CC′ menées de ces points à AA′ d'un côté du plan du triangle ABC; les trois lignes AA′, BB′, CC′ sont donc parallèles entre elles, et elles sont deux à deux dans un plan (n° **99**). Menons du milieu DE de AC la parallèle DD′ à AA′, puis dans le plan du triangle ABC menons à AC′ la perpendiculaire QD dont nous choisissons la longueur telle que la perpendiculaire QQ′ au plan du triangle ABC, élevée à son extrémité Q, soit parallèle à DD′ (n° **102**) et, par suite, aussi à AA′, BB′, CC′ (n° **99**). Représentons-nous des plans qui passent par chacune des parallèles AA′, BB′, CC′ et qui doivent couper le plan du triangle ABC perpendiculairement (n° **59**) suivant les lignes AQ, BQ, CQ. Les surfaces sphériques décrites autour des points A, B déterminent, en coupant le plan du triangle AQB et les plans

des lignes AA′, BB′, QQ′, des triangles sphériques égaux $b'aq'$, $ba'q$, parce que, outre les angles droits, ils ont encore le côté $b'a = a'b$ (n° **112**), l'angle $b'aq' = a'bq$, et les côtés $b'a < \frac{1}{2}\pi$, $b'q' < \frac{1}{2}\pi$ (n° **88**), d'où il suit que le côté $a'q = b'q$ et ensuite AQ = BQ. On prouverait de même que AQ = CQ; nous en concluons qu'aux côtés égaux BQ, CQ sont opposés des angles égaux QBC = QCB.

Observons maintenant que la perpendiculaire QE abaissée de Q sur BC doit tomber au milieu E; le plan Q′QE doit couper le plan des parallèles BB′, CC′ suivant EE′, perpendiculaire à BC (n° **59**), par conséquent, l'angle B′BC = C′CB (n° **102**).

Si l'angle D′DQ était droit, le point Q se confondrait avec D au milieu du côté AC. Si l'angle D′DQ est $> \frac{1}{2}\pi$, il faut prendre au lieu de DQ la ligne DG dans l'angle $\pi -$ D′DQ, de l'autre côté de AC, hors du triangle ABC (n° **102**). La démonstration ne change essentiellement dans aucun de ces cas et conduit à la conclusion, que le plan parallèle à l'axe AA′ coupe la surface-limite aux points B, C qui appartiennent à une certaine ligne-limite. Peu importe de quels points B, C de la surface-limite partent les parallèles à AA′, elles sont toutes des axes, et les plans menés par ces droites sont des plans diamétraux.

Toute portion de la surface-limite coïncide avec celle-ci, où que soient transportés trois de ses points.

Si un plan passe par trois points quelconques A, B, C pris sur la surface-limite et n'appartenant pas aux plans diamétraux, la parallèle à AA′, menée par un quatrième point quelconque F, appartenant à la surface et au plan, sera aussi parallèle à la perpendiculaire QQ′ et, par conséquent, la distance FQ du point F au pied Q de la perpendiculaire au plan est encore la même que les distances AQ, BQ, CQ. La rencontre d'un plan non diamétral avec la surface-limite donne donc une circonférence dont le centre est Q.

120. Une ligne-limite située sur une surface-limite offre toutes les propriétés qui appartiennent aux droites du plan dans l'hypothèse d'un angle de parallélisme constant, par suite, les propriétés

admises dans la géométrie usuelle. La différence consiste seulement en ceci : que la position de deux droites du plan est déterminée par un angle rectiligne, tandis que sur la surface-limite, l'inclinaison de deux lignes-limites se mesure par l'angle dièdre des deux plans diamétraux passant par les arcs.

Voilà pourquoi toutes les dénominations qui concernent la position réciproque des droites peuvent être conservées pour les lignes-limites, menées sur une surface-limite. On appellera également *perpendiculaire* la ligne-limite qui coupe une autre en faisant des deux côtés un angle droit. Seront *parallèles* les lignes qui ne se rencontrent pas si loin qu'on les prolonge. Une troisième ligne-limite les coupe sous un même angle et inversement, deux lignes-limites qui sont coupées par une troisième sous un même angle sont parallèles (n° **101**), ou, ce qui revient au même, elles sont parallèles quand la somme des angles intérieurs est égale à π.

121. Les lignes-limites menées sur une surface-limite forment des triangles dont les angles ont pour somme π (n° **100**) et que nous appelons *triangles-limites.*

Remarquons encore que jusqu'à présent nous avons déduit toutes les propriétés des triangles rectilignes, dans l'hypothèse où la somme des angles égale π, en nous fondant uniquement sur ceci : que les côtés des angles égaux coïncident quand on superpose des triangles, en faisant coïncider l'un ou l'autre côté. Pour les triangles-limites, on voit les côtés d'un de ces triangles suivre la direction des côtés de l'autre dès que nous supposons les angles dièdres égaux. En ce qui concerne le triangle envisagé de l'autre côté, on fait intervenir le triangle *symétrique*, expression par laquelle nous entendrons, comme pour la surface sphérique (n° **44**), celui dont les côtés se suivent dans un autre ordre.

Nous obtenons un triangle rectiligne symétrique en transportant le plan de ce triangle sur la face opposée. Le triangle sphérique symétrique, comme l'angle solide opposé au sommet, est engendré par le prolongement des plans au delà du centre

de la sphère. Enfin, nous obtenons le symétrique de tout triangle rectiligne, sphérique ou limite en le partageant par des perpendiculaires égales abaissées d'un même point sur les côtés, et en réunissant trois parties dans un nouvel ordre.

Dans le triangle ABC (fig. 120), partageons les deux angles A, B en deux parties égales, en menant les lignes AD, BD jusqu'à leur point commun D, d'où nous abaissons les perpendiculaires DE, DF, DG aux côtés AB, BC, AC. On a les triangles égaux ADE et AGD, DEB et BDF (n° **87**), par conséquent, DE = DF = DG quand même les triangles seraient sphériques, parce que les angles en D pris deux à deux ne valent pas π (n° **88**). On peut ainsi chercher dans tout triangle le centre D d'un cercle de rayon DE qui touche tous les côtés. Si nous désignons par *a* les lignes égales AE, AG; par *b* les lignes égales BE, BF; par *c* enfin les lignes égales CG, CF, en réunissant les quadrilatères AGDE, BEDF, FDGC dans un nouvel ordre, nous obtenons le triangle A'B'C' opposé au précédent ABC.

Tout ce qui a été dit jusqu'à présent des triangles rectilignes, dans l'hypothèse où la somme des trois angles égale π, s'étend sans restriction aux triangles-limites.

Les triangles-limites sont égaux, quand ils ont égaux :

1° *Les trois côtés* (n° **82**);

2° *Deux côtés et l'angle compris entre eux* (n° **81**);

3° *Deux côtés et l'angle opposé au plus grand* (n° **84**);

4° *Un côté et les deux angles adjacents* (n° **81**);

5° *Un côté, un angle adjacent et un angle opposé à ce côté* (n° **87**).

Les parallèles comprises entre les côtés d'un angle sont entre elles comme les segments interceptés sur les côtés (n° **104**).

Dans un triangle-limite rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des autres côtés (n° **105**).

Il ne sera plus besoin de distinguer entre les triangles-limites ou tout autre polygone-limite et les triangles ou polygones rectilignes, dès que nous admettons que la somme des angles dans un triangle rectiligne est égale à π, à moins qu'il ne soit

nécessaire de dire si les côtés sont droits ou courbes. Dans le numéro suivant comme dans tout le chapitre sur les fonctions trigonométriques, nous parlerons des triangles rectilignes de la géométrie usuelle, bien que, rigoureusement, nous ne devrions parler que des triangles de la géométrie imaginaire sur la surface-limite, à moins que nous n'admettions quelque hypothèse arbitraire.

122. Nous appelons *triangles semblables* ceux dont les angles sont égaux et dont les côtés opposés à ces angles sont dans un même rapport. On dit en ce cas que les côtés sont *proportionnels*. Nous indiquerons la similitude des triangles par le signe $\backsim$, de même que nous avons indiqué leur égalité (n° **81**).

Les triangles seront semblables quand ils auront égaux :

1° *Deux angles;*

2° *Le rapport de deux côtés et l'angle compris entre ces côtés;*

3° *Le rapport de deux côtés et l'angle opposé au plus grand;*

4° *Les rapports des trois côtés.*

Dans un triangle P, désignons les côtés par a, b, c, les angles opposés à ces côtés par A, B, C; dans un autre triangle Q, désignons les côtés par a', b', c', les angles qui leur sont opposés par A', B', C'.

Soit $A = A'$, $B = B'$, donc $C = C'$. Posons l'angle A du triangle P sur l'angle A' du triangle Q de façon que le côté b suive b', et le côté c, c'. Les deux lignes a, a' se superposeront dans le cas de $b = b'$, ou $c = c'$, puisque les triangles sont égaux (n° **81**). Si b n'est pas égal à b', ni c à c', les lignes a, a' sont parallèles (n° **101**), d'où il suit que le rapport des côtés doit être le même dans les deux triangles (n° **103**), et les triangles sont semblables.

Supposons

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}, \quad c = c'.$$

Construisons un triangle R, en prenant le côté a avec les angles adjacents B', C', ce qui est toujours possible, puisque

$B' + C' < \pi$ (n° **101**). D'après ce qu'on vient de prouver, on voit que les triangles Q et R sont semblables, par conséquent le côté de R opposé à B' sera b, l'angle de R compris entre a et b doit être $C' = C$; les triangles P et R sont égaux (n° **121**), enfin P et Q sont semblables.

Supposons

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'},\ a > b,\ A = A'.$$

Construisons un triangle R, avec les côtés a, b et l'angle C' compris entre eux. Les triangles R et Q seront semblables, comme il a été prouvé plus haut; par conséquent, on doit avoir dans R l'angle $A' = A$, opposé à a, d'où l'on conclut que P et R sont égaux (n°s **84**, **121**) et ensuite que P et Q sont semblables.

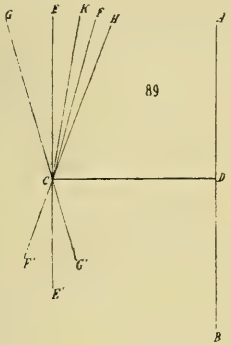
Soit

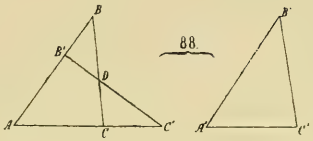
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}.$$

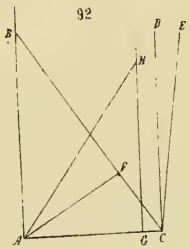
Construisons un triangle R avec les côtés a, b, comprenant l'angle C'. R sera semblable à Q, par conséquent, le troisième côté de R opposé à l'angle C' doit être c, et l'on a R = P (n°s **82**, **121**), et P semblable à Q.

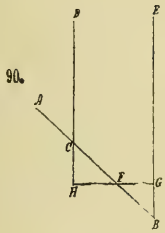
D'une façon générale, on dit que des polygones sont *semblables* quand tous leurs côtés sont proportionnels, tous leurs angles égaux et que les côtés se suivent dans le même ordre que les angles égaux.

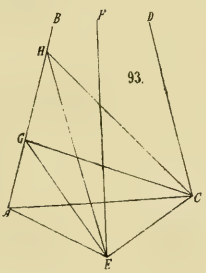
On construit les polygones semblables au moyen de triangles semblables. On joindra, par exemple, par des droites, les sommets à un même point, puis on tracera entre ces lignes des parallèles aux côtés du polygone, de manière que ces parallèles se rencontrent sur les lignes menées et l'on obtiendra un nouveau polygone semblable au premier.

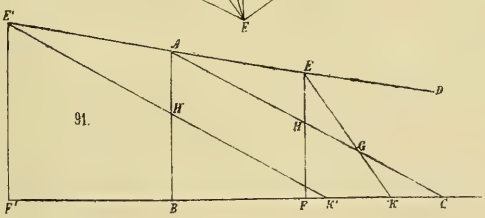

89

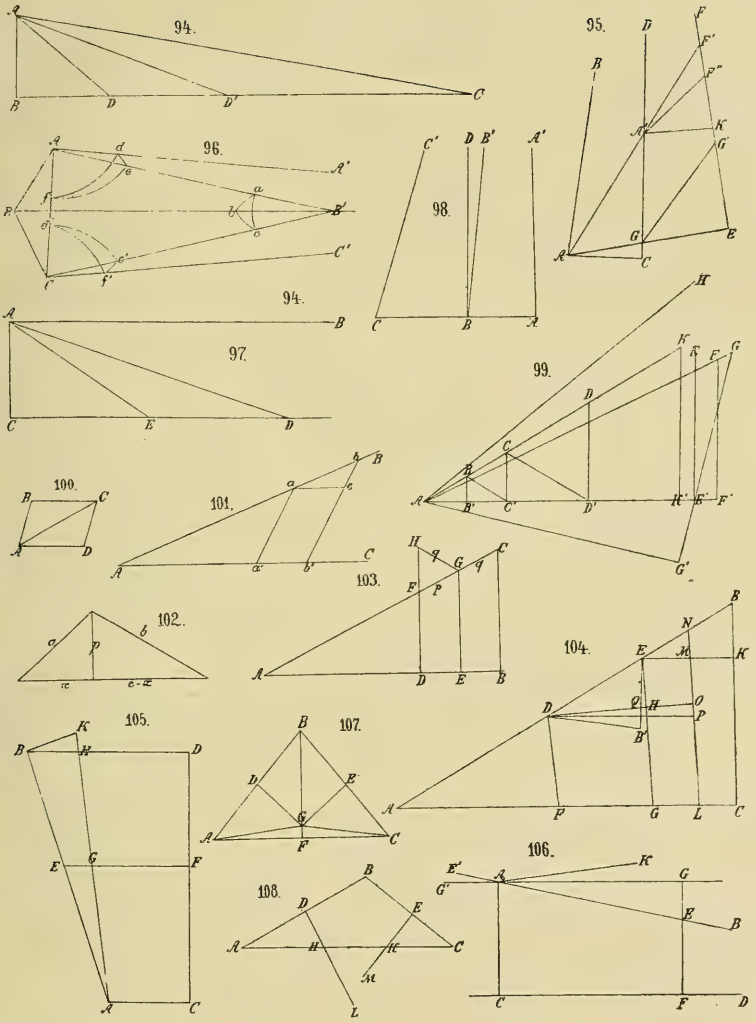

88.

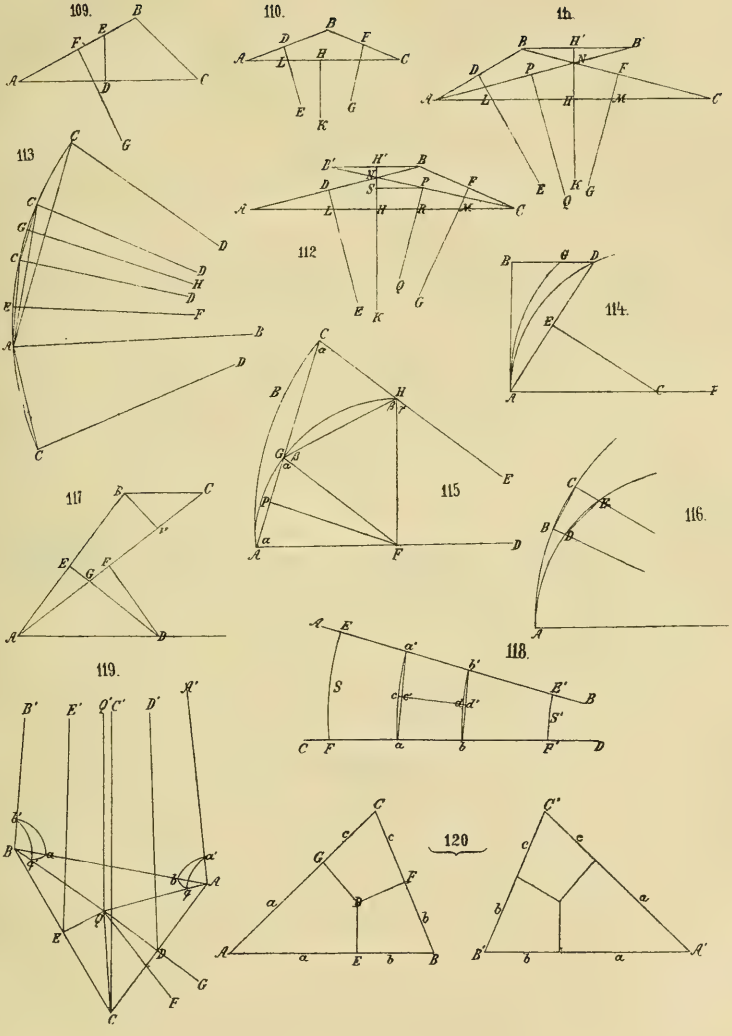

92


90.


93.


91.


94.
95.
96.
97.
98.
99.
100.
101.
102.
103.
104.
105.
106.
107.
108.


109.
110.
111.
112
113
114.
115
116.
117
118.
119.
120

SUR

LA RÉDUCTION

AU LIEU APPARENT

TERMES DUS A L'ABERRATION

PAR

C. LE PAIGE

SUR

LA RÉDUCTION

AU LIEU APPARENT

TERMES DUS A L'ABERRATION

On sait que si l'on connaît la position vraie E d'une étoile, il suffit, pour obtenir sa position apparente E′, lorsque l'on ne veut tenir compte que des termes du premier ordre de la correction, de mener à partir de E une droite parallèle au mouvement de l'observateur et de prendre, sur cette direction, un élément EE′ égal au déplacement de l'observateur, la vitesse de ce déplacement étant rapportée à celle de la lumière.

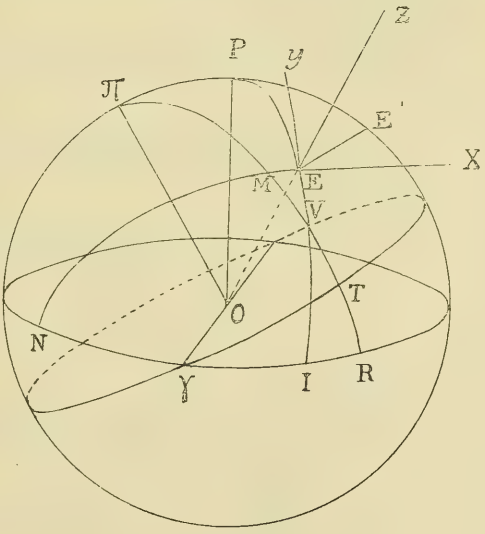


Fig. 1.

Le procédé suivant nous semble permettre d'obtenir, de la manière la plus simple, le terme correspondant dans les formules de réduction au lieu apparent.

Par le point E menons un système d'axes orthogonaux EZ, EX, EY, tels que XEY soit le plan tangent à la sphère en E, OE le rayon vecteur, EY la tangente au cercle horaire de l'étoile, dirigée vers le pôle.

Menons la droite $EE' = k$, égale au déplacement de l'observateur; les projections de k sur EY, EX modifient seules l'$\mathcal{AR}$ et la δ de l'astre.

Aberration annuelle. — Nous avons ainsi

$$\mathcal{AR}_{app.} = \mathcal{AR}_{vraie} + k \cos (E'EX) \frac{\sec \delta}{15}$$

$$\delta_{app.} = \delta_{vraie} + k \cos (E'EY).$$

Si nous supposons le mouvement de la terre circulaire, π étant le pôle de l'écliptique, T la position de la terre, EE' est perpendiculaire au plan πOT, EX est perpendiculaire à POE; EY perpendiculaire au grand cercle EN mené par E perpendiculairement à PE.

Par suite, en désignant par V, M les points d'intersection respectifs du cercle πT et des cercles PE, EN, on a :

$$\cos (E'EX) = \cos V; \quad \cos E'EY = \cos (EMN) = - \cos M.$$

Nous avons ainsi

$$\mathcal{AR}_{app.} = \mathcal{AR}_{vraie} + k \cos V \frac{\sec \delta}{15} \qquad (1)$$

$$\delta_{app.} = \delta_{vraie} - k \cos M. \qquad (2)$$

Or, dans le triangle πVP,

$$\cos V = \sin T \sin \alpha + \cos T \cos \alpha \cos \omega.$$

D'où

$$\mathcal{AR}_{app.} = \mathcal{AR}_{vraie} + \frac{k \sec \delta}{15} [\sin T \sin \alpha + \cos T \cos \alpha \cos \omega]. \qquad (3)$$

Dans le triangle NMR :

$$\cos M = - \cos N \cos R + \sin N \sin R \cos NR.$$

Mais

$$N = \delta, \quad NR = \frac{\pi}{2} + IR.$$

D'où

$$\cos M = -\cos\delta \cos R - \sin\delta \sin R \sin IR.$$

De plus, dans γTR,

$$\cos R = \sin\omega \cos I.$$

Dans VLR,

$$\sin R \sin IR = \sin V \sin VI = \sin V \cos PP.$$

Mais dans πPV

$$\sin V \cos PV = \sin T \cos\alpha - \cos T \sin\alpha \cos\omega.$$

Par suite

$$\cos M = -\cos\delta \sin\omega \cos T - \sin\delta\} \sin T \cos\alpha - \cos T \sin\alpha \cos\omega\{.$$

D'où

$$\delta_{app.} = \delta_{vraie} + k[\cos\delta \sin\omega \cos T + \sin\delta\} \sin T \cos\alpha - \cos T \sin\alpha \cos\omega\{]. \quad (4)$$

T désignant la longitude héliocentrique de la terre et $\odot$ la longitude géocentrique du soleil, on a

$$\odot = 180 + T;$$

d'où

$$\cos T = -\cos\odot,$$
$$\sin T = -\sin\odot.$$

Substituant dans (3) et (4), il vient finalement :

$$\mathrm{AR}_{app.} = \mathrm{AR}_{vraie} - \frac{k \sec\delta}{15}\} \sin\odot \sin\alpha + \cos\odot \cos\alpha \cos\omega\{ \quad (5)$$

$$\delta_{app.} 2\delta_{vraie} - k[\cos\delta \sin\omega \cos\odot + \sin\delta\} \sin\odot \cos\alpha - \cos\odot \sin\alpha \cos\omega\{] \quad (6)$$

Aberration diurne. — Soit PEI le cercle horaire de l'étoile, POS le méridien du lieu. Représentons par s le déplacement d'un point de l'équateur; le déplacement d'un point de latitude φ sera $s \cos \varphi$; sa direction est perpendiculaire au méridien POS.

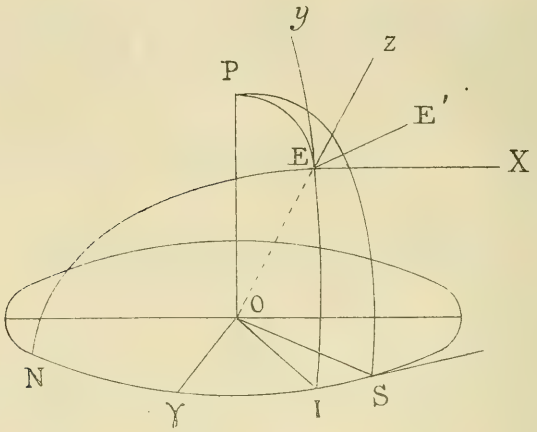


Fig. 2.

Soit E la position de l'étoile, EE′ égal et parallèle à $s \cos \varphi$.

Nous aurons

$$\mathrm{AR}_{\text{app.}} = \mathrm{AR}_{\text{vraie}} + s \cos \varphi \frac{\sec \delta}{15} \cos (\mathrm{E'EX}) \qquad (1')$$

$$\delta_{\text{app.}} = \delta_{\text{vraie}} + s \cos \varphi \cos (\mathrm{E'EY}), \qquad (2')$$

or EE′ est perpendiculaire à POS; donc

$$\mathrm{E'EX} = \eta, \text{ angle horaire.}$$

$$\mathrm{E'EY} = 180 - \mathrm{M}.$$

$$-\cos \mathrm{M} = \sin \mathrm{N} \cos \mathrm{NS} = \sin \delta \sin \eta.$$

D'où

$$\mathrm{AR}_{\text{app.}} = \mathrm{AR}_{\text{vraie}} + s \cos \varphi \frac{\sec \delta}{15} \cos \eta \qquad (3')$$

$$\delta_{\text{app.}} = \delta_{\text{vraie}} + s \cos \varphi \sin \delta \sin \eta. \qquad (4')$$

ABERRATION EN LONGITUDE ET EN LATITUDE.

1. *Aberration annuelle.* — Les formules que nous venons d'obtenir peuvent s'appliquer, en les modifiant légèrement, à la détermination des variations de L et de β dues au mouvement de translation de la terre.

Si nous considérons P comme le pôle de l'écliptique, γS est la longitude héliocentrique de la terre, ou T; γOI, la longitude de l'étoile ou L et EI sa latitude ou β.

Il suffira dans (3'), (4') de remplacer $s \cos \varphi$ par k, η par T — L et δ par β.

Nous aurons ainsi

$$\text{Long.}_{\text{app.}} = \text{L}_{\text{vraie}} + k \frac{\sec \beta}{15} \cos (\text{T} - \text{L}),$$

$$\beta_{\text{app.}} = \beta_{\text{vraie}} + k \sin \beta \sin (\text{T} - \text{L}).$$

En observant que $\text{T} = \odot - 180^\circ$, on a

$$\Delta \text{L} = - \frac{k \sec \beta}{15} \cos (\odot - \text{L})$$

$$\Delta \beta = - k \sin \beta \sin (\odot - \text{L}).$$

2. *Aberration diurne.* — On aura, de la même manière, la variation de la latitude et de la longitude qui résultent du mouvement de rotation de la terre.

Il suffit de se rapporter à la première figure et de considérer π comme le pôle de l'équateur.

γT est le temps sidéral t, au lieu de T;
γI la longitude de l'étoile, au lieu de α.
EI la latitude β au lieu de δ
et k est remplacé par $s \cos \varphi$.

En remplaçant dans (3) et (4) respectivement

$$\alpha,\ \delta,\ \mathrm{T},\ k$$

par

$$\mathrm{L},\ \beta,\ t,\ s\cos\varphi,$$

il vient :

$$\Delta\mathrm{L} = s\cos\varphi\,\frac{\sec\beta}{15}\,[\sin t\sin\mathrm{L} + \cos t\cos\mathrm{L}\cos\omega],$$

$$\Delta\beta = s\cos\varphi\,[\cos\beta\cos t\sin\omega + \sin\beta\,\}\sin t\cos\mathrm{L} - \cos t\sin\mathrm{L}\cos\omega\{\,].$$

ÉTUDE

SUR LES

VISÉES AU BAIN DE MERCURE

PAR

C. LE PAIGE

ÉTUDE

SUR LES

VISÉES AU BAIN DE MERCURE

La déterminaison du nadir et de l'inclinaison par la visée au bain de mercure, offre partout de grandes difficultés, qui ont motivé des essais multiples, tentés pour donner au bain la stabilité convenable et éviter les vibrations qui détruisent la netteté des images des fils micrométriques.

L'emploi du bain amalgamé (1), du bain de Gautier (2), du bain suspendu à un système de lames en caoutchouc (3) ou de ressorts (4), montre la multiplicité des tentatives faites pour remédier aux inconvénients qui se présentent, surtout dans les observatoires situés dans le voisinage de voies fréquentées ou de lignes de chemins de fer.

A l'Observatoire de Liége, après avoir tenté vainement de faire usage, dans des conditions convenables, soit du porte-bain de Repsold, soit d'un chariot moins élevé, nous avons employé le procédé le plus primitif, convenablement modifié. Il nous a donné des résultats satisfaisants, comme le montrent les mesures que nous allons faire connaître.

(1) Voir sur ce procédé les renseignements très complets donnés par M. Bigourdan dans son important travail : *Sur diverses circonstances qui modifient les images réfléchies par le bain de mercure.* (Bull. astr., t. XVI, p. 210.)

(2) *Bulletin astronomique*, t. II, p. 549, 1885, et *Rapport annuel* de M. Mouchez, p. 6.

(3) *Bulletin astronomique*, t. III, p. 577.

(4) M. Hamy, *Sur l'amortissement des trépidations du sol, etc.* (Bull. astr., t. XV, pp. 172 et ss.)

L'application de ce procédé dans d'autres observatoires pourrait seule faire voir si la situation de notre institut est la seule cause de sa réussite, ou si son succès dépend du procédé lui-même.

Nous profiterons de la publication de cette notice pour rendre compte, en même temps, des précautions que nous avons prises pour déterminer, aussi exactement qu'il se peut, les constantes instrumentales.

Nous avons fait usage de divers bains de mercure.

D'abord d'une cuvette carrée en bois de 40 centimètres de côté. Cette cuvette peut se placer dans une position convenable au moyen de trois vis calantes. Le fond en est strié : les stries, de 1 millimètre environ de profondeur, sont espacées de 2 millimètres; c'est l'application d'une remarque de Le Verrier. La cuvette est remplie de mercure, sous une épaisseur de 6 millimètres environ. La cuvette une fois remplie de façon que le mercure touche partout les bords, il est possible d'en soutirer la moitié environ, quelquefois les deux tiers, sans que la couche cesse de toucher les bords (1). Dans ce cas, les images gagnent en stabilité, mais perdent un peu de leur éclat.

Une seconde cuvette, en bois également, est circulaire et striée circulairement; elle est lestée par des feuilles de plomb pour augmenter sa stabilité et peut se placer dans une position convenable, au moyen de trois vis calantes. Le diamètre de la cuvette est de 20 centimètres.

Une troisième cuvette consiste en un plateau circulaire de cuivre rouge de 55 centimètres de diamètre. Au moyen d'un léger martelage, la feuille de cuivre a reçu une faible courbure.

Cette feuille a été amalgamée. On la place dans une cuvette carrée en bois, de 40 centimètres de côté, portée par trois vis calantes; la feuille de cuivre repose sur le fond de la caisse de bois au moyen de trois rondelles de feutre de 1 centimètre d'épaisseur environ.

(1) Une remarque analogue a été faite antérieurement par M. Périgaud : *Nouveau bain de mercure pour l'observation du nadir.* (C. R., t. CVI.)

Nous désignons ces trois cuvettes par les lettres B_1, B_2, B_3. La visée au bain se fait soit au moyen d'un oculaire nadiral coudé, soit au moyen d'un des oculaires qui servent aux observations de passages. L'oculaire nadiral grossit quatre-vingts fois; les autres respectivement soixante et deux cent quarante fois. Pour employer ces deux derniers, on fait usage d'un petit réflecteur circulaire de 25 millimètres de diamètre, formé par une feuille de verre extrêmement mince, destinée aux préparations microscopiques. Cette feuille de verre est sertie dans un anneau de cuivre qui peut prendre toutes les inclinaisons à l'égard de l'horizon. Ce cercle lui-même est porté par un anneau qui entoure l'œilleton de l'oculaire et peut se déplacer en azimut.

Ces trois oculaires sont désignés par les lettres O_1, O_2, O_3; on n'a généralement employé que O_1 et O_3.

La visée sur l'image des fils à l'aide de l'oculaire nadiral est particulièrement aisée.

Dans cet oculaire, le réflecteur est fermé par une feuille de carton blanc, percée au centre pour permettre la visée. Il en résulte que, dans la partie centrale, la lumière envoyée sur le bain, éclaire par-dessous les fils du réticule dont l'image est ainsi brillante sur fond noir. La coïncidence du fil mobile avec son image s'obtient alors en éclipsant l'image brillante du fil mobile. La visée se fait toujours en amenant la coïncidence par le mouvement du fil mobile successivement dans le sens est-ouest et ouest-est : la moyenne des deux lectures du tambour de la vis micrométrique constitue un pointé.

Éclairage. — L'éclairage est obtenu à l'aide d'un bec de gaz à la gazoline, placé à une vingtaine de centimètres de l'objectif. La lumière est condensée par une lentille.

On évite autant que possible la production de chaleur vers la lunette par l'emploi d'une gaine hémicylindrique, brillante à l'intérieur, de manière à renvoyer le plus de chaleur possible du côté opposé à la lunette. On réduit la durée de l'observation autant qu'on le peut : dans la plupart des cas, nous faisons cinq pointés complets, soit dix lectures, ce qui exige au plus cinq minutes. La

flamme reste baissée jusqu'au moment où l'observateur commence les pointés.

Nous avons pu constater par deux procédés que l'influence de la chaleur de la lampe est nulle ou négligeable.

Dans quelques cas spécialement favorables, par un temps très calme, qui permettait l'ouverture des trappes pendant la visée, nous avons pu faire successivement des visées avec l'éclairage artificiel et avec l'éclairage naturel : les résultats n'ont différé que de quantités de l'ordre des erreurs d'observation.

De plus, nous avons fait des séries d'observations en laissant la lampe allumée pendant un temps suffisamment long, de manière à produire des déviations si elles existent : les premières et les dernières séries ne révélaient aucune différence qui parût produite par l'échauffement.

Il serait sans doute préférable, surtout au point de vue de la fixité de la lumière, de faire usage d'une lampe électrique, mais, jusqu'ici, nous n'avons pu installer ce mode d'éclairage.

Vis micrométrique. — La vis micrométrique a un pas de $0^{mm}5$; le tambour est divisé en cent parties, dont on peut apprécier le dixième.

La valeur en arc du tour de vis a été déterminée en mesurant l'intervalle des fils du réticule par la vis et par des passages d'étoiles. La valeur du tour semble parfaitement uniforme dans toute l'étendue du champ.

Les fils étant numérotés

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI

en partant de l'est, la valeur d'un tour de la vis, déterminée comme il vient d'être dit, dans les intervalles successifs, est :

1ˢ559, 1ˢ558, 1ˢ560, 1ˢ561, 1ˢ562, 1ˢ558, 1ˢ557, 1ˢ558, 1ˢ561, 1ˢ559 (24 avril 1899).

La valeur du tour ne semble pas varier d'une manière appréciable avec la température.

Toutes les circompolaires employées au calcul de la constante n de la formule de Bessel sont observées aux fils fixes (7 ou 11, suivant la lenteur de l'étoile) et au fil mobile à partir d'une distance polaire de 5 degrés.

Les observations au fil mobile consistent en vingt pointés répartis en deux groupes de dix de part et d'autre du méridien. Si l'on désigne par t_i et l_i les temps des pointés et les lectures au tambour, les valeurs

$$T = \frac{\Sigma t_i}{10}, \quad L = \frac{\Sigma l_i}{10}$$

servent à déterminer la valeur d'un tour de la vis.

La moyenne d'un certain nombre de ces déterminations donne la valeur employée.

Nous avons trouvé ainsi

$$1^s55918,\ 1^s55930,\ 1^s55924,\ 1^s55927.$$

Ces nombres sont empruntés à nos registres d'observations et résultent de déterminations faites à différentes époques de l'année.

La valeur d'une division peut donc être fixée à $0^s0155924$ ou $0''23393$, sans qu'il y ait d'incertitude sur la cinquième décimale.

Si l'on désigne par l_o la lecture correspondant au fil milieu, par l_i la lecture correspondant à la coïncidence du fil mobile avec son image, $l_o - l_i$ donnera $i - c$, i et c représentant respectivement l'inclinaison et la collimation.

Afin d'apprécier la précision d'une inclinaison, il est donc nécessaire de se rendre compte des variations possibles de la collimation pendant les opérations de visée.

La détermination de la collimation ne peut se faire à notre instrument méridien avec toute la précision désirable à cause de la faiblesse des collimateurs.

Ceux-ci consistent en effet en deux petites lunettes de 0^m41 de distance focale et de 0^m055 d'ouverture, alors que la lunette elle-même a une ouverture de 0^m175 et une distance focale de 2^m24.

Les collimateurs S et N avaient précédemment la même disposition, si ce n'est que le collimateur S était muni d'un fil vertical mobile, commandé par une vis micrométrique. La mise au point, pour tous les deux, se faisait à la main et le grossissement de l'oculaire était très faible.

Le collimateur S a été modifié de telle sorte que la mise au point peut se faire à l'aide d'une crémaillère et que le grossissement de l'oculaire a été augmenté.

La valeur d'une division du tambour de la vis micrométrique est égale à 1″170.

Par de nombreuses visées du collimateur S sur le collimateur N, nous avons déterminé l'erreur moyenne d'un pointé : cette erreur est de ± 0ᵈ45, ce qui laisse une incertitude assez grande dans la direction des axes optiques communs aux deux collimateurs. La visée d'un collimateur sur l'autre se fait généralement six fois; la moyenne des pointés donne la direction adoptée. L'erreur moyenne de cette détermination est donc

$$\pm \frac{1''17 \times 0.45}{\sqrt{6}} = \pm 0''215.$$

D'ailleurs, cette position étant fixée, la détermination de la collimation résulte de pointés de la méridienne sur les deux collimateurs. L'erreur moyenne d'un pareil pointé est égale à ± 0ᵈ52. La visée de la méridienne sur un collimateur résultant de dix pointés, l'erreur moyenne d'une direction sera

$$\frac{\pm 0.52}{\sqrt{10}} = \pm 0^d165 \text{ ou } \pm 0''039.$$

L'erreur théorique d'une détermination de collimation serait donc de 0″219 et d'environ 0ᵈ93 de la vis micrométrique de la lunette méridienne.

Des déterminations de la collimation, se succédant à des intervalles très rapprochés, nous ont donné, pour l'erreur moyenne d'une détermination, ± 1ᵈ13.

Cette mesure était nécessaire pour se rendre compte de la variation de la collimation résultant d'une variation de la température.

Nous avons essayé de représenter par une relation

$$l_t = l_o + k.t,$$

la lecture correspondant au fil sans collimation.

Les équations de condition, résultant des observations faites de juin à décembre 1900, traitées par la méthode des moindres carrés, nous ont donné

$$l_t = 4998.68 - t.0^d238.$$

En comparant les valeurs déduites de cette formule à celles qui résultent directement d'une détermination, l'écart moyen *obs — calcul* $= \pm 0^d77$, ce qui reste bien dans les limites de l'écart provenant de l'incertitude d'une détermination isolée.

La variation du fil sans collimation par variation d'un degré dans la température serait donc de 0^s004.

A l'Observatoire de Washington, la collimation est représentée par

$$c_t = c_o \pm t.0^s004,$$

t représentant la température en degrés Fahrenheit, c'est-à-dire

$$c_t = c_o \pm t.0^s007$$

en degrés centigrades (1).

La visée au bain, y compris les préparatifs préalables, demande au plus une dizaine de minutes; de plus, toutes les précautions sont prises pour éviter le rayonnement direct de l'observateur. En général, il n'y aura donc pas, à redouter, dans la détermination de $i - c$, une influence sensible de la variation de c.

Nous pourrons donc regarder les résultats qui suivront comme indépendants de cette variation et les erreurs des déterminations comme de simples erreurs de pointés.

En général, on s'est efforcé de soustraire le bain à toute

(1) Voir les divers volumes des *Observations de l'Observatoire de Washington.*

influence des mouvements de l'observateur en plaçant le bain sur le pilier qui supporte l'instrument.

A Cointe, le bain repose directement sur le plancher de la salle, l'observateur en est éloigné, grâce à la construction de la tribune d'observation qui est suspendue à la charpente.

Deux tiges de fer, assujetties à la charpente par des étriers et des tirants, supportent une tribune en bois léger, garnie du côté de la lunette et des cercles de feuilles de carton pour éviter la chaleur produite par l'observateur.

Tout l'appareil tourne autour d'une des tiges; pour éviter les déformations aux attaches, un des pieds de l'échelle verticale qui donne accès à la tribune et fait corps avec elle, porte une prolonge terminée par un galet; lorsque la tribune est fixée à la seconde tige, la prolonge se relève de façon à éviter tout contact avec le plancher.

Une condition essentielle à réaliser dans les visées au nadir est une mise au point aussi parfaite que possible.

Une mise au point imparfaite produit des vibrations apparentes de l'image, en tout semblables aux *tremors* de la surface. Nous avons vérifié que c'est en réalité à ce défaut de mise au point qu'est due cette apparence. En visant, à l'aide de la méridienne, des objets distants de 3 kilomètres environ, un déplacement extrêmement faible du porte-micromètre dans le coulisseau met les images dans un état de vibration continuelle. Par des tâtonnements successifs, cette mise au point étant réalisée, les images des fils sont devenues d'une netteté absolue; d'ailleurs cette mise au point est celle qui convient à la visée des étoiles.

Le bain B_1 fournit les images les plus nettes : il se produit parfois de très légères oscillations pendulaires, perpendiculaires aux stries. En retournant le bain de 90°, les oscillations se déplacent de 90°. Le bain B_2 confirme ce fait par la production d'ondes centripètes.

Les oscillations pendulaires, transportant toute l'image du réticule, ne détruisent pas la netteté des images : elles rendent les pointés moins précis sans les rendre impossibles.

A côté de ces oscillations se produisent les trépidations.

Celles-ci, lorsqu'elles sont faibles, affaiblissent l'image en l'élargissant. Dans certaines limites, elles permettent encore les pointés.

Dans les conditions où nous nous trouvons, les trépidations produites par le passage des voitures s'arrêtent très rapidement. Elles commencent à se produire quand la voiture se trouve à une quinzaine de mètres au sud ou au nord de la salle, et ont leur maximum lorsqu'elle est dans l'axe est-ouest de la salle. Elles sont d'ailleurs extrêmement courtes et produisent un élargissement apparent de l'image, sauf dans le moment du maximum où l'image disparaît presque entièrement.

Le passage des trains du chemin de fer du Nord-Belge à 700 mètres environ ne produit aucune variation sensible dans l'image, bien que le bruit soit parfaitement perceptible. La seule cause qui rende les observations vraiment difficiles, avec le bain B_1, est le vent lorsqu'il est fort. Il produit, en effet, un ébranlement de toute l'enveloppe en zinc ondulé qui forme le revêtement intérieur de la salle et par suite des *tremors* auxquels viennent se joindre les mouvements pendulaires du bain à la suite du mouvement imprimé à toute la salle.

Dans ces cas, le bain B_3 est préférable ; d'ailleurs, comme il est d'un maniement plus facile et d'une installation plus rapide, il est très souvent employé.

Les trépidations du sol, comme nous l'avons dit, n'empêchent pas en général la visée au bain. Nous avons pu, à cet égard, faire une expérience concluante.

Le 10 juin 1899, à l'occasion d'une fête, une batterie de six pièces d'artillerie de campagne a fait des évolutions dans une prairie située à 150 mètres environ au sud de l'Observatoire; les évolutions de l'artillerie étaient séparées par des manœuvres de deux escadrons de cavalerie.

Nous avons, pendant la durée de ces exercices, fait des visées au bain B_1, préalablement amené à son plus grand degré de stabilité par l'enlèvement d'une partie du mercure, comme il a été dit plus haut.

Voici le résumé des observations faites; chaque nombre est la moyenne de deux lectures et traduit ce que nous avons appelé un pointé.

15h40. — La batterie d'artillerie qui vient d'évoluer est au repos.

4909.20
4910.10
4909.80
4909.65
4909.65
4909.68

Seconde série. — La batterie est en pleine évolution ; le bruit est parfaitement perçu dans la salle.

16h10	16h20	16h35	16h38
4909.40	4910.10	4909.65	4909.60
4909.70	4909.75	4909.50	4909.70
4909.85	4909.60	4909.85	4909.90
4909.45	4909.50	4909.70	4910.05
4909.90	4909.70	4909.50	4909.10
4909.50	4909.95	4909.64	4909.67
4909.63	4909.80		
	4909.10		
	4909.40		
	4909.60		
	4909.65		

On doit se rappeler que la valeur de 1d est de 0m0156.

L'écart le plus considérable est donc de 0d04 = 0m0006 entre les moyennes des diverses séries.

Seule, l'erreur moyenne d'un pointé a un peu augmenté. L'image, en effet, sans cesser d'être définie, est moins nette.

Pour apprécier l'erreur d'un pointé, il est nécessaire de tirer parti des séries obtenues dans des conditions normales.

26 avril 1900, 16 heures. $t = 8°5$.

B_1 O_1	B_1 O_2
4957.00	4956 65
4956.45	4956.70
4956.75	4956.60
4956.50	4956.50
4956.50	4956.55
4955.50	4956.80
4956.45	4956.50
4956.50	4956.60
4956.40	4956.50
4956.60	4956.50
4957.545	4956.570

Observations faites pour constater l'identité des résultats obtenus en se servant des divers oculaires.

$\varepsilon = \pm 0^d189$ $\varepsilon = \pm 0^d121$

3 juin 1900, 18^h15. — Carrousel à vapeur fonctionnant à 200 mètres; second carrousel à 250 mètres; foule nombreuse circulant dans le voisinage de l'Observatoire.

B_1 O_1	B_1 O_2
4963.80	4963.90
4964.40	4963.90
4964.25	4963.90
4964.00	4963 90
4964.00	4963 90
4963 90	
4963.75	4963.90
4963.75	
4963.50	
4963.50	
4963.885	

19 octobre 1900, 15^h40. $t = 9°5$.

B_1 O_4
4944.15
4944.15
4944.05
4944.10
4944.10
4944.11

8 novembre 1900, 16^h. $t = 10°1$.

B_3 O_4
4941.25
4941.05
4941.25
4941.00
4941.30
4941.17

Il serait facile de multiplier les exemples de détermination; rarement l'erreur moyenne d'un pointé dépasse 0^d2, soit $0''05$.

On pourrait se demander si le plus ou moins d'excentricité de la visée au bain n'aurait aucune influence sur la détermination de la verticale.

Des observations ont été faites dans ce but; nous en rappellerons une seule; les autres conduisent à des conclusions identiques.

7 octobre 1900, 9^h. $t = 16°$.

	B_1 O_5
W.	E.
4953.25	4952.95
4953.15	4953 30
4953.00	4952.75
4952.85	4952.90
4952.95	4952.90
4953.04	4952.96

Le bain B_1 étant placé entre les piliers de la lunette, est porté successivement aussi loin que possible à l'ouest et à l'est.

La différence 0″02 est évidemment de l'ordre des erreurs d'observation.

J'ai également recherché, bien que cette étude fût à peu près inutile par suite des résultats concordants trouvés à Nice et à Paris (1), si les cuvettes B_1, B_3 donnent des résultats identiques.

Voici une pareille série d'observations faites le 29 septembre 1899.

B_1	B_3
4884.91	4885.06
4884.53	4884.58
4884.73	4884.36
	4884.89
4884.723	4884.722

Ces deux séries ont demandé plusieurs heures; elles ont été entremêlées de façon qu'une série de B_1 était intercalée entre deux séries de B_3, afin que le résultat moyen correspondît à peu près au même temps. De plus, chacun des nombres précédents donne la moyenne de cinq pointés complets.

Il restait à examiner si les observations seraient rendues plus faciles en plaçant, comme c'est l'usage ordinaire, la cuvette directement sur le pilier.

Des observations comparatives, dans cette direction, n'ont pu être faites qu'à l'aide de B_2; B_1 et B_3 sont en effet trop larges pour prendre place dans l'ouverture ménagée dans le plancher.

Ces observations n'ont été faites qu'au point de vue de la netteté des images. Or il résulte de plusieurs observations faites dans ce but que chaque fois les images ont été plus nettes ou au moins aussi nettes lorsque B_2 a été placé directement sur le plancher que lorsqu'il reposait directement sur le pilier; on a opéré dans des conditions identiques, le bain B_2 étant successi-

(1) *Comparaison du bain de mercure Périgaud avec le bain de mercure de l'Observatoire de Nice*, par MM. Jabely et Simonin. (Bull. astr., t. XIII, p. 129 et, à la suite, la Note de M. Périgaud.) *Rapport annuel sur l'Observatoire de Paris*, par M. Mouchy, 1883, p. 6.

vement placé sur le pilier et sur le plancher. On a également placé les bains B_1, B_3 sur le plancher et sur le chariot qui reposait sur le pilier; chaque fois les images ont été plus nettes dans le premier cas que dans le second.

En résumé :

1° Les observations au bain de mercure en couche épaisse semblent possibles dans des conditions ordinaires par le procédé décrit : cuvette ordinaire sur le plancher, observateur isolé de ce plancher;

2° La moyenne d'une erreur de pointé : coïncidence obtenue en amenant le fil en coïncidence avec son image, par éclipse s'il s'agit de l'oculaire O_1, ou par coïncidence ordinaire s'il s'agit des oculaires O_2 et O_3, alternativement dans les directions est-ouest, ouest-est est d'environ 0″05;

3° La direction obtenue ne dépend pas du plus ou moins d'excentricité de la cuvette, lorsque, bien entendu, on se tient à une distance convenable des bords;

4° La précision d'un pointé n'est pas modifiée, pas plus que la direction, par l'emploi des oculaires O_1, O_2, O_3;

5° Les bains B_1, B_3 conduisent à des résultats identiques.

Les résultats qui précèdent nous ont paru assez intéressants pour mériter d'être signalés; peut-être, comme nous l'avons dit en commençant, la situation de notre Observatoire est-elle la cause de certains de ces résultats, bien que nous ayons, lorsque cela a été possible, opéré dans des conditions qui, à première vue, semblaient éminemment défavorables.

Peut-être pourrait-on se rendre compte des circonstances favorables qu'amène le placement sur le plancher, par la difficulté, pour les ébranlements de faible intensité, de donner un mouvement d'oscillation à la masse entière du support, qui est ici le bâtiment tout entier, et par l'extinction rapide, par la distribution dans une masse considérable, des petits chocs imprimés au sol.

SUR

UN SYSTÈME DE REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE

DES

FORMES ALGÉBRIQUES BINAIRES

PAR

Joseph FAIRON

DOCTEUR EN SCIENCES PHYSIQUES ET MATHÉMATIQUES

SUR

UN SYSTÈME DE REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE

DES

FORMES ALGÉBRIQUES BINAIRES

CHAPITRE PREMIER.

FORME QUADRATIQUE.

§ 1. — Système fondamental.

Pour interpréter géométriquement les formes binaires des quatre premiers ordres et leurs fonctions invariantes, ainsi que les combinaisons de ces formes, nous nous servirons d'une conique fondamentale, C_2, représentée, en coordonnées trilinéaires, par l'équation

$$z_1 z_3 - z_2^2 = 0,$$

ou par les équations paramétriques :

$$z_1 : z_2 : z_3 = \lambda^2 : \lambda : 1.$$

Si l'on remplace λ par $\frac{x_1}{x_2}$, les dernières égalités s'écrivent :

$$z_1 : z_2 : z_3 = x_1^2 : x_1 x_2 : x_2^2. \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Au moyen des formules (1), nous ferons correspondre, à chaque racine $\frac{x_1}{x_2}$ d'une forme binaire, un point déterminé de C_2.

De même, les homographies et les involutions peuvent être représentées par des groupes de points de C_2.

Un bon nombre des théorèmes que nous énonçons sont connus. Ils se rencontrent dans les *Leçons d'Algèbre supérieure* de M. G. Salmon, ou dans les *Essais de Géométrie supérieure du troisième ordre* par M. C. Le Paige, ou dans le *Mémoire sur la Théorie de l'Involution et de l'Homographie unicursale* par M. F. Deruyts. Cependant, nos démonstrations sont souvent différentes de celles que renferment ces ouvrages; nous croyons, aussi, avoir ajouté plusieurs résultats nouveaux.

1. La forme quadratique a pour système fondamental :

1° la forme elle-même

$$f_2 \equiv a_x^2 \equiv b_x^2 \equiv \cdots = a_0x_1^2 + 2a_1x_1x_2 + a_2x_2^2;$$

2° l'invariant

$$\Delta \equiv (ab)^2 = 2(a_0a_2 - a_1^2).$$

Aux deux racines, $\frac{x_1}{x_2}$, de l'équation $f_2 = 0$ correspondent deux points A_1, A_2 de C_2, dont les coordonnées z_1, z_2, z_3 résultent des formules (1).

On voit immédiatement que l'équation $f_2 = 0$ se transforme en

$$a_0z_1 + 2a_1z_2 + a_2z_3 = 0, \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

qui représente la droite A_1A_2.

Donc, *les coordonnées de la droite, qui joint les points, racines de la forme* a_x^2, *sont proportionnelles aux coefficients* a_0, $2a_1$, a_2 *de cette forme.*

Ces points-racines sont réels et distincts, confondus ou imaginaires suivant que l'on a

$$\Delta < 0, \qquad \Delta = 0, \qquad \Delta > 0;$$

de là une position correspondante de A_1A_2 par rapport à C_2.

Cherchons les coordonnées z_1', z_2', z_3' du pôle A de la droite A_1A_2. En identifiant l'équation de la polaire de A avec l'équation (2), on trouve

$$z_1' : z_2' : z_3' = a_2 : -a_1 : a_0 \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Le pôle A est extérieur à $\mathcal{C}_2$, sur cette courbe, ou à l'intérieur, suivant que $\Delta < 0$, ou $\Delta = 0$, ou $\Delta > 0$.

A toute forme quadratique a_x^2 *il correspond donc :* 1° *une droite, dont l'équation est* (2) (*cette droite rencontre* $\mathcal{C}_2$ *aux points, racines de* a_x^2); 2° *un point, pôle de cette droite; les coordonnées en sont définies par la formule* (3).

Nous dirons que A est le *pôle* et que la droite $A_1A_2 \equiv a$ est la *polaire de la forme* a_x^2.

2. Une droite quelconque

$$u_0z_1 + 2u_1z_2 + u_2z_3 = 0$$

rencontre $\mathcal{C}_2$ en deux points, dont les paramètres $\frac{x_1}{x_2}, \frac{y_1}{y_2}$ résultent de l'équation

$$u_0x_1^2 + 2u_1x_1x_2 + u_2x_2^2 = 0.$$

On en conclut

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{y_1}{y_2} = -\frac{2u_1}{u_0}, \qquad \frac{x_1y_1}{x_2y_2} = \frac{u_2}{u_0};$$

ou, ce qui revient au même,

$$u_0 : 2u_1 : u_2 = x_2y_2 : -(x_1y_2 + x_2y_1) : x_1y_1.$$

L'équation de la droite considérée peut donc s'écrire :

$$x_2y_2z_1 - (x_1y_2 + x_2y_1)z_2 + x_1y_1z_3 = 0.$$

Supposons que cette droite passe par le pôle $A(a_2, -a_1, a_0)$ de la forme a_x^2; nous aurons

$$a_0x_1y_1 + a_1(x_1y_2 + x_2y_1) + a_2x_2y_2 = 0,$$

ou, symboliquement,

$$a_xa_y = 0.$$

Mais une droite, mobile autour de A, marque sur $\mathcal{C}_2$ une involution I_1^2; donc, *la forme polaire d'une forme quadratique,* a_x^2, *définit une involution* I_1^2, *ayant pour points doubles les points-racines de cette forme.*

Le pôle et la polaire de a_x^2 sont, respectivement, le point central et l'axe de cette involution.

3. De ce qui précède, nous pouvons conclure une autre représentation analytique de I_1^2.

Considérons, en effet, les deux formes distinctes :

$$a_x^2 = a_0x_1^2 + 2a_1x_1x_2 + a_2x_2^2,$$
$$b_x^2 = b_0x_1^2 + 2b_1x_1x_2 + b_2x_2^2.$$

Une droite quelconque, menée par le point de concours de leurs polaires, a pour équation

$$a_0z_1 + 2a_1z_2 + a_2z_3 + m(b_0z_1 + 2b_1z_2 + b_2z_3) = 0.$$

Elle rencontre C_2 aux deux points, dont les paramètres $\frac{x_1}{x_2}$ sont racines de l'équation précédente, transformée au moyen de la substitution (1). La nouvelle équation est (n° **1**) la forme quadratique

$$a_x^2 + mb_x^2 = 0.$$

Or, lorsque m varie, la droite considérée marque sur C_2 des couples de points en involution I_1^2. Par conséquent,

Les racines des formes appartenant à un système linéaire de formes quadratiques déterminent, sur C_2, *les couples d'une involution* I_1^2.

§ 2. — Système de deux formes quadratiques et système d'une forme quadratique et d'une forme linéaire.

4. Le jacobien de deux formes quadratiques binaires,

$$f_2 = a_x^2, \qquad f_2' = b_x^2,$$

a pour expression

$$J = (f_2, f_2')^1 = \begin{vmatrix} x_2^2 & -x_1x_2 & x_2^2 \\ a_0 & a_1 & a_2 \\ b_0 & b_1 & b_2 \end{vmatrix}.$$

Désignons par c la polaire et par C le pôle de cette forme. Cette polaire a pour équation :

$$\begin{vmatrix} z_3 & -z_2 & z_1 \\ a_0 & a_1 & a_2 \\ b_0 & b_1 & b_2 \end{vmatrix} = 0.$$

On voit immédiatement qu'elle passe par les pôles

$$A(a_2, -a_1, a_0) \quad \text{et} \quad B(b_2, -b_1, b_0)$$

des formes a_x^2, b_x^2.

Donc, *la polaire du jacobien de deux formes quadratiques binaires est la droite qui joint les pôles de ces formes.* Corrélativement, *le pôle du jacobien est l'intersection des polaires de ces formes.*

5. Cette interprétation géométrique va nous donner quelques propriétés analytiques du jacobien.

1° Supposons d'abord que b_x^2 soit un carré parfait $(\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2)^2$. Alors, la polaire de cette forme est tangente en un point B de C_2; la polaire du jacobien est la droite AB, dont l'un des points d'intersection, avec C_2, est le point B. On en conclut que le jacobien d'une forme quelconque a_x^2 et d'un carré $(\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2)^2$ est divisible par $\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$.

2° On verrait aussi que, si deux formes a_x^2, b_x^2 sont des carrés $(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)^2$, $(\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2)^2$, leur jacobien a pour racines les points de contact des polaires de a_x^2 et b_x^2. Ce jacobien est

$$J = (\alpha\beta)\alpha_x\beta_x,$$

dont le premier facteur, $\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1$, est le jacobien des formes linéaires α_x, β_x.

3° Si les formes a_x^2, b_x^2 ont un facteur commun $\gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2$, leurs polaires rencontrent C_2 au même point, C, défini par l'équation $\gamma_x = 0$, et en deux autres points A_1, B_1. Les pôles des droites CA_1, CB_1 étant situés sur la tangente au point C, cette tangente est la polaire du jacobien.

On en conclut que J renferme le facteur $(\gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2)^2$ et que

l'invariant du jacobien est nul. Réciproquement, cet invariant ne peut être nul que si a_x^2, b_x^2 ont une racine commune.

Lorsque a_x^2, b_x^2 ont une même racine, le résultant de ces formes est nul; c'est d'ailleurs l'invariant de J.

4° Considérons les deux formes quelconques a_x^2, b_x^2. Lorsque l'un, au moins, de leurs pôles A, B est à l'intérieur de $\mathcal{C}_2$, la droite AB coupe $\mathcal{C}_2$ en deux points réels. Donc, lorsque l'une, au moins, des formes a_x^2, b_x^2 a un invariant négatif, c'est-à-dire lorsque l'une d'elles ou toutes les deux ont leurs racines imaginaires, le jacobien a deux racines réelles. L'une des conditions

$$a_0a_2 - a_1^2 < 0, \qquad b_0b_2 - b_1^2 < 0$$

entraîne donc l'inégalité

$$(a_0b_2 - a_2b_0)^2 - 4(a_0b_1 - a_1b_0)(a_1b_2 - a_2b_1) > 0.$$

5° Le point C est déterminé par l'intersection des polaires de a_x^2, b_x^2.

Si, la première de ces polaires étant fixe, l'autre se meut autour du point C, le pôle B de celle-ci décrit la droite c; de même, le pôle A décrira la droite c si la polaire a tourne autour de C, la polaire b étant fixe.

Nous en concluons qu'il existe une double infinité de formes quadratiques ayant le même jacobien.

6. Si nous nous en rapportons à ce que nous avons démontré (n° **4**), nous pourrons énoncer les théorèmes suivants :

Les racines du jacobien de deux formes quadratiques représentent le couple commun aux deux involutions déterminées par ces formes.

L'involution, ayant pour points conjugués les points-racines de deux formes quadratiques, a_x^2, b_x^2, *a pour points doubles les points-racines du jacobien de ces formes.*

En effet, la polaire du jacobien, passant par les pôles des formes a_x^2, b_x^2, rencontre $\mathcal{C}_2$ en deux points, conjugués dans chacune des involutions déterminées soit par a_x^2, soit par b_x^2. En outre, les polaires de a_x^2 et b_x^2, passant par le pôle du jacobien, rencontrent $\mathcal{C}_2$ en deux couples de points conjugués de l'involution déterminée par le jacobien.

7. Le jacobien d'une forme a_x^2 et d'une forme linéaire, $b_0x_1 + b_1x_2$, a pour expression

$$J \equiv (a_1b_1 - a_2b_0)a_x.$$

Appelons $\frac{y_1}{y_2}$ la racine de la forme linéaire, de sorte que $\frac{y_1}{y_2} = -\frac{b_1}{b_0}$; par suite, on peut écrire :

$$J = a_x(a_1y_1 + a_2y_2) = a_xa_y.$$

Donc, *le jacobien d'une forme quadratique et d'une forme linéaire représente le point correspondant de la racine de la forme linéaire dans l'involution* I_1^2, *déterminée par la forme quadratique.*

8. La seconde transvection de deux formes f_2, f_2' l'une sur l'autre est

$$(f_2, f_2')^2 = a_0b_2 - 2a_1b_1 + a_2b_0 \equiv (ab)^2.$$

Lorsque le pôle B, de f_2', est sur la polaire a, de f_2, on a

$$(f_2, f_2')^2 = 0;$$

le pôle A, de f_2, est alors, réciproquement, sur la polaire b, de f_2'.

Par conséquent, *la seconde transvection de deux formes quadratiques, égalée à zéro, exprime que les pôles de ces formes sont conjugués par rapport à la conique fondamentale.* Et, dualistiquement, *que les polaires de ces formes sont des droites conjuguées par rapport à la même conique.*

Toute sécante, menée par A, rencontre C_2 en deux points conjugués de l'involution déterminée par a_x^2; ces points sont conjugués harmoniques des éléments doubles de l'involution. Ainsi, *l'égalité* $(f_2, f_2')^2 = 0$ *exprime que les équations* $a_x^2 = 0$, $b_x^2 = 0$ *déterminent des couples harmoniques du second ordre.*

En appelant λ_1, λ_2, μ_1, μ_2 les racines de f_2 et f_2', la condition $(f_2, f_2')^2 = 0$ peut s'écrire :

$$2\lambda_1\lambda_2 - (\lambda_1 + \lambda_2)(\mu_1 + \mu_2) + 2\mu_1\mu_2 = 0.$$

9. Considérons les deux involutions I_1^2 définies par les équations

$$a_x a_y = 0, \qquad b_x b_y = 0.$$

Si l'on élimine le paramètre du point commun, il vient

$$(ab) a_x b_{x'} = 0.$$

Cette équation représente une relation homographique qui devient involutive quand on a la condition

$$(ab)^2 = 0.$$

Donc, *l'équation* $(f_2, f_2')^2 = 0$ *exprime que l'homographie, résultant des involutions définies par les équations* $f_2 = 0$, $f_2' = 0$, *est elle-même une involution.*

Cette involution résultante correspond au jacobien de f_2 et f_2'.

Soient A le pôle de a_x^2 et B celui de b_x^2. Comme on l'a vu, la condition $(ab)^2 = 0$ exprime que A est sur la polaire B_1B_2 de B et B sur la polaire A_1A_2 de A. Ces polaires se coupent en C, pôle du jacobien de a_x^2 et b_x^2.

Le triangle ABC est autopolaire par rapport à $\mathcal{C}_2$. La propriété qu'on vient de démontrer peut donc s'énoncer ainsi :

Les droites joignant un point quelconque M, *de* $\mathcal{C}_2$, *aux deux points* A *et* B *rencontrent* $\mathcal{C}_2$ *en deux nouveaux points* M′ *et* M″, *en ligne droite avec* C.

10. Pour que les trois involutions quadratiques, correspondant respectivement aux formes $f_2 \equiv a_x^2$, $f_2' \equiv b_x^2$, $f_2'' \equiv c_x^2$, aient un couple commun, il faut que leurs trois points centraux soient en ligne droite, ou que leurs trois axes soient concourants. La condition pour qu'il en soit ainsi est

$$(abc) = 0. \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

C'est la signification de l'invariant

$$[(f_2, f_2')^1, f_2'']^2 = 0$$

du système des trois formes quadratiques.

CHAPITRE II.

FORME CUBIQUE.

§ 1. — Système fondamental.

11. Le système fondamental de la forme cubique se compose :
1° de la forme elle-même :

$$f_3 \equiv a_x^3 \equiv b_x^3 \equiv c_x^3 \equiv d_x^3;$$

2° de son hessien :

$$H_3 \equiv (ab)^2 a_x b_x;$$

3° du covariant du troisième ordre :

$$Q \equiv (ab)^2 (bc) a_x c_x^2;$$

4° de l'invariant :

$$R \equiv (ab)^2 (cd)^2 (ac)(bd).$$

Sous forme explicite, nous prendrons :

$$f_3 = a_0 x_1^3 + 3a_1 x_1^2 x_2 + 3a_2 x_1 x_2^2 + a_3 x_2^3;$$

$$H_3 = 2[(a_0 a_2 - a_1^2) x_1^2 + (a_0 a_3 - a_1 a_2) x_1 x_2 + (a_1 a_3 - a_2^2) x_2^2];$$

$$\begin{aligned} Q = {} & (a_0^2 a_3 - 3a_0 a_1 a_2 + 2a_1^3) x_1^3 + 3(a_0 a_1 a_3 - 2a_0 a_2^2 + a_1^2 a_2) x_1^2 x_2 \\ & - 3(a_0 a_2 a_3 - 2a_3 a_1^2 + a_2^2 a_1) x_1 x_2^2 \\ & - (a_3^2 a_0 - 3a_1 a_2 a_3 + 2a_2^3) x_2^3; \end{aligned}$$

$$R = 2[4(a_0 a_2 - a_1^2)(a_1 a_3 - a_2^2) - (a_0 a_3 - a_1 a_2)^2].$$

Les racines λ_1, λ_2, λ_3 de l'équation $f_3 = 0$ satisfont aux relations :

$$\Sigma\lambda_1 = -\frac{3a_1}{a_0}, \quad \Sigma\lambda_1\lambda_2 = \frac{3a_2}{a_0}, \quad \lambda_1\lambda_2\lambda_3 = -\frac{a_3}{a_0}. \quad . \quad . \quad (5)$$

Nous regarderons ces racines comme étant les paramètres de trois points ou ceux de trois tangentes à la conique fondamen-

tale. Ces trois points déterminent un triangle inscrit $\lambda_1\lambda_2\lambda_3$; ces tangentes, un triangle circonscrit $A_1A_2A_3$ (fig. 1).

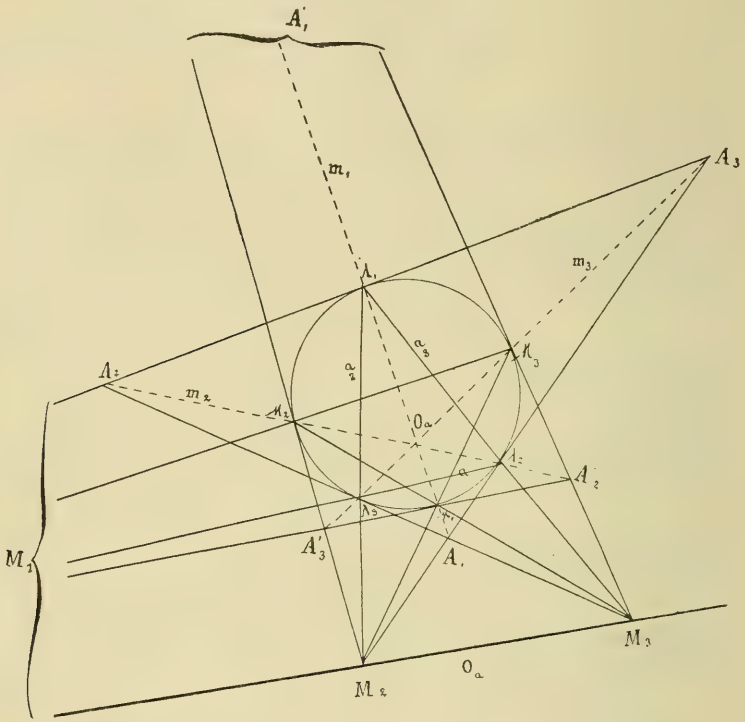


fig 1

12. Désignons par m_1, m_2, m_3 les droites de jonction des sommets A_1, A_2, A_3 aux points de contact λ_1, λ_2, λ_3 des côtés opposés.

Au moyen des relations (5), les équations de m_1, m_2, m_3 se mettent sous la forme

$$z_1(a_1 + a_0\lambda_i) + 2z_2(a_2 + a_1\lambda_i) + z_3(a_3 + a_2\lambda_i) = 0; \qquad (i = 1, 2, 3)$$

ou bien :

$$(a_1z_1 + 2a_2z_2 + a_3z_3) + \lambda_i(a_0z_1 + 2a_1z_2 + a_2z_2) = 0.$$

On voit que les droites m_1, m_2, m_3 se rencontrent à l'intersection des droites

$$a_0z_1 + 2a_1z_2 + a_2z_3 = 0,$$
$$a_1z_1 + 2a_2z_2 + a_3z_3 = 0,$$

intersection, O_a, qui a pour coordonnées :

$$z_1 : z_2 : z_3 = 2(a_1a_3 - a_2^2) : (a_1a_2 - a_0a_3) : 2(a_0a_2 - a_1^2).$$

On pourrait voir aussi que les pôles M_1, M_2, M_3 des droites m_1, m_2, m_3 sont sur la droite o_a, qui a pour équation :

$$(a_0a_2 - a_1^2)z_1 + (a_0a_3 - a_1a_2)z_2 + (a_1a_3 - a_2^2)z_3 = 0.$$

En comparant ces résultats avec l'expression du hessien H_3 de f_3, on peut énoncer les théorèmes suivants (n° **1**) :

Le pôle O_a *du hessien* H_3 *de la forme* f_3 *est le centre d'homologie des triangles* $\lambda_1\lambda_2\lambda_3$ *et* $A_1A_2A_3$ *correspondant à la forme* f_3 ; *la polaire* o_a *du hessien est l'axe d'homologie de ces mêmes triangles.*

Les racines de l'équation $H_3 = 0$ *sont les paramètres des tangentes menées du point* O_a *à la conique fondamentale, ou ceux des intersections de* o_a *avec cette courbe.*

Dans la suite, nous appellerons O_a et o_a respectivement *point hessien* et *droite hessienne* de la forme f_3 ou des triangles correspondants.

13. La sécante à C_2, aux points de paramètres μ_1 et μ_1', a pour équation :

$$z_1 - z_2(\mu_1 + \mu_1') + z_3\mu_1\mu_1' = 0.$$

Si cette sécante coïncide avec la droite m_1, μ_1 et μ_1' sont les racines de l'équation :

$$(a_1 + a_0\lambda_1)\mu_1^2 + 2(a_2 + a_1\lambda_1)\mu_1 + (a_3 + a_2\lambda_1) = 0.$$

Cette équation est vérifiée par $\mu_1 = \lambda_1$, paramètre qui a servi à déterminer la droite m_1.

On a donc

$$(a_1 + a_0\lambda_1)\lambda_1^2 + 2(a_2 + a_1\lambda_1)\lambda_1 + (a_3 + a_2\lambda_1) = 0;$$

les deux dernières équations donnent, par soustraction :

$$2(a_2 + a_1\lambda_1) + (\lambda_1 + \mu_1)(a_1 + a_0\lambda_1) = 0.$$

Le paramètre μ_1 de la seconde intersection de la droite m_1 avec $\mathcal{C}_2$, ou celui du point de contact de la seconde tangente menée de M_1 à cette conique, est donc :

$$\mu_1 = \frac{a_2 - a_0\lambda_2\lambda_3}{a_1 + a_0\lambda_1}.$$

On obtient, de même, pour les paramètres correspondant aux sécantes m_2 et m_3, ou aux secondes tangentes issues de M_2 et M_3 :

$$\mu_2 = \frac{a_2 - a_0\lambda_3\lambda_1}{a_1 + a_0\lambda_2} \qquad \mu_3 = \frac{a_2 - a_0\lambda_1\lambda_2}{a_1 + a_0\lambda_3}.$$

Si, maintenant, nous formons l'équation du troisième ordre qui a pour racines μ_1, μ_2 et μ_3, nous trouvons $Q = 0$.

Donc, *les racines du covariant* Q, *d'une forme cubique* f_3, *sont les intersections de la conique fondamentale avec les droites joignant les sommets du triangle* $A_1A_2A_3$, *correspondant à* f_3, *aux points de contact des côtés opposés.* Corrélativement, *ces racines sont les points de contact des tangentes menées à* $\mathcal{C}_2$ *par les intersections des côtés du triangle* $\lambda_1\lambda_2\lambda_3$ *avec les tangentes aux sommets opposés.*

Les triangles $\mu_1\mu_2\mu_3$ et $A'_1A'_2A'_3$ (fig. 1) sont homologiques entre eux et aussi avec les triangles $\lambda_1\lambda_2\lambda_3$, $A_1A_2A_3$. De sorte que : *à* f_3 *et au covariant* Q *correspondent deux triangles inscrits et deux triangles circonscrits, homologiques entre eux; ils ont pour centre et axe d'homologie respectivement le pôle et la polaire du hessien de* f_3.

14. L'invariant R est le discriminant de l'équation $f_3 = 0$; donc, dans nos hypothèses, $R = 0$ est la condition pour que deux des côtés du triangle $A_1A_2A_3$ se confondent. Il est aussi le

discriminant de l'équation $H_3 = 0$. Donc, selon que l'on a $R < 0$, $R = 0$ ou $R > 0$, le point hessien de f_3 est à l'intérieur de la conique-support C_2, ou sur cette courbe ou en dehors; corrélativement, la droite hessienne ne rencontre pas C_2, est tangente ou sécante à cette courbe.

Le hessien H_3 est le jacobien des formes

$$a_0x_1^2 + 2a_1x_1x_2 + a_2x_2^2,$$
$$a_1x_1^2 + 2a_2x_1x_2 + a_3x_2^2,$$

dérivées premières de f_3. L'équation $H_3 = 0$ représente donc le couple commun aux deux involutions quadratiques dont les éléments doubles sont les racines des équations $\frac{df_3}{dx_1} = 0$, $\frac{df_3}{dx_2} = 0$ (n° 6). De là une nouvelle interprétation de $R > 0$, $R = 0$ et $R < 0$.

Si l'on admet que les racines des dérivées premières de f_3 représentent deux couples de points de C_2, il sera facile de trouver le pôle et la polaire de H_3.

15. Notre représentation du système fondamental de f_3 permet d'énoncer les propriétés suivantes :

1° *Si une forme cubique a ses racines réelles, le hessien de cette forme a ses racines imaginaires;*

2° *La forme cubique* f_3 *et son covariant* Q *ont le même hessien;*

3° Appelons racines de même nature deux racines réelles, ou deux racines imaginaires, ou deux racines égales : *les racines des équations* $f_3 = 0$ *et* $Q = 0$ *sont de même nature.*

4° Appelons encore racines correspondantes de f_3 et de Q les racines telles que

$$\lambda_1 \text{ et } \mu_1 = \frac{a_2 - a_0\lambda_2\lambda_3}{a_1 + a_0\lambda_1};$$

on peut regarder ces racines comme formant trois couples d'une I_1^2, dont le point central est O_a et l'axe o_a :

Les racines du hessien de f_3 *sont les éléments doubles de l'involution* I_1^2 *définie par les couples de racines correspondantes de* f_3 *et de* Q.

Deux racines correspondantes de f_3 *et de* Q *sont conjuguées harmoniques du second ordre par rapport aux racines du hessien commun de ces formes.*

La sécante m_1 passant par les points λ_1 et μ_1 et par le sommet A_1, on a : *une racine de* Q — *ou de* f_3 — *forme une division harmonique du second ordre avec les racines de* f_3 — *ou de* Q.

16. L'involution du troisième ordre et du second rang, I_2^3, peut être représentée par l'équation (*) :

$$a_x a_y a_z = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Elle est déterminée par trois ternes d'éléments correspondants.

Les éléments triples de cette I_2^3 s'obtiennent en faisant $x = y = z$ dans l'équation précédente; ces éléments triples sont les racines de

$$f_3 \equiv a_x^3 = 0;$$

de sorte que les points de paramètres λ_1, λ_2, λ_3 déterminent l'involution I_2^3 sur la conique fondamentale C_2.

A tout point de paramètre fixe x, correspondent des couples de points y, z d'une involution I_1^2. Si l'on écrit l'équation (6) sous la forme

$$(a_1 x_1 + a_2 x_2) a_y a_z = 0,$$

l'élément de paramètre $\frac{x_1}{x_2}$ sera indéterminé lorsque l'on aura :

$$a_1 a_y a_z = 0, \qquad a_2 a_y a_z = 0.$$

Ces équations définissent donc les éléments neutres de I_2^3. Si l'on élimine y_1, y_2, il vient

$$\begin{vmatrix} a_1^2 a_z & a_1 a_2 a_z \\ b_2 b_1 b_z & b_1^2 b_z \end{vmatrix} \equiv (ab)^2 a_z b_z = 0,$$

hessien, égalé à zéro, de a_z^3. Donc :

Les éléments neutres de l'involution I_2^3, *dont les points triples*

(*) Les théories rappelées dans ce numéro et le suivant, ainsi que les constructions relatives aux involutions cubiques sont dues à M. C. Le Paige (*Essais de Géométrie supérieure du troisième ordre*, Mém. de la Société royale des sciences de Liége, 2e série, t. X, 1882).

correspondent aux racines d'une forme f_3, *sont les racines du hessien de cette forme.*

Ces racines ont été construites.

Du n° **15**, 1°, on conclut : *si les éléments triples de* I_2^3 *sont réels, les éléments neutres de cette involution sont imaginaires.*

17. Nous placerons ici quelques remarques sur la troisième transvection de deux formes cubiques, parce qu'elles se rapportent à la théorie de l'involution I_2^3.

Si nous prenons

$$f_3 \equiv a_x^3, \qquad f'_3 \equiv b_x^3,$$

nous aurons

$$(f_3, f'_3)^3 = 4(a_0b_3 - 3a_1b_2 + 3a_2b_1 - a_3b_0).$$

Supposons que $\frac{x_1}{x_2}, \frac{y_1}{y_2}, \frac{z_1}{z_2}$ sont les racines de $f'_3 = 0$, et, dans (6), remplaçons ces quantités par leurs valeurs en fonction des coefficients de f'_3. Nous obtenons $(f_3, f'_3)^3 \equiv (ab)^3 = 0$.

Donc, *la condition* $(f_3, f'_3)^3 = 0$ *exprime que les racines de l'équation* $b_x^3 = 0$ *forment un terne de l'involution* I_2^3 *déterminée par l'équation* $a_x^3 = 0$.

Cette condition étant symétrique par rapport aux coefficients de f_3 et f'_3, on voit que, si $f'_3 = 0$ caractérise un terne de l'involution correspondant à $f_3 = 0$, réciproquement, $f_3 = 0$ caractérise un terne de l'involution relative à $f'_3 = 0$.

Les paramètres $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ de six points forment une division harmonique du troisième ordre lorsque l'on a entre eux la relation

$$\frac{(\lambda_1 - \mu_2)(\lambda_2 - \mu_3)(\lambda_3 - \mu_1)}{(\lambda_1 - \mu_1)(\lambda_2 - \mu_2)(\lambda_3 - \mu_3)} + \frac{(\lambda_1 - \mu_3)(\lambda_2 - \mu_1)(\lambda_3 - \mu_2)}{(\lambda_1 - \mu_1)(\lambda_2 - \mu_2)(\lambda_3 - \mu_3)} = -1,$$

qui peut s'écrire :

$$3\lambda_1\lambda_2\lambda_3 - (\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_1)(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)(\mu_1\mu_2 + \mu_2\mu_3 + \mu_3\mu_1) - 3\mu_1\mu_2\mu_3 = 0.$$

Si $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ sont les racines de $f_3 = 0$ et $f'_3 = 0$, on a

$$a_3b_0 - 3a_2b_1 + 3a_1b_2 - a_0b_3 = 0.$$

Donc, *la troisième transvection de deux formes cubiques binaires l'une sur l'autre, égalée à zéro, exprime que les points représentatifs des racines de l'une d'elles sont conjugués harmoniques du troisième ordre des points représentatifs des racines de l'autre forme.*

La forme f_3' peut définir un terne quelconque de l'involution (6); l'égalité précédente exprime donc encore que *les points triples d'une* I_2^3 *et un terne de points de cette involution forment deux groupes d'éléments conjugués du troisième ordre.*

Si nous formons la troisième transvection de f_3 sur Q, nous trouvons l'invariant R. Par suite :

La condition $R = 0$ *exprime que les racines de* f_3 *et celles de* Q *sont conjuguées harmoniques du troisième ordre.*

18. Nous pouvons considérer les deux I_2^3 caractérisées par les équations $f_3 = 0$ et $Q = 0$. Ces deux involutions ne sont pas indépendantes. Des remarques précédentes, il résulte que :

1° *Les deux involutions ont les mêmes éléments neutres;*

2° *Les éléments triples de ces involutions sont simultanément réels, ou imaginaires, ou coïncidents.*

3° *Le terne, défini par les racines de* $Q = 0$, *ne fait pas, en général, partie de l'involution caractérisée par* $f_3 = 0$, *et réciproquement — à moins que l'on ait* $R = 0$.

Nous trouverons, dans la suite, une relation entre les ternes des involutions caractérisées par $f_3 = 0$ et $Q = 0$ (n° **29**).

§ 2. — Système de deux formes cubiques.

19. Le jacobien de deux formes cubiques $(f_3, f_3')^1$ se présente naturellement dans l'étude de l'involution cubique du premier rang, I_1^3. Celle-ci est définie, comme on sait, par les ternes communs aux deux involutions I_2^3 :

$$a_x a_y a_z = 0, \qquad b_x b_y b_z = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Elle est déterminée par la connaissance de deux ternes d'éléments correspondants.

Pour avoir l'équation aux éléments doubles, il suffit évidemment de poser $\frac{x_1}{x_2} = \frac{z_1}{z_2}$ dans les équations (7), ce qui donne :

$$a_x^2 a_y = 0, \qquad b_x^2 b_y = 0; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

puis d'éliminer $\frac{y_1}{y_2}$ entre ces résultats. On a ainsi

$$\begin{vmatrix} a_1 a_x^2 & a_2 a_x^2 \\ b_1 b_x^2 & b_2 b_x^2 \end{vmatrix} \equiv (ab) a_x^2 b_x^2 = 0,$$

ou, sous forme explicite :

$$\left.\begin{aligned} &(a_0 b_1 - a_1 b_0) x_1^4 + 2(a_0 b_2 - a_2 b_0) x_1^3 x_2 \\ &\quad + (a_0 b_3 + 3 a_1 b_2 - 3 a_2 b_1 - a_3 b_0) x_1^2 x_2^2 \\ &\quad + 2(a_1 b_3 - a_3 b_1) x_1 x_2^3 + (a_2 b_3 - a_3 b_2) x_2^4 = 0. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Le premier membre de cette équation est précisément le jacobien des deux formes a_x^3, b_x^3, dont les racines déterminent les involutions (7). Donc :

L'involution I_1^3 *a quatre éléments doubles, qui sont les racines du jacobien des deux formes cubiques caractérisant les involutions* I_2^3 *dont se compose* I_1^3.

A chacun des points doubles, il correspond un point de ramification de l'involution I_1^3. Pour obtenir l'équation qui définit ces derniers, il faudra éliminer $\frac{x_1}{x_2}$ entre les équations (8). L'équation aux points de ramification est ainsi, sous forme explicite :

$$\begin{vmatrix} a_0 y_1 + a_1 y_2 & a_1 y_1 + a_2 y_2 & a_2 y_1 + a_3 y_2 & 0 \\ 0 & a_0 y_1 + a_1 y_2 & a_1 y_1 + a_2 y_2 & a_2 y_1 + a_3 y_2 \\ b_0 y_1 + b_1 y_2 & b_1 y_1 + b_2 y_2 & b_2 y_1 + b_3 y_2 & 0 \\ 0 & b_0 y_1 + b_1 y_2 & b_1 y_1 + b_2 y_2 & b_2 y_1 + b_3 y_2 \end{vmatrix} = 0. \quad (10)$$

Pour construire les racines des équations (9) et (10) et montrer de nouveaux rapports entre elles, nous devons résoudre quelques problèmes relatifs aux involutions cubiques.

M. C. Le Paige a défini l'involution I_1^3 par l'équation unique

$$a_x^3 + mb_x^3 = 0,$$

et a établi les théorèmes :

Toutes les coniques passant par quatre points fixes, dont l'un est situé sur une conique fixe, C_2, coupent cette dernière en des groupes de trois points représentant les termes d'une I_1^3. Corrélativement : *toutes les coniques ayant quatre tangentes fixes, dont l'une en commun avec une conique fixe C_2, ont avec celle-ci trois autres tangentes communes, dont les points de contact marquent, sur C_2, les ternes d'une involution I_1^3.*

Ces théorèmes ont permis à M. Le Paige de construire les involutions cubiques sur C_2. Nous donnerons, ci-après, ses constructions.

20. Premier problème. — *Étant donnés deux ternes quelconques $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$, (μ_1, μ_2, μ_3) représentés sur C_2 par deux ternes de points, ils déterminent une I_1^3 : chercher le couple (ν_2, ν_3) complétant le terne de cette involution I_1^3, dont fait partie le point de paramètre ν_1 donné.*

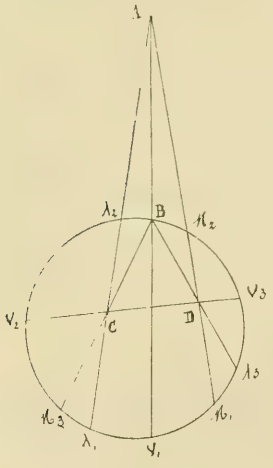


fig. 2

Prenons (fig. 2) l'intersection A de $\lambda_1\lambda_2$ et $\mu_1\mu_2$, et menons la droite $A\nu_1$ qui coupe la conique support C_2 en un point B. Les droites $B\mu_3$, $B\lambda_3$ coupent $\lambda_1\lambda_2$ et $\mu_1\mu_2$ aux points C et D ; l'intersection de CD avec la conique C_2 donne le couple (ν_2, ν_3) cherché.

En effet, les trois coniques décomposables, formées par les couples de droites

$\lambda_1\lambda_2$	et	$B\lambda_3$,
$\mu_1\mu_2$	et	$B\mu_3$,
$\nu_2\nu_3$	et	$B\nu_1$,

passent toutes trois par les quatre points A, B, C, D, dont l'un, B, est situé sur C_2.

On peut remarquer que la droite CD, quand ν_1 varie, enveloppe une seconde conique. En effet, les points C et D sont reliés par une correspondance projective.

Lorsque ν_1 se confond avec λ_1, $\lambda_3 B$ devient $\lambda_2\lambda_3$ avec laquelle coïncide alors CD. En considérant le point A comme intersection de $\lambda_2\lambda_3$ et $\mu_2\mu_3$ ou de $\lambda_1\lambda_3$ et $\mu_1\mu_3$, on voit que les droites $\lambda_3\lambda_1$ et $\lambda_1\lambda_2$ sont des positions de CD. Il résulte de là que les trilatères $\lambda_1\lambda_2\lambda_3$, $\mu_1\mu_2\mu_3$, inscrits à $\mathcal{C}_2$, sont circonscrits à cette seconde conique. Celle-ci est appelée *conique d'involution;* nous la désignerons par *k*.

Si l'on avait connu ν_2 du terne (ν_1, ν_2, ν_3) au lieu de ν_1, on en aurait conclu que *k* est tangente à $\nu_1\nu_2$; et, de même, à $\nu_1\nu_2$. Donc, *le triangle formé en joignant les points d'un terne, qui est inscrit à* $\mathcal{C}_2$, *est circonscrit à* k.

Cette remarque permet de donner une seconde solution du problème proposé. On construira *k* au moyen des trilatères $\lambda_1\lambda_2\lambda_3$, $\mu_1\mu_2\mu_3$, qui en donnent six tangentes. Par ν_1, on mènera à *k* deux tangentes, qui rencontreront la conique $\mathcal{C}_2$ aux points $\nu_2\nu_3$ cherchés.

Lorsque ces deux tangentes se confondent, leur point de contact avec *k* est sur $\mathcal{C}_2$; la seconde intersection de cette tangente unique avec $\mathcal{C}_2$ est donc formée de deux points coïncidents :

Les points de ramification de l'involution I_1^3 *sont les intersections des coniques* $\mathcal{C}_2$ *et* k; *les tangentes à* k, *en ces points, rencontrent* $\mathcal{C}_2$ *aux points doubles de* I_1^3 (fig. 3).

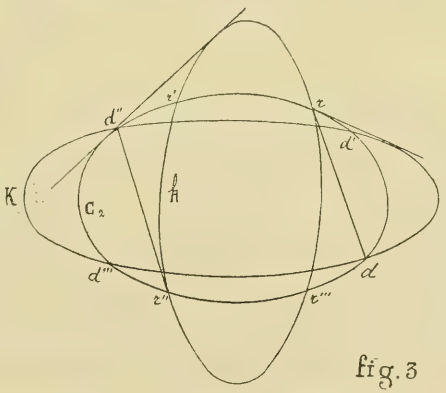


fig. 3

Les constructions corrélatives des précédentes conduisent à une seconde conique d'involution $\mathcal{K}$. Celle-ci est circonscrite à tout triangle dont les côtés sont tangents à $\mathcal{C}_2$, aux points dont

les paramètres forment un terne de l'involution I_1^3. *Les points doubles de l'involution* I_1^3 *sont les intersections des coniques* C_2 *et* $\mathfrak{D}'$; *les tangentes communes à* C_2 *et à* $\mathfrak{D}'$ *marquent, sur* C_2, *les points de ramification de* I_1^3 (fig. 3).

Nous reviendrons (n° **34**) sur la construction des racines des équations (9) et (10).

21. Second problème. — *Étant donnés, sur* C_2, *trois points dont les paramètres* $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ *sont racines d'une forme cubique* f_3,

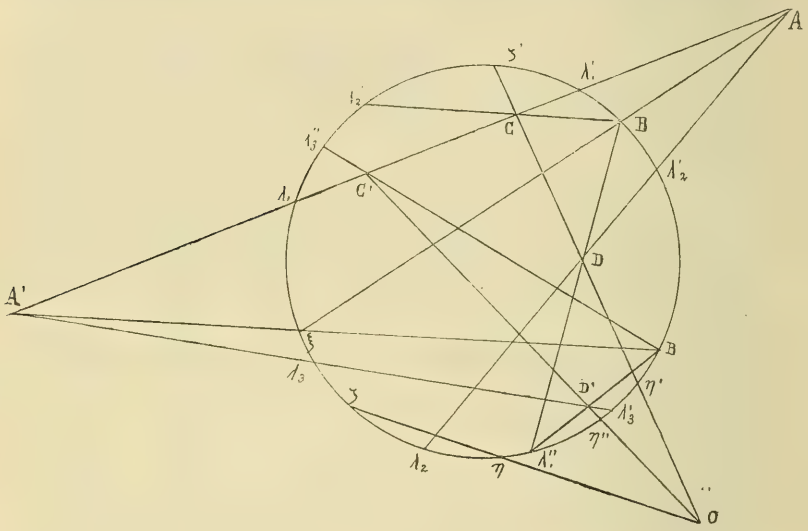


fig. 4

ce sont les points triples d'une involution I_2^3, *et ils la déterminent. Chercher le point* ζ *qui complète le terne dont font partie les points* ξ *et* η *donnés.*

Nous ferons dépendre la solution de ce problème de celle du suivant :

Construire le point ζ, *qui complète le terne dont font partie les points* ξ *et* η *donnés, dans une* I_2^3 *dont on connaît trois ternes de points* $(\lambda_1, \lambda_1', \lambda_1'')$, $(\lambda_2, \lambda_2', \lambda_2'')$, $(\lambda_3, \lambda_3', \lambda_3'')$.

Cette I_2^3 comprend tous les ternes de deux I_1^3 déterminées, par exemple, par deux couples de ternes $(\lambda_1, \lambda_1', \lambda_1'')$, $(\lambda_2, \lambda_2', \lambda_2'')$ et $(\lambda_1, \lambda_1', \lambda_1'')$, $(\lambda_3, \lambda_3', \lambda_3'')$. A l'élément ξ, dans l'involution I_2^3, il correspond les couples d'une I_1^2; en déterminant cette I_1^2, et en y construisant le point ζ qui correspond au point η de cette I_1^2, nous aurons le point ζ cherché.

Or, dans l'involution I_1^3, déterminée par les ternes $(\lambda_1, \lambda_1', \lambda_1'')$ et $(\lambda_2, \lambda_2', \lambda_2'')$, au point ξ correspondent deux points ζ' et η' qui font partie de l'involution I_1^2 cherchée. Dans l'involution I_1^3, déterminée par $(\lambda_1, \lambda_1', \lambda_1'')$, $(\lambda_3, \lambda_3', \lambda_3'')$, au point ξ correspond le couple (ζ'', η'') de l'involution I_1^3. De sorte que cette dernière est déterminée par les deux couples (ζ', η') et (ζ'', η'').

Si nous construisons le point central de cette I_1^2, nous aurons, pour le point ξ, la seconde intersection de $O\eta$ avec C_2 (fig. 4).

Joignons λ_1 à λ_1' et λ_2 à λ_2'; nous obtenons deux droites qui concourent en A. La droite $A\xi$ coupe C_2 au point B; $B\lambda_1''$ et $B\lambda_2''$ rencontrent $\lambda_1\lambda_1'$ et $\lambda_2\lambda_2'$ en C et D. La droite CD coupe C_2 en deux points ζ', η', qui sont les correspondants de ξ, dans l'involution I_1^3 déterminée par les ternes $(\lambda_1, \lambda_1', \lambda_1'')$, $(\lambda_2, \lambda_2', \lambda_2'')$. Le point central cherché sera sur CD. Pour la même raison, il sera sur C'D', déterminé comme CD, mais avec les ternes $(\lambda_1, \lambda_1', \lambda_1'')$, $(\lambda_3, \lambda_3', \lambda_3'')$. Le point O, intersection de CD et C'D', étant joint à η, donne le point ζ cherché.

Il est aisé maintenant de résoudre le second problème (fig. 5). Faisons $\lambda_1 \equiv \lambda_1' \equiv \lambda_1''$, $\lambda_2 \equiv \lambda_2' \equiv \lambda_2''$, $\lambda_3 \equiv \lambda_3' \equiv \lambda_3''$ et appelons A_1, A_2, A_3 les sommets du triangle des tangentes, opposés à λ_1, λ_2, λ_3. Joignons le point A_3 au point ξ; nous obtenons, sur C_2, un point A_3'; les droites $\lambda_1 A_3'$ et $\lambda_2 A_3'$ donnent, sur les tangentes λ_2 et λ_1, les points C_3 et D_3. La droite C_3D_3 passe par le point central O de I_1^2.

On construira C_2D_2 au moyen des points de contact λ_1 et λ_3 et du point A_2. Le point O, intersection de C_2D_2 et C_3D_3, sera joint au point η, ce qui donnera le point ζ cherché.

Les constructions corrélatives aux précédentes s'effectuent aisément.

22. La deuxième transvection de deux formes cubiques $f_3 = a_x^3$ et $f'_3 = b_x^3$ a pour expression :

$$(f_3, f'_3)^2 = 4[(a_0b_2 - 2a_1b_1 + a_2b_0)x_1^2 + (a_0b_3 - a_1b_2 - a_2b_1 + a_3b_0)x_1x_2 + (a_1b_3 - 2a_2b_2 + a_3b_1)x_2^2].$$

L'équation $(f_3, f'_3)^2 = 0$ définit le pôle A et la polaire a de cette forme.

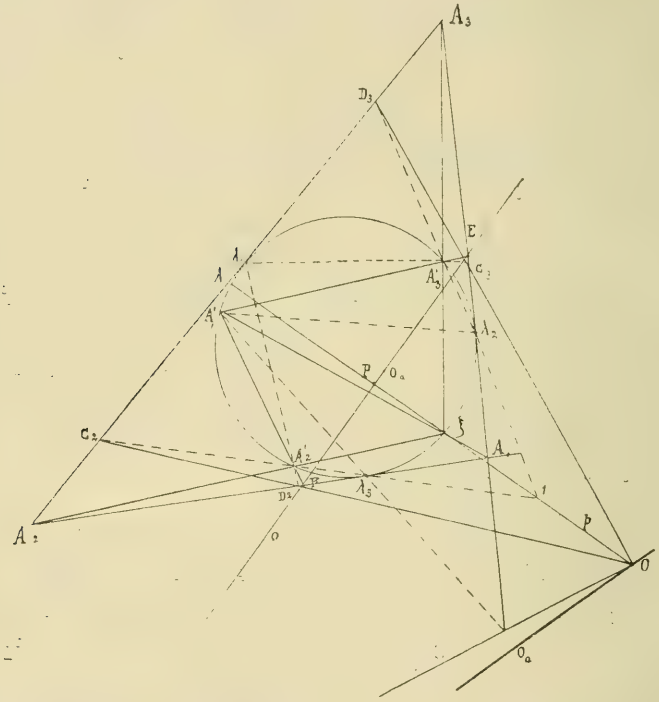


Fig. 5

Supposons que $b_x^3 = 0$ caractérise un terne de l'involution I_2^3, dont les points triples sont racines du covariant Q de f_3. La condition, pour qu'il en soit ainsi, peut s'écrire :

$$[(f_3, f'_3)^2, H_3]^2 = 0.$$

Elle exprime que le point A est sur la hessienne de f_3. Donc :

Lorsque l'équation $f'_3 = 0$ *caractérise un terne de* I_2^3, *déterminée par le covariant* Q *de* f_3, *le pôle de la forme* $(f_3, f'_3)^2$ *est sur la hessienne de* f_3. Corrélativement, *la polaire de* $(f_3, f'_3)^2$ *passe par le point hessien de* f_3.

Dans les mêmes conditions, la dernière équation montre que les racines de l'équation $(f_3, f'_3)^2 = 0$ sont conjuguées harmoniques du second ordre des éléments neutres des involutions I_2^3 caractérisées par les formes f_3 et Q.

23. Les constructions précédentes permettent de trouver les points correspondant aux racines d'autres covariants simultanés des deux cubiques a_x^3, b_x^3.

Admettons que les racines du hessien H'_3 de f'_3 soient réelles et représentent deux points d'un terne de I_2^3, déterminée par $f_3 = 0$; il nous sera facile de construire la racine du covariant linéaire

$$\left.\begin{aligned}(f_3, H'_3)^2 = [a_0(b_1b_3 - b_2^2) + a_1(b_1b_2 - b_0b_3) + a_2(b_0b_2 - b_1^2)]x_1 \\ + [a_1(b_1b_3 - b_2^2) + a_2(b_1b_2 - b_0b_3) + a_3(b_0b_2 - b_1^2)]x_2 = 0,\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

qui représente le point complémentaire (voir n° **27**).

En permutant entre eux les rôles de H'_3 et H_3, de f'_3 et f_3, on construit la racine de :

$$(f'_3, H_3)^2 = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

On pourrait regarder les racines de H'_3, ou de H_3, comme étant les paramètres de deux points d'un terne des I_2^3 correspondant à Q et à Q'. On obtient ainsi la représentation géométrique de ces autres covariants linéaires :

$$(Q, H'_3)^2, \qquad (Q', H_3)^2.$$

24. Recherchons également le point complétant le terne de l'involution I_2^3, déterminée par $f_3 = 0$, dont font partie les racines de la seconde transvection de f_3 sur f'_3 : nous retrouvons précisément la racine de l'équation (12).

Ainsi, *le point (12)* de C_2 appartient à l'involution I_2^3 ou à l'involution $I_2'^3$ (correspondant à $f_3' = 0$), suivant que le groupe qu'il complète correspond à $(f_3, f_3')^2 = 0$, ou à $H_3 = 0$.

De même, le point (11) appartient à I_2^3 ou à $I_2'^3$, suivant que le groupe qu'il complète correspond à $H_3' = 0$ ou à $(f_3, f_3')^2 = 0$.

D'après cela, nous pouvons indiquer une construction du pôle et de la polaire de $(f_3, f_3')^2$.

Construisons, d'abord, le point (12), correspondant aux racines de H_3 dans l'involution $I_2'^3$; prenons le point central de I_1^2 qui correspond au point (12), ainsi trouvé, dans l'involution I_2^3. De même, construisons le point (11) au moyen de H_3' et de I_2^3 et prenons le point central de $I_1'^2$ qui correspond au point (11) dans $I_2'^3$. Les racines de $(f_3, f_3')^2 = 0$ complètent les ternes de I_2^3 et $I_2'^3$, dont font partie (11) et (12) : on voit que ces racines forment le couple commun aux deux involutions I_1^2, $I_1'^2$ trouvées. Donc, la polaire cherchée joint les points centraux obtenus.

Si les points (11) et (12) coïncident, les racines de $(f_3, f_3')^2 = 0$ complètent le terne de l'involution I_1^3, définie par I_2^3 et $I_2'^3$. Or, les points centraux dont il est question plus haut, sont sur les hessiennes de f_3 et f_3' (*); la polaire de $(f_3, f_3')^2$ est, dans ce cas, une droite passant par l'intersection des hessiennes qui sont elles-mêmes des polaires. Si les racines de (11) et (12) coïncident, on a, par conséquent, la relation

$$\begin{vmatrix} a_0a_2 - a_1^2 & a_0a_3 - a_1a_2 & a_1a_3 - a_2^2 \\ b_0b_2 - b_1^2 & b_0b_3 - b_1b_2 & b_1b_3 - b_2^2 \\ a_0b_2 - 2a_1b_1 + a_2b_0 & a_0b_3 - a_1b_2 - a_2b_1 + a_3b_0 & a_1b_3 - 2a_2b_2 + a_3b_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Cette relation exprime que les trois polaires sont concourantes.

25. Les formes H_3, H_3' et $(f_3, f_3')^2$ étant du second ordre, leurs jacobiens

$$(H_3, H_3')^1, \qquad [H_3, (f_3, f_3')^2]^1, \qquad [H_3', (f_3, f_3')^2]^1$$

(*) La démonstration du principe sur lequel nous nous basons est au n° **82.**

sont aussi du second ordre. D'après l'étude que nous avons faite de la forme quadratique (n° 4), nous pouvons énoncer le théorème :

Les racines des jacobiens des formes H_3, H'_3 *et* $(f_3, f'_3)^2$ *sont les intersections de* C_2 *et des côtés du triangle obtenu en joignant les pôles des trois formes.*

Un théorème analogue existerait pour les formes H_3, H'_3 et $(Q, Q')^2$ et leurs jacobiens :

$$(H_3, H'_3)^1, \qquad [H_3, (Q, Q')^2]^1, \qquad [H'_3, (Q, Q')^2]^1.$$

§ 3. Système d'une forme cubique et d'une forme quadratique.

26. Soient les deux formes :

$$f_3 = a_0x_1^3 + 3a_1x_1^2x_2 + 3a_2x_1x_2^2 + a_3x_2^3,$$
$$f_2 = b_0x_1^2 + 2b_1x_1x_2 + b_2x_2^2.$$

A la forme cubique correspond le triangle $A_1A_2A_3$ (fig. 6) ; à la forme quadratique correspond le pôle B et la polaire b, joignant les points de paramètres μ_1, μ_2.

Ces formes ont pour jacobien $(ab)a_x^2b_x$, ou bien :

$$(f_3, f_2)^1 = (a_1b_0 - a_0b_1)x_1^3$$
$$- (a_0b_2 - 2a_2b_0 + a_1b_1)x_1^2x_2$$
$$+ (a_2b_1 - 2a_1b_2 + a_3b_0)x_1x_2^2$$
$$+ (a_3b_1 - a_2b_2)x_2^3.$$

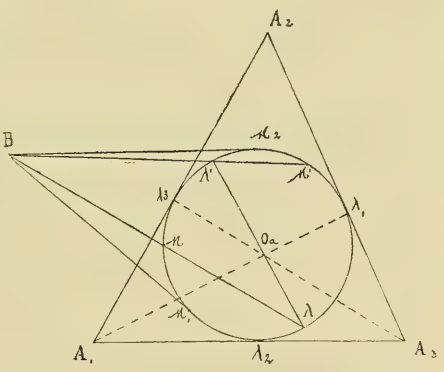


fig. 6

Si l'on recherche la condition pour que les racines de cette forme représentent un terne de l'involution I_2^3, caractérisée par $f_3 = 0$, on trouve :

$$(f_2, H_3)^2 = 0.$$

Donc (n° **8**), *les racines de* $(f_3, f_2)^1 = 0$ *représentent un terne de l'involution* I_2^3, *si les pôles (ou les polaires) des formes* f_2 *et* H_3 *sont conjugués par rapport à la conique support.*

27. Les racines de $f_2 = 0$ peuvent être regardées comme étant les paramètres de deux points d'un terne de I_2^3. En employant une des constructions indiquées au n° **21**, on obtient facilement le point λ (fig. 6), qui complète le terne. Ce paramètre est la racine de $(ab)^2 a_x$, ou

$$(f_3, f_2)^2 = (a_0 b_2 - 2a_1 b_1 + a_2 b_0)x_1 + (a_1 b_2 - 2a_2 b_1 + a_3 b_0)x_2 = 0. \quad (13)$$

Si les racines d'une forme quadratique quelconque, f_2, *sont les éléments de deux points d'un terne de l'involution* I_2^3 *relative à une forme cubique quelconque,* f_3, *l'élément qui complète le terne est la racine de la seconde transvection des formes* f_3 *et* f_2.

28. Considérons maintenant les racines de $f_2 = 0$ comme représentant deux points d'un terne de l'involution cubique I'^3_2, correspondant au jacobien $(f_3, f_2)^1$. D'après le théorème précédent, le paramètre μ du point qui complète le terne, est la racine de la seconde transvection de f_2 sur $(f_3, f_2)^1$; c'est-à-dire la racine de l'équation :

$$\left.\begin{aligned} &[b_1(a_0 b_2 - 2a_1 b_1 + a_2 b_0) - b_0(a_1 b_2 - 2a_2 b_1 + a_3 b_0)]x_1 \\ &+ [b_2(a_0 b_2 - 2a_1 b_1 + a_2 b_0) - b_1(a_1 b_2 - 2a_2 b_1 + a_3 b_0)]x_2 = 0. \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

En faisant usage de l'équation (13) et des notations λ et μ qui précèdent, l'équation (14) peut s'écrire :

$$b_0 \lambda\mu + b_1(\lambda + \mu) + b_2 = 0.$$

Elle indique que λ et μ forment un couple de l'involution I_1^2, correspondant à $f_2 = 0$. On obtiendra, par conséquent, la racine de (14) en joignant (fig. 6) le point λ au pôle B de f_2. De là le théorème qui établit une relation entre les ternes des involutions I_2^3 et I'^3_2 :

Si les racines d'une forme f_2 *sont les paramètres de deux points de ternes des involutions* I_2^3 *caractérisées par* $f_3 = 0$ *et*

$(f_3, f_2)^1 = 0$, *les paramètres des éléments qui complètent ces ternes sont conjugués harmoniques du second ordre par rapport aux racines de* f_2.

29. Représentons par

$$Q = a'_0x_1^3 + 3a'_1x_1^2x_2 + 3a'_2x_1x_2^2 + a'_3x_2^3,$$

le covariant Q de la forme f_3. Si nous considérons la racine de l'équation (13) comme étant un point d'un couple de l'involution I_1^2 correspondant à $H_3 = 0$, le point complétant le couple est la seconde intersection de la droite λO_a avec C_2. Le paramètre $\lambda' = \frac{x_1}{x_2}$, de ce dernier point, le paramètre λ et les coordonnées du point hessien de f_3 vérifient donc l'équation

$$z_1 - z_2(\lambda + \lambda') + z_3\lambda\lambda' = 0,$$

qui donne, par ces substitutions :

$$(a'_0b_2 - 2a'_1b_1 + a'_2b_0)x_1 + (a'_1b_2 - 2a'_2b_1 + a'_3b_0)x_2 = 0.$$

En comparant cette équation à (13), on voit que *le point* λ' *complète le terne de l'involution* I_2^3 *caractérisée par* $Q = 0$, *dont font partie les éléments, racines de* $f_2 = 0$.

En outre, *si les racines de* $f_2 = 0$ *sont les paramètres de deux points de ternes des involutions* I_2^3, *caractérisées par* $f_3 = 0$ *et* $Q = 0$, *les paramètres des éléments qui complètent ces ternes forment un couple de l'involution* I_1^2, *déterminée par les racines de* $H_3 = 0$.

Ce dernier théorème établit une relation entre les ternes des involutions relatives à f_3 et à Q (fig. 6).

Le conjugué harmonique du second ordre de λ' par rapport aux racines de $f_2 = 0$, est la racine $\mu' = \frac{x_1}{x_2}$ de

$$[f_2, (Q, f_2)^1]^2 = 0.$$

Il complète (n° **21**) le terne de l'involution cubique correspondant à $(Q, f_2)^1 = 0$, dont font partie les racines de $f_2 = 0$.

Les numéros **27**, **28** et **29** donnent la signification de tous les covariants linéaires du système de f_3 et f_2.

30. Le jacobien de f_2 et de H_3 est le covariant quadratique du système. Il a pour expression

$$\left.\begin{aligned}&[b_0(a_0a_3 - a_1a_2) - 2b_1(a_0a_2 - a_1^2)]x_1^2\\ &+ 2[b_0(a_1a_3 - a_2^2) - b_2(a_0a_2 - a_1^2)]r_1x_2\\ &+ [2b_1(a_1a_3 - a_2^2) - b_2(a_0a_3 - a_1a_2)]x_2^2 = 0.\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Les racines de cette forme (n° 4) sont les intersections de la droite BO_a et de C_2.

Les racines des dérivées partielles de f_3 sont les intersections, avec C_2, des droites

$$\left.\begin{aligned}a_0z_1 + 2a_1z_2 + a_2z_3 = 0,\\ a_1z_1 + 2a_2z_2 + a_3z_3 = 0.\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Ces droites déterminent le point O_a. Si la racine de (15) est le paramètre d'un point de I_1^2, déterminée par $\frac{\partial f_3}{\partial x_1} = 0$, le paramètre du point qui complète le couple est la racine de

$$\left.\begin{aligned}&[b_0(a_0a_3 - a_1a_2) + 2b_1(a_0a_2 - a_1^2)]x_1\\ &+ [b_0(a_1a_3 - a_2^2) - b_2(a_0a_2 - a_1^2)]x_2 = 0,\end{aligned}\right\} \quad (17)$$

dérivée partielle de (15), prise par rapport à x_1.

De même, si l'on considère le point λ et l'involution caractérisée par $\frac{\partial f_3}{\partial x_2} = 0$, le point correspondant à λ est la racine de la dérivée de (15), prise par rapport à x_2.

Ceci nous permet de faire la remarque suivante : si l'on pouvait déterminer la racine d'une dérivée partielle première de f_2, on pourrait construire la dérivée partielle première de f_3 en joignant, au point O_a, le point d'intersection des tangentes en λ et au point de C_2, dont le paramètre est racine de (17). Réciproquement, si l'une des droites (16) était construite, en menant, par son intersection avec la tangente λ, la seconde tangente à C_2, on obtiendrait la racine de l'une des dérivées partielles de (15).

31. La polaire de la forme quadratique b^2 rencontre la tangente A_2A_3 en λ_1, en un point duquel on mène la seconde tangente : soient $\frac{x_1}{x_2}$ le paramètre du point de contact de cette seconde tangente et $\frac{y_1}{y_2}$ celui de λ_1. Alors les points $\frac{x_1}{x_2}, \frac{y_1}{y_2}$ sont

conjugués harmoniques du second ordre par rapport aux deux points définis par $b_x^2 = 0$, et l'on a $b_x b_y = 0$. Or, on a aussi $a_y^3 = 0$.

De $b_x b_y = 0$, on tire

$$y_1 = b_2 b_x, \qquad y_2 = -b_1 b_x;$$

portons ces valeurs dans $a_y^3 = 0$, nous aurons

$$(ab)(ab')(ab'')b_x b'_x b''_x = 0,$$

b, b', b'' étant des symboles équivalents.

On obtient ainsi, pour l'équation aux points de contact des côtés du triangle homologique avec $A_1A_2A_3$, tel que l'axe d'homologie soit la polaire de f_2 :

$$(ab)^3 b_x^3 = 0.$$

Les racines λ'_1, λ'_2, λ'_3 de cette forme s'obtiennent encore en joignant les points λ_1, λ_2, λ_3 au pôle B de f_2 ; car les points de paramètres λ'_1, λ'_2, λ'_3 complètent les couples de l'involution I_1^2 relative à f_2, dont font partie les points de paramètres λ_1, λ_2, λ_3.

§ 4. Système d'une forme cubique et d'une forme linéaire.

32. Le jacobien $(f_3, f_1)^1$, de $f_3 \equiv a_x^3$ et $f_1 = c_x$, a pour expression :

$$\begin{vmatrix} a_1 a_x^2 & a_2 a_x^2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} \equiv (ac) a_x^2.$$

Nous appellerons le pôle et la polaire de cette forme quadratique respectivement *point jacobien* et *droite jacobienne* de f_3 et f_1.

Le point ξ de C_2, défini par $c_x = 0$, ayant pour paramètre $y_1 = c_1$, $y_2 = -c_1$, le jacobien peut s'écrire :

$$a_y a_x^2.$$

Cette expression montre que *les racines du jacobien* $(f_3, f_1)^1$ *sont les points doubles de l'involution* I_1^2 *qui correspond à un point donné de paramètre* $\xi = -\frac{y_1}{y_2}$, *dans l'involution* I_2^3 *ayant pour équation :*

$$a_x a_y a_z = 0.$$

D'un autre côté, lorsque le point ξ parcourt $\mathcal{C}_2$, le jacobien $(f_3, f_1)^1$, que l'on peut écrire

$$a_y a_x^2 = y_1 \frac{\partial f_3}{\partial x_1} + y_2 \frac{\partial f_3}{\partial x_2},$$

détermine un faisceau de formes, dont les polaires tournent autour du point O_a, défini par le système :

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1} = 0, \qquad \frac{\partial f_3}{\partial x_2} = 0.$$

Donc, *les droites jacobiennes d'une forme* f_3 *avec toutes les formes linéaires, passent par le point hessien de la forme cubique ; les points jacobiens correspondants sont situés sur la droite hessienne.*

On obtiendra les racines de $(f_3, f_1)^1$ en construisant les éléments doubles de I_1^2 qui, dans l'involution I_2^2, dont les points triples sont racines de $f_3 = 0$, correspondent au point donné ξ. Cette construction résulte du second problème traité précédemment. Le point O (fig. 5) est le pôle du jacobien. Les points de contact des tangentes menées de ce point à $\mathcal{C}_2$ ont pour paramètres les racines de $(f_3, f_1)^1$.

Lorsque $f_3 = 0$ a ses racines réelles, le point O_a est intérieur à $\mathcal{C}_2$ et la droite jacobienne rencontre celle-ci.

Donc, *si* f_3 *a ses racines réelles, l'équation* $(ac)a_x^2 = 0$ *a aussi ses racines réelles.*

Le point O_a est le point central d'une I_1^2 ayant pour éléments doubles les racines de $H_3 = 0$.

Par suite, *les racines de l'équation* $(ac)a_x^2 = 0$ *sont conjuguées harmoniques du second ordre des racines du hessien de* f_3.

33. Joignons (fig. 5) le point de paramètre $\xi = -\frac{c_1}{c_0}$ aux sommets du triangle circonscrit $A_1A_2A_3$, correspondant à $f_3 \equiv a_x^3$. On obtient facilement les paramètres des points A_1', A_2', A_3' conjugués harmoniques de ξ par rapport aux couples $\lambda_2\lambda_3$, $\lambda_3\lambda_1$, $\lambda_1\lambda_2$. Ainsi, ceux de A_1' et A_3' sont :

$$\frac{2c_0\lambda_2\lambda_3 + c_1(\lambda_2 + \lambda_3)}{c_0(\lambda_2 + \lambda_3) + 2c_1}, \qquad \frac{2c_0\lambda_1\lambda_2 + c_1(\lambda_1 + \lambda_2)}{c_0(\lambda_1 + \lambda_2) + 2c_1}.$$

La droite $A'_1A'_3$ a pour équation :

$$z_1(a_0c_0^2\lambda_2^2 + 2a_0c_0c_1\lambda_2 + 3a_2c_0^2 + 4a_0c_1^2 - 6a_1c_0c_1)$$
$$+ 2z_2(a_0c_0c_1\lambda_2^2 + 6a_1c_0c_1\lambda_2 - 3a_2c_0^2\lambda_2 - a_0c_1^2\lambda_2 + a_3c_0^2 + 3a_1c_1^2 - 3a_2c_0c_1)$$
$$+ z_3(a_0c_1^2\lambda_2^2 + 6a_2c_0c_1\lambda_2 - 4a_3c_0^2\lambda_2 + 3a_2c_1^2 - 2a_3c_0c_1) = 0.$$

La jacobienne de f_3 et f_1 et le côté A_1A_3 du triangle étant représentés par

$$(a_1c_0 - a_0c_1)z_1 + 2(a_2c_0 - a_1c_1)z_2 + (a_3c_0 - a_2c_1)z_3 = 0,$$
$$z_1 - 2\lambda_2z_2 + \lambda_2^2z_3 = 0,$$

on peut constater que ces trois droites sont concourantes. On contrôlerait aussi que la jacobienne passe par les points $(A_2A_3, A'_2A'_3)$ et $(A_1A_2, A'_1A'_2)$.

De là l'énoncé : *La polaire du jacobien de deux formes* f_3 *et* f_1, *correspondant au triangle circonscrit* $A_1A_2A_3$ *et au point* ξ *de* $\mathcal{C}_2$, *est l'axe d'homologie du triangle* $A_1A_2A_3$ *et du triangle dont les sommets sont les conjugués harmoniques du point* ξ *par rapport aux couples formés par les points de contact du triangle* $A_1A_2A_3$.

Corrélativement, *si l'on prend les intersections des côtés du triangle inscrit* $\lambda_1\lambda_2\lambda_3$ *avec la tangente au point* ξ, *les secondes tangentes, menées par les points obtenus, forment un triangle circonscrit, homologique avec* $\lambda_1\lambda_2\lambda_3$; *le centre d'homologie est le pôle du jacobien de* f_3 *et de* f_1.

Ces théorèmes donnent de nouvelles constructions des racines du jacobien et, par suite, des points doubles de I_1^2, correspondant à l'élément donné ξ, dans une I_2^3.

Si l'on veut, par cette méthode, résoudre le second des problèmes proposés (n° **21**), il suffira de joindre le point ξ de $\mathcal{C}_2$ aux sommets A_1, A_2, A_3 du triangle circonscrit. Nous obtenons ainsi A'_1, A'_2, A'_3. Les droites A_1A_3 et $A'_1A'_3$, $A'_1A'_2$ et A_1A_2 se coupent respectivement en E et F. La droite EF est l'axe de l'involution I_1^2 (fig. 5). La tangente au point η_1 coupe EF en H; la seconde tangente, menée par H à $\mathcal{C}_2$, détermine l'élément ξ qui complète le terne (ξ, η_1, ζ). La construction corrélative est aisée.

On peut aussi construire le couple commun aux involutions I_1^2 et $I_1'^2$, qui correspondent à l'élément ν_1 donné, dans deux involutions I_2^3 et $I_2'^3$, relatives aux formes $f_3 \equiv a_x^3$ et $f_3' \equiv b_x^3$. On construira l'axe EF, dérivé de ν_1 et de I_2^3; puis l'axe E'F', dérivé de ν_1 et de $I_2'^3$; ces axes se coupent en un point K'. Les tangentes menées par K' à $\mathcal{C}_2$ déterminent le couple $\nu_2\nu_3$ cherché.

Le terne (ν_1, ν_2, ν_3) appartient à l'involution I_1^3, formée des groupes communs aux involutions I_2^3, ayant pour points triples les racines des formes $f_3 = 0$ et $f_3' = 0$.

34. Considérons actuellement l'involution I_1^3 formée des ternes communs aux involutions du second rang ayant pour points triples les racines des formes :

$$f_3 \equiv a_x^3, \qquad f_3' \equiv b_x^3.$$

Le paramètre d'un point donné ξ de $\mathcal{C}_2$ est la racine de

$$f_1 \equiv c_x,$$

et les droites jacobiennes des systèmes f_3 et f_1, f' et f_1 ont pour équations :

$$\left.\begin{aligned}(c_0a_1 - a_0c_1)z_1 + 2(c_0a_2 - a_1c_1)z_2 + (c_0a_3 - a_2c_1)z_3 = 0,\\ (c_0b_1 - b_0c_1)z_1 + 2(c_0b_2 - b_1c_1)z_2 + (c_0b_3 - b_2c_1)z_3 = 0.\end{aligned}\right\} \quad (18)$$

D'après la construction précédente, les tangentes menées à $\mathcal{C}_2$ par l'intersection K' de ces droites déterminent le couple qui complète le terne, dont fait partie le point ξ de l'involution I_1^3 considérée.

Quand le point ξ glisse sur $\mathcal{C}_2$, les droites (18) tournent (n° **32**) autour des points hessiens O_a et O_b des formes a_x^3, b_x^3. Les faisceaux engendrés sont projectifs et le lieu de l'intersection, K', des rayons correspondants est une conique, que nous nommerons $\mathcal{H}'$, passant par O_a et O_b.

L'équation de cette courbe est

$$\frac{a_1z_1 + 2a_2z_2 + a_3z_3}{a_0z_1 + 2a_1z_2 + a_2z_3} = \frac{b_1z_1 + 2b_2z_2 + b_3z_3}{b_0z_1 + 2b_1z_2 + b_2z_3},$$

ou bien

$$\left.\begin{aligned}&(a_1b_0 - a_0b_1)z_1^2 + 4(a_2b_1 - a_1b_2)z_2^2 + (a_3b_2 - a_2b_3)z_3^2\\ &+ 2(a_3b_1 - a_1b_3)z_2z_3 + (a_3b_0 - a_0b_3 + a_1b_2 - a_2b_1)z_1z_3\\ &+ 2(a_2b_0 - a_0b_2)z_1z_2 = 0.\end{aligned}\right\}. \quad (19)$$

La conique $\mathcal{H}'$ coupe la conique $\mathcal{C}_2$ en quatre points, racines de

$$(a_1b_0 - a_0b_1)x_1^4 + 2(a_2b_0 - a_0b_2)x_1^3x_2 + \dots = 0.$$

Or, les tangentes menées par ces points à $\mathcal{C}_2$ se confondent; ces quatre points d'intersection sont donc des points doubles sur $\mathcal{C}_2$: ce sont les points doubles de l'involution I_1^3 considérée. Cette dernière conclusion peut d'ailleurs être déduite de la forme de l'équation précédente; elle n'est autre que l'équation (9).

Nous avons donc construit les racines du jacobien de deux formes cubiques sur $\mathcal{C}_2$, quand on connaît les racines de ces formes.

En donnant au rapport $-\frac{c_1}{c_0}$ toutes les valeurs possibles dans les équations (18), résolues par rapport à z_1, z_2, z_3, on trouve les coordonnées du point correspondant de la conique (19). On a :

$$\frac{z_1}{2[(c_0a_2 - a_1c_1)(c_0b_3 - b_2c_1) - (c_0b_2 - b_1c_1)(c_0a_3 - a_2c_1)]}$$
$$= \frac{z_2}{(c_0a_3 - a_2c_1)(c_0b_1 - b_0c_1) - (c_0b_3 - b_2c_1)(c_0a_1 - a_0c_1)}$$
$$= \frac{z_3}{2[(c_0a_1 - a_0c_1)(c_0b_3 - b_2c_1) - (c_0a_3 - a_2c_1)(c_0b_1 - b_0c_1)]}.$$

Les points doubles appartenant à la fois à $\mathcal{H}'$ et à la conique

$$z_1z_3 - z_2^2 = 0,$$

on voit que les points de paramètres $\xi = -\frac{c_1}{c_0}$, donnant les points doubles, vérifient l'équation du quatrième ordre :

$$4[(c_0a_2 - a_1c_1)(c_0b_3 - b_2c_1) - \dots][c_0a_1 - a_0c_1)(c_0b_3 - b_2c_1) - \dots]$$
$$- [(c_0a_3 - a_2c_1)(c_0b_1 - b_0c_1) - \dots]^2 = 0.$$

Or, aux points doubles correspondent les points de ramifica-

tion ; cette dernière est donc l'équation aux points de ramification de l'involution I_1^3. Elle coïncide d'ailleurs avec l'équation (10).

La conique $\mathcal{H}'$ ainsi déterminée est la conique $\mathcal{H}$ d'involution (n° **20**); car ces deux lignes passent par les quatre mêmes points de C_2, et les tangentes, en deux points d'un terne de l'involution I_1^3, se coupent également sur $\mathcal{H}$ et $\mathcal{H}'$.

En considérant la conique $\mathcal{H} \equiv \mathcal{H}'$ comme étant le lieu des intersections d'axes d'homologie, faciles à obtenir, on a un procédé nouveau de construction de cette courbe.

L'équation (19) représente donc une conique passant par les sommets des triangles circonscrits à C_2 et dont les points de contact marquent, sur C_2, des ternes de l'involution I_1^3 considérée. On pourrait voir que $\mathcal{H}$ passe aussi par les points hessiens de ces triangles.

Corrélativement, les droites joignant les points jacobiens des systèmes f_3, f_1, et f_3', f_1, enveloppent une conique k', identique à la conique d'involution k (n° **20**).

35. Considérons (fig. 5) l'hexagone de Pascal $\xi\, A_3'\lambda_2\lambda_1\lambda_3 A_2'\, \xi$. Les droites $A_3'\lambda_3$ et $A_2'\lambda_2$ ont pour équations :

$$z_1(2a_0c_1 - 3a_1c_0 - a_0c_0\lambda_3) - z_2(3a_2c_0 - 3a_1c_1 + a_0c_0\lambda_1\lambda_2 + a_0c_1\lambda_3) + z_3(3a_2c_1 - 2a_3c_0 - a_0c_1\lambda_1\lambda_2) = 0,$$

$$z_1(2a_0c_1 - 3a_1c_0 - a_0c_0\lambda_2) - z_3(3a_2c_0 - 3a_1c_1 + a_0c_0\lambda_1\lambda_3 + a_0c_1\lambda_2) + z_3(3a_2c_1 - 2a_3c_0 - a_0c_1\lambda_1\lambda_3) = 0.$$

De là, on déduit, par soustraction :

$$c_0z_1 - z_2(c_0\lambda_1 - c_1) + z_3\lambda_1c_1 = 0;$$

ce qui exprime une droite passant par l'intersection des deux premières; or, c'est précisément l'équation de $\lambda_1\,\xi$. Une conséquence analogue se déduira pour les hexagones $\xi\, A_2'\lambda_1\lambda_3\lambda_1 A_1'\, \xi$ et $\xi\, A_1'\lambda_3\lambda_2\lambda_1 A_3'\, \xi$.

Donc, *si l'on joint un point d'une conique aux sommets d'un triangle circonscrit, le point choisi, deux des points d'intersection des droites menées et de la conique et les trois points de contact, pris dans un ordre convenable, sont les sommets d'un hexagone de Pascal et de Brianchon à la fois.*

La propriété corrélative s'énonce aisément.

— Les points λ_1, λ_2, λ_3, A'_1, A'_2, A'_3 (fig. 5) déterminent, sur $\mathcal{C}_2$, l'hexagone de Pascal $\lambda_1 A'_3 \lambda_2 A'_1 \lambda_3 A'_2 \lambda_1$. Les côtés $A'_3\lambda_2$ et $A'_2\lambda_3$ de cet hexagone ont pour équations :

$$z_1[c_0(\lambda_1 + \lambda_2) + 2c_1] - z_2[c_0(3\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2) + c_1(\lambda_1 + 3\lambda_2)] + z_3[2c_0\lambda_1\lambda_2^2 + c_1\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2)] = 0,$$

$$z_1[c_0(\lambda_1 + \lambda_3) + 2c_1] - z_2[c_0(3\lambda_1\lambda_3 + \lambda_3^2) + c_1(\lambda_1 + 3\lambda_3)] + z_3[2c_0\lambda_1\lambda_3^2 + c_1\lambda_3(\lambda_1 + \lambda_3)] = 0.$$

On peut constater que ces deux côtés se coupent en un point *1*, sur la droite $O\xi$, dont l'équation est :

$$z_1(a_0c_0c_1^2 - 2a_1c_1c_0^2 + a_2c_0^3) - z_2(a_2c_1c_0^2 + a_1c_0c_1^2 - a_3c_0^3 - a_0c_1^3) + z_3(a_1c_1^3 + a_3c_0^2c_1 - 2a_1c_0c_1^2) = 0.$$

Les côtés correspondants $A'_3\lambda_1$ et $A'_1\lambda_3$, $A'_1\lambda_2$ et $A'_2\lambda_1$ se coupent aussi sur $O\xi$; cette dernière est ainsi la pascale de l'hexagone considéré. Nous obtenons donc ces théorèmes, qui expriment une relation entre sept points ou sept tangentes d'une conique :

Si l'on joint un point d'une conique aux sommets d'un triangle circonscrit, les points de contact et les seconds points d'intersection des droites menées, pris alternativement, déterminent un hexagone dont la pascale passe par le point choisi et le point jacobien du triangle et du point choisi.

Si, par les intersections d'une tangente et des côtés d'un triangle inscrit, on mène les tangentes à une conique, celles-ci et les tangentes menées aux sommets du triangle, prises alternativement, forment un hexagone dont le point de Brianchon, B, est l'intersection de la tangente choisie et de la jacobienne du triangle et de la tangente choisie.

De là un procédé pour trouver le point central ou l'axe de l'involution I_1^2 qui correspond à un élément donné ξ, dans une I_2^3 dont on connaît les points triples. Le premier est l'intersection d'une pascale et d'une hessienne ; le second, la jonction d'un point de Brianchon et d'un point hessien.

— La droite $O\xi$ rencontre $\mathcal{C}_2$ en un second point, conjugué

de ξ par rapport aux racines de $(f_3, f_1)^1$. Le paramètre de ce point est la racine de

$$(f_3, f_1^2)^2 = 0.$$

Ce point complète le terne de l'involution I_2^3, dont la racine de f_1 serait considérée comme point double.

En joignant le point obtenu au point O_a, on obtient, sur C_2, le point correspondant à $(Q, f_1^2)^2 = 0$. On voit la signification de ce dernier par ce qui est exposé au n° **29**.

— Le point d'intersection de la tangente ξ et de la jacobienne o de f_3 et f_1, c'est-à-dire le point de Brianchon, B, considéré ci-dessus, vérifie les équations

$$c_0^2 z_1 + 2c_0c_1z_2 + c_1^2 z_3 = 0,$$
$$(a_1c_0 - a_0c_1)z_1 + 2(a_2c_0 - a_1c_1)z_2 + (a_3c_0 - a_2c_1)z_3 = 0.$$

Quand ξ enveloppe C_2, le point $(o\xi)$ décrit un lieu dont l'équation est :

$$\left.\begin{aligned} z_1(a_0z_1 + 2a_1z_2 + a_2z_3)^2 + 2z_2(a_1z_1 + 2a_2z_2 + a_3z_3)(a_0z_1 + 2a_1z_2 + a_2z_3) \\ + z_3(a_1z_1 + 2a_2z_2 + a_3z_3)^2 = 0. \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Donc, *quand la tangente ξ enveloppe C_2, le point de Brianchon des hexagones $\lambda_1'a_3'\lambda_2a_1'\lambda_3a_2'\lambda_1$ décrit une courbe du troisième ordre, et, si le point ξ glisse sur C_2, la droite de Pascal des hexagones $\lambda_1A_3'\lambda_2A_1'\lambda_3A_2'\lambda_1$ enveloppe une courbe de la troisième classe.*

La cubique (20) a certains rapports avec l'involution I_2^3, caractérisée par la forme $f_3 = 0$. Ainsi, le paramètre μ des points où cette cubique rencontre C_2 vérifie la relation

$$(a_0\mu^3 + 3a_1\mu^2 + 3a_2\mu + a_3)^2 = 0.$$

La courbe passe par l'intersection des droites

$$a_0z_1 + 2a_1z_2 + a_2z_3 = 0,$$
$$a_1z_1 + 2a_2z_2 + a_3z_3 = 0.$$

Donc, *la cubique* (20) *passe par les points triples de I_2^3; elle y est tangente aux côtés de $A_1A_2A_3$; elle a pour point triple isolé le point hessien de ce triangle.*

On voit quelle serait la signification de l'équation (20) si les coefficients a_0, a_1, ... étaient remplacés par ceux du covariant Q.

CHAPITRE III.

FORME BIQUADRATIQUE.

§ 1. — Système fondamental.

36. Le système fondamental de la forme biquadratique renferme :

1° la forme elle-même :

$$f_4 \equiv a_x^4 \equiv b_x^4 \equiv c_x^4;$$

2° le hessien :

$$H_4 \equiv (ab)^2 a_x^2 b_x^2;$$

3° le covariant du sixième ordre :

$$T \equiv (ab)^2 (cb) a_x^2 b_x c_x^3;$$

4° et 5° les invariants :

$$I \equiv (ab)^4; \qquad J \equiv (ab)^2 (ac)^2 (bc)^2.$$

Sous forme développée, nous prendrons :

$$f_4 = a_0 x_1^4 + 4a_1 x_1^3 x_2 + 6a_2 x_1^2 x_2^2 + 4a_3 x_1 x_2^3 + a_4 x_2^4;$$

$$H_4 = (f_4, f_4)^2 = 2[(a_0 a_2 - a_1^2) x_1^4 + 2(a_0 a_3 - a_1 a_2) x_1^3 x_2$$
$$+ (a_0 a_4 + 2a_1 a_3 - 3a_2^2) x_1^2 x_2^2 + 2(a_1 a_4 - a_2 a_3) x_1 x_2^3 + (a_2 a_4 - a_3^2) x_2^4];$$

$$T = (f_4, H_4)^1 = (a_0^2 a_3 - 3a_0 a_1 a_2 + 2a_1^3) x_1^6$$
$$+ (a_0^2 a_4 + 2a_0 a_1 a_3 - 9a_0 a_2^2 + 6a_1^2 a_2) x_1^5 x_2 + 5(a_0 a_1 a_4 - 3a_0 a_2 a_3 + 2a_1^2 a_3) x_1^4 x_2^2$$
$$+ 10(a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2) x_1^3 x_2^3 - 5(a_0 a_3 a_4 - 3a_1 a_2 a_4 + 2a_1 a_3^2) x_1^2 x_2^4$$
$$- (a_4^2 a_0 + 2a_1 a_3 a_4 - 9a_4 a_2^2 + 6a_3^2 a_2) x_1 x_2^5 - (a_4^2 a_1 - 3a_2 a_3 a_4 + 2a_3^3) x_2^6;$$

$$I = (f_4, f_4)^4 = 2(a_0 a_4 - 4a_1 a_3 + 3a_2^2);$$

$$J = (f_4, H_4)^4 = 6(a_0 a_2 a_4 + 2a_1 a_2 a_3 - a_2^2 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4).$$

Nous regarderons les racines de f_4 comme étant les paramètres de quatre points de la conique C_2. Ces racines satisfont aux relations :

$$\Sigma \lambda_i = -\frac{4a_1}{a_0}; \qquad \Sigma \lambda_i \lambda_j = \frac{6a_2}{a_0}; \qquad \Sigma \lambda_i \lambda_j \lambda_k = -\frac{4a_3}{a_0}; \qquad \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 = \frac{a_4}{a_0}.$$

Ces quatre points déterminent un quadrilatère complet inscrit $\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4$; les tangentes, en ces points, un quadrilatère complet circonscrit $A_1A_2A_3A_4$ (fig. 7).

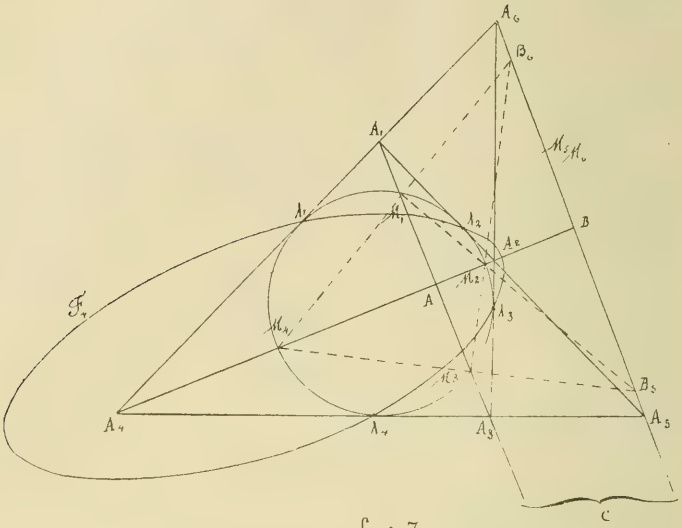


fig. 7

37. La notion de l'involution du quatrième ordre et du troisième rang, I_3^4, nous permettra d'interpréter le hessien de f_4. Elle a pour équation

$$a_x a_y a_z a_u = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Nous supposerons que les quaternes d'éléments homologues sont représentés par des points de C_2.

Si, dans l'équation précédente, on fait

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{u_1}{u_2},$$

on obtient

$$a_x^4 = 0.$$

L'involution I_3^4 possède, ainsi, quatre éléments quadruples; la connaissance des racines de f_4 sur C_2 détermine I_3^4. D'après notre représentation, λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 sont les éléments quadruples de I_3^4.

L'équation (21) montre qu'à un élément fixe $\frac{x_1}{x_2}$, déterminé par l'équation $b_1x_1 + b_2x_2 = 0$, il correspond, dans une I_3^4, les ternes d'une I_2^3, $(ab)a_ya_za_u = 0$; à un couple d'éléments fixes $\frac{x_1}{x_2}$, $\frac{y_1}{y_2}$, il correspond les couples d'une I_1^2, $(ab)\,(ac)\,a_xa_u = 0$. Dans la suite, nous construirons ces involutions I_2^3, I_1^2 (nos **50** et **44**).

Cette équation peut s'écrire :

$$\begin{aligned}&[a_0x_1y_1 + a_1(x_1y_2 + x_2y_1) + a_2x_2y_2]z_1u_1\\ &+ [a_1x_1y_1 + a_2(x_1y_2 + x_2y_1) + a_3x_2y_2][z_1u_2 + z_2u_1]\\ &+ [a_2x_1y_1 + a_3(x_1y_2 + x_2y_1) + a_4x_2y_2]z_2u_2 = 0;\end{aligned}$$

les coefficients de cette dernière, égalés à zéro, donnent trois involutions I_1^2 correspondant aux dérivées partielles secondes de f_4. La condition pour que ces trois involutions aient un couple commun est

$$\frac{1}{6}\,\mathrm{J} = 0.$$

L'équation (21) peut encore s'écrire :

$$(a_1x_1 + a_2x_2)a_ya_za_u = 0;$$

l'élément de paramètre $\frac{x_1}{x_2}$ sera indéterminé, si l'on a :

$$\begin{aligned}a_1a_ya_za_u &= 0,\\ a_2a_ya_za_u &= 0.\end{aligned}$$

Les groupes neutres de I_3^4 forment donc une I_1^3. Celle-ci possède quatre ternes formés d'un élément double et d'un élément simple. D'après ce que nous savons, les éléments doubles sont les racines du jacobien des formes cubiques qui déterminent I_1^3; ce sont donc les racines de $(ab)\,a_x^2b_x^2$, hessien de a_x^4, a et b étant des symboles équivalents.

Donc, *les racines du hessien d'une forme biquadratique sont les quatre éléments doubles des ternes neutres de l'involution* I_3^4 *déterminée par la forme* f_4.

Les éléments doubles de l'involution I_1^3, que nous venons de rencontrer, déterminée par les équations

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_1} = 0, \qquad \frac{\partial f_4}{\partial x_2} = 0,$$

sont les intersections de $\mathcal{C}_2$ et de la conique d'involution $\mathfrak{K}$. Dans le cas actuel, l'équation de $\mathfrak{K}$ est :

$$(a_0a_2 - a_1^2)z_1^2 + 4(a_1a_3 - a_2^2)z_2^2 + (a_2a_4 - a_3^2)z_3^2$$
$$+ 2(a_1a_4 - a_2a_3)z_2z_3 + (a_0a_4 + a_2^2 - 2a_1a_3)z_1z_3 + 2(a_0a_3 - a_1a_2)z_1z_2 = 0.$$

On voit que si, pour la représentation du système fondamental de f_4, on suppose que les racines des dérivées premières de cette forme, ou deux ternes d'éléments neutres de I_3^4, sont figurés par six points de $\mathcal{C}_2$, il sera facile de construire les racines du hessien de f_4 (nos **34** et **20**).

La première supposition est permise : on sait, en effet, que deux formes cubiques quelconques, a_x^3, b_x^3, peuvent toujours être regardées comme étant les dérivées d'une même biquadratique. Pour avoir celle-ci, il faut ajouter douze fois le hessien du jacobien de ces deux cubiques à ce jacobien lui-même multiplié par le facteur $(a_0\,b_3 - 3a_1\,b_2)$ (*).

Nous montrerons qu'en partant des racines de H_4, que nous venons d'obtenir, on peut construire les racines de f_4 (n° **41**).

38. Considérons (fig. 7) les points μ_1, μ_3 conjugués harmoniques par rapport aux deux couples (λ_1, λ_2) et (λ_3, λ_4). Si $\alpha_x^2 = 0$, $\beta_x^2 = 0$ représentent respectivement ces couples et si $\frac{x_1}{x_2}$, $\frac{y_1}{y_2}$ sont les paramètres de μ_1, μ_3, on a :

$$\alpha_x\alpha_y = 0, \qquad \beta_x\beta_y = 0 \ldots\ldots \quad (22)$$

L'élimination de $\frac{y_1}{y_1}$ donne

$$(\alpha\beta)\alpha_x\beta_x = 0,$$

jacobien des formes $\alpha_x^2 = 0$, $\beta_x^2 = 0$, résultat qui était à prévoir (n° **4**).

On a identiquement :

$$a_x^4 \equiv \alpha_x^2\beta_x^2;$$

si, dans cette équation, on change $\frac{x_1}{x_2}$ en $\lambda x + \mu y$, x et y correspondant aux points μ_1 et μ_3, on obtient :

$$(\lambda a_x + \mu a_y)^4 \equiv (\lambda\alpha_x + \mu\alpha_y)^2(\lambda\beta_x + \mu\beta_y)^2;$$

(*) G. Salmon, *Leçons d'algèbre supérieure*, n° 217.

ou, en développant et en tenant compte des relations (22) :

$$\lambda^4 a_x^4 + 4\lambda^3\mu a_x^3 a_y + 6\lambda^2\mu^2 a_x^2 a_y^2 + 4\lambda\mu^3 a_x a_y^3 + \mu^4 a_y^4$$
$$\equiv \lambda^4\alpha_x^2\beta_x^2 + \lambda^2\mu^2(\alpha_x^2\beta_y^2 + \alpha_y^2\beta_x^2) + \mu^4\alpha_y^2\beta_y^2.$$

En identifiant les coefficients des mêmes puissances de λ et μ, on trouve :

$$a_x^3 a_y = 0, \quad a_y^3 a_x = 0, \quad 6a_x^2 a_y^2 = \alpha_x^2\beta_y^2 + \alpha_y^2\beta_x^2 \quad . \quad . \quad (23)$$

Les deux premières équations prouvent que les points μ_1 et μ_3 sont des points triples de l'involution I_2^3 constituée par les ternes de points de l'involution I_3^4, correspondant à l'un de ces points. Elles peuvent servir à obtenir la forme binaire ayant pour racines les points μ. Pour atteindre ce but, éliminons $\frac{y_1}{y_2}$.

Soient a, b, c, d des symboles équivalents. La première équation (23) donne

$$y_1 = b_2 b_x^3, \qquad y_2 = -b_1 b_x^3;$$

de sorte que le symbole a_y devient $(ab)\,a_x^3$; la seconde équation (23) s'écrira :

$$(ab)(ac)(ad)b_x^3 c_x^3 d_x^3 a_x = 0.$$

Nous obtenons ainsi une équation du 10e degré qui, outre les paramètres des points μ, comprend λ_1, λ_2, λ_3, λ_4. De sorte que le facteur a_x^4 doit se séparer de cette équation.

Ajoutons les équations (23), après y avoir introduit les valeurs symboliques $a_x \equiv (ab)b_y^3$, $a_y \equiv (ab)b_x^3$; il vient :

$$(ab)a_x b_x(a_y^2 b_x^2 - a_x^2 b_y^2) = 0,$$

ou bien :

$$(ab)^2 a_x b_x(a_y b_x + a_x b_y)(xy) = 0;$$

On peut écarter le symbole (xy) qui correspond aux points λ; de plus $a_y b_x$, $a_x b_y$ étant des symboles équivalents, on a :

$$(ab)^2 a_x b_x^2 a_y = 0.$$

Remplaçons dans cette dernière y_1 par $c_2 c_x^2$, y_2 par $-c_1 c_x^2$, on aura :

$$(ab)^2(ac)a_x b_x^2 c_x^3 = 0,$$

pour l'équation dont les racines sont les paramètres des points μ ; c'est le covariant T de f_4. De là l'énoncé :

Les racines du covariant $T = (f_4, H_4)^1$ *sont les intersections, avec la conique fondamentale, des côtés du triangle diagonal relatif au quadrilatère complet dont les côtés sont tangents à cette courbe, aux points ayant pour paramètres les racines de* f_4.

Ce sont aussi, corrélativement, *les points de contact des tangentes menées par les sommets du triangle diagonal du quadrangle complet inscrit, dont les sommets ont pour paramètres les racines de* f_4.

Lorsque les points λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 sont réels, un des sommets du triangle diagonal ABC est intérieur à $\mathcal{C}_2$, les deux autres extérieurs; donc, *si les racines de* f_4 *sont réelles, l'équation* $T = 0$ *a quatre racines réelles et deux racines imaginaires.*

D'ailleurs, T, étant le jacobien de f_4 et H_4, est symétrique par rapport à ces deux formes; donc, *si les racines de* f_4 *sont réelles, celles de* H_4 *le sont aussi.*

Les tangentes aux points μ_1 et μ_3 passent par le point B, intersection des droites $\mu_2\mu_4$ et $\mu_5\mu_6$. Si nous regardons B comme étant le point central d'une I_1^2, nous avons : *les racines de* $T = 0$, *prises dans un ordre convenable, sont conjuguées harmoniques du second ordre.*

39. On peut exprimer l'invariant J, en fonction des racines de f_4, ainsi (*) :

$$\begin{aligned} 72\,J = a_0^3[&2\lambda_1\lambda_4 - (\lambda_1 + \lambda_4)(\lambda_2 + \lambda_3) + 2\lambda_2\lambda_3] \\ &\times [2\lambda_1\lambda_2 - (\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_3 + \lambda_4) + 2\lambda_3\lambda_4] \\ &\times [2\lambda_1\lambda_3 - (\lambda_1 + \lambda_3)(\lambda_2 + \lambda_4) + 2\lambda_2\lambda_4]. \end{aligned}$$

Si l'on a $J = 0$, on a aussi, par exemple :

$$2\lambda_1\lambda_3 - (\lambda_1 + \lambda_3)(\lambda_2 + \lambda_4) + 2\lambda_2\lambda_4 = 0.$$

Donc, *la condition* $J = 0$ *exprime que deux racines de la forme* f_4 *sont conjuguées harmoniques du second ordre par rapport aux deux autres racines.*

(*) G. Salmon, *Algèbre supérieure*, p. 269 (Trad. de M. O. Chemin, 1890).

Dans ce cas, les deux quadrilatères $A_1A_2A_3A_4$ et $\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4$ sont harmoniques.

— On dit que quatre points de paramètres λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 forment une division équianharmonique du second ordre quand leur rapport anharmonique,

$$\frac{(\lambda_1 - \lambda_4)(\lambda_2 - \lambda_3)}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_4)},$$

est égal à une des racines cubiques imaginaires de -1 (*). Appelons ϖ' et ϖ'' ces racines; on a $1 - \varpi' = \varpi''$, et la relation d'équianharmonie peut s'écrire :

$$-(\lambda_2\lambda_4 + \lambda_1\lambda_3) + \varpi'(\lambda_1\lambda_4 + \lambda_2\lambda_3) + \varpi''(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_3\lambda_4) = 0.$$

Si ϖ et ϖ^2 sont les racines cubiques imaginaires de l'unité, la condition précédente se met sous la forme :

$$(\lambda_2\lambda_4 + \lambda_1\lambda_3) + \varpi(\lambda_1\lambda_4 + \lambda_2\lambda_3) + \varpi^2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_3\lambda_4) = 0. \quad . \quad (24)$$

L'invariant I de f_4, en fonction des racines de $a_x^4 = 0$, s'exprime ainsi (**) :

$$6\mathrm{I} = a_0^2[(\lambda_2\lambda_4 + \lambda_1\lambda_3) + \varpi(\lambda_1\lambda_4 + \lambda_2\lambda_3) + \varpi^2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_3\lambda_4)] \times [(\lambda_2\lambda_4 + \lambda_1\lambda_3) + \varpi(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_3\lambda_4) + \varpi^2(\lambda_1\lambda_4 + \lambda_2\lambda_3)].$$

Lorsque $\mathrm{I} = 0$, on a, par exemple, la relation (24). Nous en concluons :

La condition $\mathrm{I} = 0$ *exprime que les quatre points* λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 *figurent, sur la conique fondamentale, une division équianharmonique.*

— Appelons Q l'intersection des droites hessiennes des formes

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_1}, \qquad \frac{\partial f_4}{\partial x_2}.$$

Les coordonnées du point Q sont

$$\frac{z_1}{a_3} = -\frac{z_2}{a_2} = \frac{z_3}{a_1}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

(*) A. Clebsch, *Leçons sur la Géométrie*, page 51 (Tome 1er. Trad. de M. A. Benoist, 1879).

(**) G. Salmon, *Algèbre supérieure*, page 269.

et les intersections de la polaire de ce point et de $\mathcal{C}_2$ sont racines de

$$\frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1 \partial x_2} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

Pour obtenir les égalités (25), nous avons supprimé, au dénominateur, le facteur $\frac{1}{6}$ J. Donc, si J = 0, les droites hessiennes considérées sont parallèles ; elles sont même identiques, comme il est aisé de le vérifier directement, et les points hessiens ne sont pas distincts. En outre, les racines de l'équation (26) sont indéterminées et celles des hessiens des dérivées $\frac{\partial f_4}{\partial x_1}$, $\frac{\partial f_4}{\partial x_2}$ coïncident.

40. On a :

$$a_x^4 = \frac{1}{12}\left(x_1^2 \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1^2} + 2x_1 x_2 \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1 \partial x_2} + x_2^2 \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_2^2}\right).$$

La substitution (1), qui ramène les dérivées secondes ci-dessus aux expressions

$$\begin{aligned} Z_1 &= a_0 z_1 + 2a_1 z_2 + a_2 z_3, \\ Z_2 &= a_1 z_1 + 2a_2 z_2 + a_3 z_3, \\ Z_3 &= a_2 z_1 + 2a_3 z_2 + a_4 z_3, \end{aligned}$$

convertit, en même temps, a_x^4 en une équation entre les coordonnées trilatères (z_1, z_2, z_3) des points (x_1, x_2), à savoir :

$$z_1 Z_1 + 2z_2 Z_2 + z_3 Z_3 = 0,$$

ou bien :

$$a_0 z_1^2 + 4a_2 z_2^2 + a_4 z_3^2 + 4a_1 z_1 z_2 + 2a_2 z_1 z_3 + 4a_3 z_1 z_2 = 0.$$

Cette équation représente une conique qui passe évidemment par les points quadruples λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 de l'involution I_3^4 déterminée par $f_4 = a_x^4$. Nous l'appellerons la *conique* $\mathcal{F}_4$.

Le discriminant de $\mathcal{F}_4$ est :

$$4 \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ a_2 & a_3 & a_4 \end{vmatrix} = 4\mathrm{J}.$$

Donc, *lorsque* J *est nul, c'est-à-dire lorsque les racines de* f_4 *sont conjuguées harmoniques du second ordre, la conique* $\mathcal{F}_4$ *se réduit à deux droites.*

Les coniques $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{F}_4$, circonscrites au même quadrangle complet $\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4$, ont pour triangle autopolaire commun le triangle diagonal ABC du quadrangle (fig. 7).

La polaire du point (z'_1, z'_2, z'_3) par rapport à $\mathcal{C}_2$,

$$z_1z'_3 - 2z_2z'_2 + z_3z'_1 = 0,$$

rencontre la conique $\mathcal{F}_4$ en deux points, racines de l'équation :

$$(a_0z'^2_2 + 2a_1z'_2z'_3 + a_3z'^2_3)z_1^2 + 2[a_1z'_1z'_2 + a_2(z'_1z'_3 + z'^2_2) + a_3z'_2z'_3]z_1z_3 + (a_2z'^2_1 + 2a_3z'_1z'_2 + a_4z'^2_2)z_3^2 = 0.$$

De sorte que cette polaire sera tangente à $\mathcal{F}_4$ si l'on a :

$$[a_1z'_1z'_2 + a_2(z'_1z'_3 + z'^2_2) + a_3z'_2z'_3]^2 - (a_0z'^2_2 + 2a_1z'_2z'_3 + a_3z'^2_3)(a_2z'^2_1 + 2a_3z'_1z'_2 + a_4z'^2_2) = 0;$$

c'est-à-dire si le pôle (z'_1, z'_2, z'_3) décrit la conique représentée par cette dernière équation, qui peut s'écrire :

$$(a_0a_2 - a_1^2)z_1^2 + (a_0a_4 - a_2^2)z_2^2 + (a_2a_4 - a_3^2)z_3^2 + 2(a_1a_4 - a_2a_3)z_2z_3 + 2(a_1a_3 - a_2^2)z_1z_3 + 2(a_0a_3 - a_1a_2)z_1z_2 = 0.$$

Nous avons ainsi l'équation de la polaire réciproque de $\mathcal{F}_4$ par rapport à $\mathcal{C}_2$.

Cette nouvelle conique, $\mathcal{F}_4$, rencontre $\mathcal{C}_2$ aux points racines du hessien $H_4 = 0$ de f_4, comme on peut le voir par la substitution (1).

Les coniques $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{F}_4$ jouent, comme nous le verrons, un rôle dans les constructions des involutions du quatrième ordre.

A cause des propriétés des coniques polaires réciproques, nous pouvons, dès maintenant, conclure : 1° que les tangentes communes à $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{C}_2$ déterminent, sur celle-ci, les éléments quadruples de l'involution I_3^4, correspondant à $a_x^4 = 0$; 2° que les tangentes communes de $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{C}_2$ déterminent, sur celle-ci, les éléments doubles des ternes neutres de I_3^4.

41. L'équation de la polaire d'un point (z_1', z_2', z_3'), par rapport à $\mathcal{F}_4$, est

$$z_1 Z_1' + 2z_2 Z_2' + z_3 Z_3' = 0,$$

Z_1', Z_2', Z_3' étant les valeurs que prennent Z_1, Z_2, Z_3 quand on accentue z_1, z_2, z_3. Cette droite rencontre $\mathcal{C}_2$ en deux points conjugués des points de rencontre de $\mathcal{F}_4$; et ces points de $\mathcal{C}_2$ satisfont à la relation :

$$x_1^2 Z_1' + 2x_1 x_2 Z_2' + x_2^2 Z_3' = 0.$$

De sorte que, le lieu des pôles, par rapport à $\mathcal{F}_4$, des tangentes à $\mathcal{C}_2$, a pour équation :

$$Z_2'^2 - Z_1' Z_3' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

Cette équation est, évidemment, le hessien de f_4,

$$\left(\frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1 \partial x_2}\right)^2 - \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1^2} \cdot \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_2^2} = 0,$$

où l'on aurait fait la substitution :

$$x_1^2 : x_1 x_2 : x_2^2 = z_1' : z_2' : z_3'.$$

Nous trouvons ainsi une conique, rencontrant aussi $\mathcal{C}_2$ en quatre points qui donnent les racines de $H_4 = 0$. D'ailleurs, l'équation (27) est identique à l'équation obtenue pour $\mathcal{H}$ au n° **37**.

Donc, *la conique d'involution $\mathcal{H}$ est la polaire réciproque de $\mathcal{C}_2$ par rapport à $\mathcal{F}_4$.*

L'équation de $\mathcal{H}$ peut s'écrire :

$$\mathcal{S}_4 + I \cdot \mathcal{C}_2 = 0,$$

I désignant l'invariant du second ordre de f_4, $\mathcal{S}_4$ et $\mathcal{C}_2$ représentant les équations des coniques $\mathcal{S}_4$ et $\mathcal{C}_2$.

Donc, en résumé, *la polaire réciproque de $\mathcal{F}_4$ par rapport à $\mathcal{C}_2$ et la polaire réciproque de $\mathcal{C}_2$ par rapport à $\mathcal{F}_4$ déterminent sur $\mathcal{C}_2$ les racines du hessien H_4 de f_4; lorsque les racines de f_4 marquent sur $\mathcal{C}_2$ une division équianharmonique, ces deux polaires réciproques se confondent.*

— D'après les propriétés des coniques polaires réciproques, nous concluons que les points de contact avec $\mathcal{F}_4$ des tangentes communes à $\mathcal{C}_2$ et à $\mathcal{F}_4$ sont situés sur $\mathcal{H}$; les points de contact, avec $\mathcal{C}_2$, des tangentes communes à $\mathcal{C}_2$ et à $\mathcal{F}_4$ sont situés sur $\mathcal{J}_4$. Mais ces quatre derniers points sont les points correspondants des racines du hessien H_4 et sont situés sur $\mathcal{H}$; donc, *les points de contact des tangentes communes aux coniques* $\mathcal{C}_2$ *et* $\mathcal{F}_4$ *sont situés sur* $\mathcal{H}$.

Nous avons ainsi, dans un cas particulier, la démonstration du théorème de von Staudt : Les huit points où deux coniques sont touchées par leurs tangentes communes sont situés sur une troisième conique.

— Lorsque $J=0$, les tangentes communes à $\mathcal{C}_2$ et à $\mathcal{F}_4$ passent par le point d'intersection des droites dans lesquelles la conique $\mathcal{F}_4$ se décompose. Donc, *si l'invariant* J *est nul, les racines du hessien de* f_4 *sont égales deux à deux.*

D'ailleurs, alors, $\mathcal{H}$ se compose des tangentes considérées; les racines de H_4 sont doubles et forment les points doubles d'une I_1^2 dont les racines de f_4 représentent deux couples. La relation $J = 0$ entraine donc celle-ci :

$$\begin{vmatrix} 2(a_0a_2 - a_1^2) & a_0a_3 - a_1a_2 & a_0a_4 + a_2^2 - 2a_1a_3 \\ a_0a_3 - a_1a_2 & 2(a_1a_3 - a_2^2) & a_1a_4 - a_2a_3 \\ a_0a_4 + a_2^2 - 2a_1a_3 & a_1a_4 - a_2a_3 & 2(a_2a_4 - a_3^2) \end{vmatrix} = 0.$$

— D'après ce qui précède, on pourra construire les racines de f_4 si l'on a construit la conique $\mathcal{H}$, comme il est dit au n° **37**. Les tangentes à $\mathcal{C}_2$ aux points d'intersection de $\mathcal{C}_2$ et de $\mathcal{H}$ rencontrent $\mathcal{H}$ en quatre nouveaux points; ceux-ci, avec les quatre droites qui y passent, déterminent huit conditions pour obtenir la conique $\mathcal{F}_4$ et donner les racines de $f_4 = 0$.

Nous avons donc résolu le problème suivant : *Construire les éléments quadruples d'une* I_3^4 *dont on donne deux ternes d'éléments neutres.*

42. Signalons quelques propriétés des coniques f_4 et $\mathcal{H}$. — 1° Supposons que le paramètre $\frac{x_1}{x_2}$ d'une tangente à $\mathcal{C}_2$ soit

racine de l'équation $a_x^4 = 0$. Un des points d'intersection de cette droite avec $\mathcal{F}_4$ vérifie le système $z_1 : z_2 : z_3 = x_1^2 : x_1 x_2 : x_2^2$; la seconde intersection a pour coordonnées :

$$z_1 : z_2 : z_3 = \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_2^2} : -\frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1 \partial x_2} : \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

Substituons les valeurs précédentes de z_1, z_2, z_3 dans l'équation de la conique f_4; en supposant, maintenant, que $\frac{x_1}{x_2}$ soit le paramètre d'un point quelconque de $\mathcal{C}_2$, nous obtenons :

$$(a_0 x_1^4 + 4a_1 x_1^3 x_2 + 6a_2 x_1^2 x_2^2 + 4a_3 x_1 x_2^3 + a_4 x_2^4)(a_0 a_4 + 3a_2^2 - 4a_1 a_3),$$

expression dont le dernier facteur est l'invariant I. Donc, si $I = 0$, toutes les tangentes à $\mathcal{C}_2$ rencontrent la conique $\mathcal{F}_4$ en des points dont les coordonnées répondent aux valeurs (28).

La conique $\mathcal{F}_4$ a pour équation la formule (28), *où $\frac{x_1}{x_2}$ représente le paramètre d'un point de $\mathcal{C}_2$, si les racines de f_4 forment une division équianharmonique.*

— 2° La polaire de Q, relative à la conique $\mathcal{F}_4$, répond à l'équation

$$(a_0 a_3 - a_1 a_4) z_1 + 4(a_1 a_3 - a_2^2) z_2 + (a_1 a_4 - a_2 a_3) z_3 = 0,$$

qui n'est autre que la dérivée, égalée à zéro, et prise par rapport à z_3, de l'équation de $\mathcal{H}$. Cette polaire donne sur $\mathcal{C}_2$ les racines de la forme quadratique correspondante.

Constatons encore que le point Q est sur $\mathcal{F}_4$, si l'on a : $3a_2 I - J = 0$.

— 3° Soient

$$x_2^2 z_1 - 2x_1 x_2 z_2 + x_1^2 x_3 = 0,$$
$$y_2^2 z_1 - 2y_1 y_2 z_2 + y_1^2 z_3 = 0$$

deux tangentes à $\mathcal{C}_2$. Leur intersection a pour coordonnées :

$$z_1 : z_2 : z_3 = 2x_1 y_1 : (x_1 y_2 + x_2 y_1) : 2x_2 y_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Les droites

$$(x_2^2 z_1 - 2x_1 x_2 z_2 + x_1^2 z_3) + m(y_2^2 z_1 - 2y_1 y_2 z_2 + y_1^2 z_3) = 0,$$
$$(x_2^2 z_1 - 2x_1 x_2 z_2 + x_1^2 z_3) - m(y_2^2 z_1 - 2y_1 y_2 z_2 + y_1^2 z_3) = 0$$

forment, avec ces tangentes, un faisceau harmonique. En exprimant que chacune des deux dernières droites rencontre la conique $\mathcal{F}_4$ en deux points coïncidents, on trouve deux relations de la forme :

$$\varphi\left(\frac{x_1}{x_2}, \frac{y_1}{y_2}, a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, m\right) = 0.$$

Entre celles-ci, éliminons maintenant m; il viendra la condition :

$$(a_0a_2 - a_1^2)x_1^2y_1^2 + (a_1a_3 - a_2^2)(x_1y_2 + x_2y_1)^2 + (a_2a_4 - a_3^2)x_2^2y_2^2$$
$$+ a_0a_3 - a_1a_2)(x_1y_2 + x_2y_1)x_1y_1 + (a_1a_4 - a_2a_3)(x_1y_2 + x_2y_1)x_2y_2$$
$$+ (a_0a_4 + a_2^2 - 2a_1a_3)x_1y_1x_2y_2 = 0.$$

Cette condition exprime donc que les quatre tangentes menées d'un même point aux coniques $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{F}_4$ forment un faisceau harmonique; or, elle indique précisément que le point (29) se trouve sur $\mathcal{H}$. Donc, *la conique $\mathcal{H}$ est le lieu des points tels que les tangentes menées par ces points aux coniques $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{F}_4$ forment un faisceau harmonique.*

On a ainsi, dans un cas particulier, la démonstration du théorème de von Staudt : Le lieu des points d'où les tangentes menées à deux coniques quelconques forment un faisceau harmonique, est une troisième conique.

Cette propriété et son corollaire, rencontré au n° **41**, forment les derniers énoncés du premier travail de von Staudt : *Ueber die Kurven II Ordnung.*

— 4° Lorsque la conique $\mathcal{F}_4$ se réduit à deux points, la propriété de la conique $\mathcal{H}$, par rapport à $\mathcal{C}_2$ et à $\mathcal{F}_4$ dégénérée, subsiste encore. Dans l'étude de l'involution I_1^5 (n° **34**), nous avons défini $\mathcal{H}$ comme étant le lieu de l'intersection de droites jacobiennes pivotant autour des points hessiens des formes f_3 et f_3'. Si la conique $\mathcal{F}_4$ est remplacée par ces deux points, nous avons cette propriété de l'involution cubique :

Deux côtés d'un triangle circonscrit à $\mathcal{C}_2$ et inscrit à la conique d'involution et les droites joignant l'intersection de ces

côtés aux points hessiens des formes f_3 *et* f'_3 *constituent un faisceau harmonique.*

43. En raisonnant comme nous l'avons fait pour la forme cubique, on trouverait que l'expression

$$(ab)^4 = a_0b_4 - 4a_1b_3 + 6a_2b_2 - 4a_3b_1 + a_4b_0 = 0,$$

quatrième transvection de deux formes biquadratiques égalée à zéro, exprime que les racines de l'équation $b_x^4 = 0$ *forment un quaterne de points de l'involution* I_3^4 *caractérisée par* $a_x^4 = 0$.

Elle marque aussi que *les points quadruples d'une involution* I_3^4 *et un quaterne quelconque de cette involution forment deux groupes de quatre points conjugués harmoniques du quatrième ordre.*

Car, si nous appelons λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 les racines de $a_x^4 = 0$ et μ_1, μ_2, μ_3, μ_4 celles de $b_x^4 = 0$, l'équation précédente n'est autre que l'équation de définition du rapport harmonique du quatrième ordre :

$$\frac{(\lambda_1 - \mu_2)(\lambda_2 - \mu_3)(\lambda_3 - \mu_4)(\lambda_4 - \mu_1)}{(\lambda_1 - \mu_1)(\lambda_2 - \mu_2)(\lambda_3 - \mu_3)(\lambda_4 - \mu_4)}$$

$$+ \frac{(\lambda_1 - \mu_3)(\lambda_2 - \mu_4)(\lambda_3 - \mu_1)(\lambda_4 - \mu_2)}{(\lambda_1 - \mu_1)(\lambda_2 - \mu_2)(\lambda_3 - \mu_3)(\lambda_4 - \mu_4)}$$

$$+ \frac{(\lambda_1 - \mu_4)(\lambda_2 - \mu_1)(\lambda_3 - \mu_2)(\lambda_4 - \mu_3)}{(\lambda_1 - \mu_1)(\lambda_2 - \mu_2)(\lambda_3 - \mu_3)(\lambda_4 - \mu_4)} = -1.$$

Lorsque l'on cherche la condition pour que les racines de $H_4 = 0$ forment un quaterne de l'involution I_3^4 déterminée par $f_4 = 0$, on trouve $J = 0$. Donc, si $J = 0$, les racines f_4 et de H_4 forment aussi une division harmonique de quatrième ordre.

Les racines de H_4 forment alors un couple de points doubles (n° **41**); celles de f_4 déterminent deux couples de l'involution I_1^2 dont les points doubles sont racines de H_4.

§ 2. — Système d'une forme biquadratique et d'une forme quadratique.

44. L'équation de la polaire d'un point (z'_1, z'_2, z'_3), par rapport à $\mathcal{F}_4$, est :

$$z_1 Z'_1 + 2z_2 Z'_2 + z_3 Z'_3 = 0.$$

Cette droite coupe $\mathcal{C}_2$ aux points racines de la forme quadratique :

$$x_1^2 Z'_1 + 2x_1 x_2 Z'_2 + x_2^2 Z'_3 = 0.$$

Or, si l'on a $f_4 \equiv a_x^4$ et si le point (z'_1, z'_2, z'_3) est le pôle $C(c_2, -c_1, c_0)$ de la forme $f_2 \equiv c_x^2$, l'équation précédente s'écrit :

$$(f_4, f_2)^2 \equiv (ac)^2 a_x^2 = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Donc, *les racines de la seconde transvection d'une forme biquadratique et d'une forme quadratique sont les intersections, avec $\mathcal{C}_2$, de la polaire, prise par rapport à la conique $\mathcal{F}_4$, du pôle de la forme quadratique.*

Le pôle de $(f_4, f_2)^2$ s'obtient en prenant, par rapport à $\mathcal{C}_2$, le pôle de la polaire de f_2 correspondant à $\mathcal{F}_4$; il s'obtient encore en recherchant le pôle, par rapport à $\mathcal{S}_4$, de la polaire de f_2 correspondant à $\mathcal{C}_2$. La polaire de cette forme peut se construire aussi facilement à l'aide de $\mathcal{F}_4$ et de $\mathcal{S}_4$.

Si, dans le raisonnement précédent, on remplace $\mathcal{F}_4$ par $\mathcal{H}$, on obtient les racines de :

$$(H_4, f_2)^2 = 0.$$

— L'équation (30) représente les éléments doubles de l'involution qui a pour équation :

$$(ac)^2 a_x a_y = 0.$$

C'est l'involution I_1^2 qui, correspondant à un couple donné, défini par $c_x^2 = 0$, dans une involution I_3^4. Ainsi donc, par les

constructions précédentes, au moyen des coniques $\mathcal{F}_4$ ou $\mathcal{S}_4$, nous avons résolu le problème dont la solution a été annoncée au n° **37**.

— L'involution du quatrième ordre et du second rang, I_2^4, est définie par les quaternes communs aux deux involutions I_3^4, correspondant à :

$$a_x a_y a_z a_u = 0,$$
$$b_x b_y b_z b_u = 0.$$

Lorsque deux éléments d'un quaterne de I_2^4 sont connus, ces équations déterminent, sans ambiguïté, le couple complétant ce quaterne.

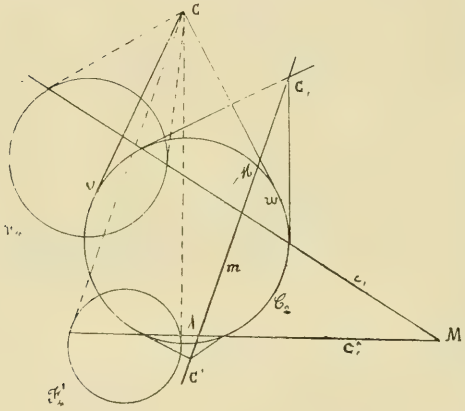


fig. 8

Supposons que les deux éléments connus sont les racines ν, ϖ de la forme c_x^2, dont le pôle est C (fig. 8) ; le couple complémentaire (λ, μ) sera alors défini par les deux équations :

$$(ac)a_x^2 = 0 ; \quad (bc)b_x^2 = 0.$$

On voit que ce couple est formé des éléments communs à deux I_1^2. Par ce qu'on a dit ci-dessus, on pourra construire les axes c_1, c_1', ou les points centraux, C_1, C_1', de ces involutions, si les deux I_3^4 sont déterminées par les coniques $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{F}_4'$. Le couple commun est donné (n° **6**) par le jacobien des formes ci-dessus : les points λ, μ sont, par conséquent, les intersections de la droite $(C_1 C_1') \equiv m$ avec $\mathcal{C}_2$, ou les points de contact des tangentes menées à $\mathcal{C}_2$ par le point $(c_1 c_1') \equiv M$.

La conique $\mathcal{S}_4$ pourrait donner des constructions corrélatives des précédentes.

45. Les autres covariants quadratiques du système se représentent facilement. Ainsi, les racines de

$$[f_2, (f_4, f_2)^2]^1 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

s'obtiennent en joignant le pôle de f_2 à celui de $(f_4, f_2)^2$, trouvé ci-dessus. Une construction analogue donne les racines des formes :

$$[f_2, (\mathrm{H}_4, f_2)^2]^1 = 0,$$
$$[(f_4, f_2)^2, (\mathrm{H}_4, f_2)^2]^1 = 0.$$

Celles de cette dernière sont les intersections, avec $\mathcal{C}_2$, de la polaire, par rapport à $\mathcal{C}_2$, du point commun aux polaires de f_2, relatives aux coniques $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{H}$.

46. Le jacobien de $f_4 \equiv a_x^4$ et $f_2 = c_x^2$ est la forme biquadratique :

$$(f_4, f_2)^1 \equiv (ac)a_x^3 c_x.$$

Il lui correspond (n° **40**) la conique $\mathcal{J}_4$ dont l'équation est :

$$\left.\begin{aligned} &(a_0c_1 - a_1c_0)z_1^2 + 2(a_1c_2 - a_3c_0)z_2^2 + (a_3c_2 - a_4c_1)z_3^2 \\ &\qquad + (a_0c_2 + 2a_1c_1 - 3a_2c_0)z_1z_2 \\ &+ (a_1c_2 - a_3c_0)z_1z_3 + (3a_2c_2 - 2a_3c_1 - a_4c_0)z_2z_3 = 0. \end{aligned}\right\} \quad (32)$$

Cette conique rencontre $\mathcal{C}_2$ en quatre points, racines du jacobien précédent.

Or, si l'on substitue aux variables les coordonnées du point C, l'équation (32) est vérifiée : la conique $\mathcal{J}_4$ passe donc par le pôle de c_x^2 (fig. 9).

Prenons maintenant la polaire, relative à cette courbe, du pôle de la seconde transvection de f_4 sur f_2, dont l'expression est (30). Nous constatons, par le calcul, qu'elle passe par le point C; il en résulte que la droite joignant les pôles de $(f_4, f_2)^2$ et f_2 est la tangente à $\mathcal{J}_4$ en ce dernier pôle; cette tangente est la polaire du covariant (31).

D'un autre côté, écrivons l'équation (32) en mettant en

facteurs les quantités c_0, c_1, c_2. Le coefficient de c_1, par exemple, peut s'écrire :

$$z_1(a_0z_1 + 2a_1z_2) - z_3(a_1z_3 + 2a_3z_2).$$

Il sera nul si les valeurs de z_1, z_2, z_3 satisfont à l'égalité :

$$\frac{z_1}{z_3} = \frac{a_1z_3 + 2a_3z_2}{a_0z_1 + 2a_1z_2}.$$

Les coordonnées des sommets A', B', C' du triangle autopolaire commun à $\mathcal{C}_2$ et à $\mathcal{F}_4$ vérifient cette relation.

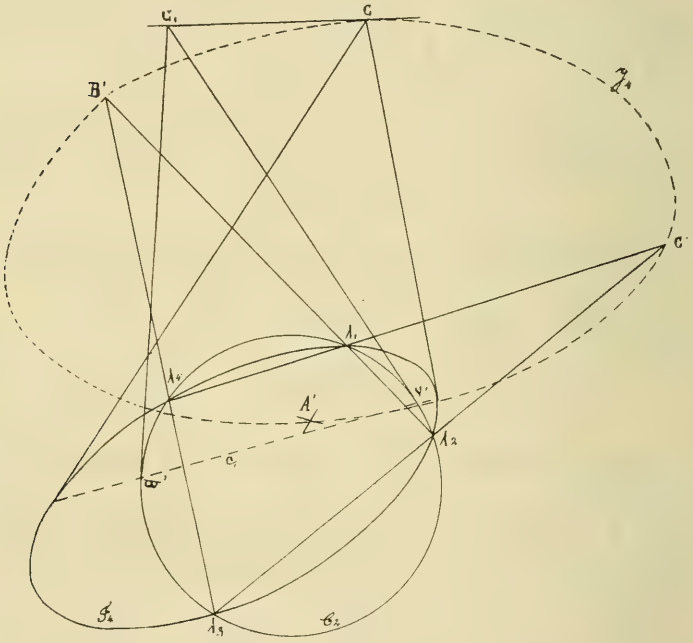


Fig. 9

Donc, *la conique jacobienne $\mathcal{J}_4$ d'une forme biquadratique et d'une forme quadratique passe par les sommets du triangle autopolaire relatif à la forme biquadratique et par le pôle de la*

forme quadratique, où elle est tangente à la droite jacobienne des formes f_2 *et* $(f_4, f_2)^2$.

Nous connaissons donc quatre points de la conique $\mathfrak{J}_4$ et la tangente en l'un d'eux. Cette conique pourra se construire si l'on connaît la conique $\mathfrak{F}_4$. Le problème de la détermination géométrique des racines du jacobien $(f_4, f_2)^1$ peut donc être regardé comme résolu.

— Si la fonction f_4 est telle que son pôle soit sur l'un des côtés, A'B' par exemple, du triangle A'B'C', la conique $\mathfrak{J}_4$ se réduit à deux droites. L'une d'elles est A'B'. Mais la polaire de f_2, par rapport à $\mathfrak{F}_4$, passe maintenant par C'; le pôle de cette droite, par rapport à $\mathfrak{C}_2$, est donc le pôle de f_2. D'ailleurs, la conique $\mathfrak{J}_4$, dégénérée, passe par les points A', B', C'; donc, la seconde droite qui la compose est la droite CC'. Dans ce cas, deux racines du jacobien coïncident avec deux racines du covariant T.

Si le pôle C de f_2 est un des sommets de A'B'C', la conique $\mathfrak{J}_4$ est formée des côtés de ce triangle qui aboutissent au sommet considéré. Les racines du jacobien sont alors quatre racines de T et sont conjuguées harmoniques du second ordre.

47. On vérifie aisément (n° **43**) que les racines du jacobien de f_4 et f_2 forment un quaterne de l'involution I_3^4, relative à $a_z^4 = 0$. On a, en effet,

$$[f_4, (f_4, f_2)^1]^4 = 0.$$

A toute fonction f_2 correspond une conique $\mathfrak{J}_4$. Par conséquent, *on peut construire une double infinité de quaternes de l'involution* I_3^4 *dont on connaît la conique* $\mathfrak{F}_4$.

Les intersections des côtés du triangle A'B'C', avec $\mathfrak{C}_2$ (racines de T = 0), forment trois quaternes de l'involution.

La conique $\mathfrak{J}_4'$, réciproque de $\mathfrak{J}_4$ par rapport à $\mathfrak{C}_2$, est tangente à la droite polaire de f_2 au point où cette polaire est coupée par celle du pôle de f_2, relative à la conique $\mathfrak{F}_4$; elle est tangente aussi aux côtés du triangle diagonal ci-dessus. Les tangentes communes à $\mathfrak{J}_4'$ et $\mathfrak{C}_2$ marquent, sur $\mathfrak{C}_2$, un quaterne de I_3^4.

48. Les raisonnements précédents s'appliquent au jacobien $(H_4, f_2)^1$. La conique correspondante passe par les sommets du triangle diagonal du quadrangle complet formé par les racines de $H_4 = 0$. Elle passe aussi par le pôle de f_2, où elle est tangente à la polaire de $[f_2, (H_4, f_2)^2]^1$.

Ils s'appliquent également aux formes

$$[f_4, (f_4, f_2)^2]^1, \qquad [H_4, (f_4, f_2)^2]^1.$$

Nous pouvons donc construire tous les covariants biquadratiques du système.

49. Les invariants s'interprètent facilement. On a d'abord

$$(f_4, f_2^2)^4 = 0, \qquad (f_4, f_2^2)^4 < 0, \qquad (f_4, f_2^2)^4 > 0,$$

selon que le pôle de f_2 est sur la conique $\mathcal{F}_4$, en dedans ou en dehors de cette courbe. De même, l'invariant

$$(a_0a_2 - a_1^2)c_2^2 + (a_0a_4 - a_2^2)c_1^2 + (a_2a_4 - a_3^2)c_0^2$$
$$- 2(a_0a_3 - a_1a_2)c_1c_2 - 2(a_1a_4 - a_2a_3)c_0c_1 + 2(a_1a_3 - a_2^2)c_0c_2$$

est nul, plus petit ou plus grand que zéro suivant que C est sur la conique $\mathcal{F}_4$, en dedans ou en dehors de cette courbe.

Nous montrerons (n° **54**) comment on peut trouver une équation unique représentant, à la fois, les trois côtés du triangle autopolaire commun par rapport aux coniques $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{F}_4$. Dans le premier membre de cette équation, substituons aux variables les coordonnées du pôle de f_2. Nous obtenons, ainsi, un invariant gauche du système de la quadratique et de la biquadratique. On voit que, si cet invariant est nul, le pôle de f_2 est sur l'un des côtés du triangle autopolaire; par suite, la polaire de f_2 passe par l'un des sommets de ce triangle.

§ 3. — Système d'une forme biquadratique et d'une forme linéaire.

50. Si la racine de $f_1 \equiv d_0x_1 + d_1x_2 \equiv d_x$ représente un point d'un quaterne de l'involution I_3^4, dont les points quadruples sont racines de $f_4 \equiv a_x^4 = 0$, les ternes complétant le quaterne appartiennent à l'involution I_2^3, dont l'équation est

$$(ad)a_xa_ya_z = 0.$$

On voit que les points triples de cette I_2^3 sont les racines de

$$(ad)a_x^3 = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

équation dont le premier membre est le jacobien de f_4 et f_1.

Considérons la forme

$$(f_4, f_1^2)^1.$$

D'après les numéros **40** et **46**, il lui correspond une conique passant par les sommets du triangle autopolaire commun aux coniques $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{C}_2$, que nous avons déjà rencontré; elle passe aussi par le point $f_1^2 = 0$ de $\mathcal{C}_2$, où elle a pour tangente la droite aboutissant au pôle, par rapport à $\mathcal{C}_2$, de la polaire de $f_1^2 = 0$, par rapport à $\mathcal{F}_4$. Les racines de la forme précédente sont les intersections de la conique correspondante et de $\mathcal{C}_2$.

Or, cette forme se décompose en deux facteurs :

$$(ad)a_x^3, \quad d_x;$$

l'une des intersections considérées représente donc le point f_1^2 de $\mathcal{C}_2$; les trois autres sont les racines du jacobien (33).

— *Nous avons ainsi construit les points triples de l'involution* I_2^3, *qui correspond à un élément donné dans une involution* I_3^4 *dont on connaît la conique* $\mathcal{F}_4$. Les quaternes de cette I_3^4, qui ont un élément commun, sont composés de cet élément et des ternes de l'involution I_2^3 que nous venons de déterminer.

51. L'involution du quatrième ordre et du premier rang, I_1^4, est définie par les quaternes communs aux trois involutions I_3^4 :

$$a_x a_y a_z a_u = 0,$$
$$b_x b_y b_z b_u = 0,$$
$$c_x c_y c_z c_u = 0.$$

A un élément donné, il correspond, par les équations précédentes, un seul terne de points qui complète le quaterne de l'involution I_1^4. Nous pouvons construire les quaternes de cette dernière, si nous connaissons les coniques $\mathcal{F}_4$, $\mathcal{F}'_4$, $\mathcal{F}''_4$ correspondant aux trois formes a_x^4, b_x^4, c_x^4.

En effet, soit $\frac{u_1}{u_2} = -\frac{d_1}{d_0}$ un élément donné. En substituant dans les équations ci-dessus, nous obtenons les équations de trois involutions I_2^3. Les points triples de celles-ci répondent à trois relations de la forme (33), dont nous pouvons construire les racines. La solution du problème actuel est ainsi ramenée à celle de la construction du terne commun à trois involutions I_2^3, dont on connait les points triples. Ce dernier problème a été résolu par M. C. Le Paige dans ses *Essais de Géométrie supérieure du troisième ordre*, page 84.

52. Soient $\frac{y_1}{y_2}$, $\frac{z_1}{z_2}$, $\frac{u_1}{u_2}$ les paramètres connus de trois points de $\mathcal{C}_2$. Considérons l'une quelconque de ces valeurs comme étant la racine, $\frac{u_1}{u_2}$, d'une forme linéaire.

Il nous sera facile, d'après le n° **50**, de déterminer, sur $\mathcal{C}_2$, les racines de la forme

$$a_u a_x^3 = 0,$$

que nous regarderons comme étant les points triples d'une involution I_2^3. Les valeurs $\frac{y_1}{y_2}$, $\frac{z_1}{z_2}$ peuvent maintenant être considérées comme étant les paramètres de deux points d'un terne de cette involution. Soit $\frac{x_1}{x_2}$ le paramètre du point qui complète le terne; les valeurs $\frac{x_1}{x_2}$, $\frac{y_1}{y_2}$, $\frac{z_1}{z_2}$ satisfont, dès lors, à l'égalité

$$a_u a_x a_y a_z = 0.$$

Le point $\frac{x_1}{x_2}$ complète donc le quaterne de l'involution I_3^4, dont on donne trois points $\frac{y_1}{y_2}$, $\frac{z_1}{z_2}$, $\frac{u_1}{u_2}$. Nous avons ainsi résolu le problème :

Connaissant la conique $\mathcal{F}_4$, relative à l'involution I_3^4, construire le point qui complète le quaterne de cette involution, dont on donne trois points.

53. Si la racine de $f_1 = d_0x_1 + d_1x_2 = 0$ est un point d'un terne de l'involution I_1^3 caractérisée par les dérivées premières, égalées à zéro, de f_4, les droites jacobiennes correspondantes sont :

$$\left.\begin{aligned}(a_0d_1 - a_1d_0)z_1 + 2(a_1d_1 - a_2d_0)z_2 + (a_2d_1 - a_3d_0)z_3 = 0,\\ (a_1d_1 - a_2d_0)z_1 + 2(a_2d_1 - a_3d_0)z_2 + (a_3d_1 - a_4d_0)z_3 = 0.\end{aligned}\right\} (34)$$

Elles définissent précisément, sur C_2, les racines des dérivées premières de (33). Ce résultat établit une relation entre une forme cubique et ses dérivées premières. Il montre aussi un rapport entre les dérivées premières d'une f_3 et d'une f_4.

— En joignant les pôles de droites (34), on obtient les racines de la forme :

$$\left.\begin{aligned}&[d_1^2(a_0a_2 - a_1^2) - d_0d_1(a_0a_3 - a_1a_2) + d_0^2(a_1a_3 - a_2^2)]x_1^2\\ &+ [d_1^2(a_0a_3 - a_1a_2) - d_0d_1(a_0a_4 - a_1^2) + d_0^2(a_1a_4 - a_2a_3)]x_1x_2\\ &+ [d_1^2(a_0a_3 - a_2^2) - d_0d_1(a_1a_4 - a_2a_3) + d_0^2(a_2a_4 - a_3^2)]x_2^2 = 0.\end{aligned}\right\} (35)$$

— La polaire du point $f_1^2 = 0$, de C_2, par rapport à $\mathcal{F}_4$, rencontre C_2 aux points racines de $(f_4, f_1^2)^2 = 0$, d'après le n° **44**. Ces racines sont les points doubles de l'involution I_1^2 qui, dans l'involution I_3^4, caractérisée par $a_x^4 = 0$, correspond au point double, racine de $f_1^2 = 0$.

Or, on peut écrire :

$$(f_4, f_1^2)^2 = d_1 \cdot \left(\frac{\partial f_4}{\partial x_1}, f_1\right)^4 - d_0 \cdot \left(\frac{\partial f_4}{\partial x_2}, f_1\right)^4.$$

On voit ainsi que la polaire de $f_1 = 0$, par rapport à $\mathcal{F}_4$, passe par le point de concours des droites (34).

Donc, *tout point de la conique* $\mathfrak{K}$ *est l'intersection des droites jacobiennes d'un point de* C_2 (n° **34**) *et de la polaire de ce point relative à* $\mathcal{F}_4$.

De là résulte aussi que les racines de $(f_4, f_1^2)^2 = 0$ sont conjuguées harmoniques du second ordre des racines de l'équation (35).

— Toutes les remarques précédentes peuvent s'appliquer à f_1 et au hessien H_4 de f_4.

§ 4. — Système de deux formes biquadratiques.

54. L'étude du système des deux formes $f_4 \equiv a_x^4$ et $f_4' \equiv b_x^4$ est liée à celle de l'involution I_2^4, dont les équations sont

$$a_x a_y a_z a_u = 0,$$
$$b_x b_y b_z b_u = 0.$$

Recherchons si une telle involution possède des groupes composés chacun d'un élément triple et d'un élément simple. Soit $\frac{x_1}{x_2}$ le paramètre d'un élément simple. Si nous posons $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$, les équations précédentes s'écrivent :

$$a_u a_x^3 = 0, \qquad b_u b_x^3 = 0;$$

en éliminant $\frac{u_1}{u_2}$, nous aurons l'équation jacobienne de f_4 et f_4' :

$$(ab) a_x^3 b_x^3 = 0.$$

Donc, *une involution* I_2^4 *possède six quaternes formés d'un élément triple et d'un élément simple; les paramètres des éléments triples sont les racines du jacobien des deux formes biquadratiques, correspondant aux équations de l'involution.*

— Si nous considérons l'involution I_2^4 à laquelle correspondent la forme f_4 et son hessien H_4, comme on a $T = (f_4, H_4)^1$, nous concluons :

Les racines du covariant T, *d'une forme* f_4, *représentent les*

éléments triples d'une involution I_2^4, *qui serait définie par* f_4 *et son hessien.*

— La polaire du point $(c_2, -c_1, c_0)$ par rapport à $\mathcal{C}_2$ a pour équation :

$$c_0 z_1 + 2c_1 z_2 + c_2 z_3 = 0.$$

En désignant par Z_{1a}, Z_{2a}, Z_{3a}, Z_{1b}, Z_{2b}, Z_{3b} ce que deviennent les dérivées $\frac{\partial}{\partial x_1^2}$, $\frac{\partial}{\partial x_1 \partial x_2}$, $\frac{\partial}{\partial x_2^2}$ de f_4 et f_4' quand on y fait la substitution (1), les équations des polaires du même point, par rapport aux coniques $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{F}_4'$, sont :

$$c_0 Z_{3a} - 2c_1 Z_{2a} + c_2 Z_{1a} = 0,$$
$$c_0 Z_{3b} - 2c_1 Z_{2b} + c_2 Z_{1b} = 0.$$

Le lieu des points dont les polaires, par rapport aux trois coniques $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{F}_4$, $\mathcal{F}_4'$ sont concourantes, a donc pour équation :

$$\begin{vmatrix} z_1 & -z_2 & z_3 \\ Z_{3a} & Z_{2a} & Z_{1a} \\ Z_{3b} & Z_{2b} & Z_{1b} \end{vmatrix} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

En général, on aurait le théorème : *Le lieu des points dont les polaires, par rapport à trois coniques données, sont concourantes, est une cubique.*

Si, dans l'équation (36), on fait la substitution (1), on obtient $(f_4, f_4')^1 = 0$.

Donc, *les racines du jacobien de* f_4 *et* f_4' *sont les intersections de la cubique* (36) *avec* $\mathcal{C}_2$. *Ce sont les points triples de* I_2^4.

— Pour obtenir le covariant T de f_4 (n° **38**), nous aurions pu rechercher les jacobiens des couples $\lambda_1\lambda_2$ et $\lambda_3\lambda_4$, $\lambda_2\lambda_3$ et $\lambda_1\lambda_4$, $\lambda_1\lambda_3$ et $\lambda_2\lambda_4$, et multiplier entre elles les formes quadratiques obtenues. Il résulte, de cette façon de procéder, que la cubique (36), dans le cas où les coniques $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{F}_4'$ sont les coniques $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{S}_4$, dégénère en le triangle autopolaire ABC. L'équation représentant à la fois les trois côtés de ce triangle correspond donc à (36), où les coefficients b sont devenus ceux de H_4.

— Des propriétés anologues à celles qui précèdent appar-

tiennent aux covariants (f_4, H_4'), $(f_4 H_4)^1$, $(H_4, H_4')^1$ et aux courbes correspondantes.

55. Dans l'involution I_2^4, le couple $\left(\frac{z_1}{z_2}, \frac{u_1}{u_2}\right)$ est indéterminé si l'on a :

$$\frac{a_0x_1y_1 + a_1(x_1y_2 + x_2y_1) + a_2x_2y_2}{b_0x_1y_1 + b_1(x_1y_2 + x_2y_1) + b_2x_2y_2} = \frac{a_1x_1y_1 + a_2(x_1y_2 + x_2y_1) + a_3x_2y_2}{b_1x_1y_1 + b_2(x_1y_2 + x_2y_1) + b_3x_2y_2}$$
$$= \frac{a_2x_1y_1 + a_3(x_1y_2 + x_2y_1) + a_4x_2y_2}{b_2x_1y_1 + b_3(x_1y_2 + x_2y_1) + b_4x_2y_2}.$$

En appelant $\frac{\lambda}{\mu}$ la valeur commune du rapport, on en déduit

$$\left.\begin{aligned} x_1y_1(a_0\mu - b_0\lambda) + (x_1y_2 + x_2y_1)(a_1\mu - b_1\lambda) + x_2y_2(a_2\mu - b_2\lambda) &= 0, \\ x_1y_1(a_1\mu - b_1\lambda) + (x_1y_2 + x_2y_1)(a_2\mu - b_2\lambda) + x_2y_2(a_3\mu - b_3\lambda) &= 0, \\ x_1y_1(a_2\mu - b_2\lambda) + (x_1y_2 + x_2y_1)(a_3\mu - b_3\lambda) + x_2y_2(a_4\mu - b_4\lambda) &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (37)$$

Ces équations seront compatibles, si l'on a

$$\begin{vmatrix} a_0\mu - b_0\lambda & a_1\mu - b_1\lambda & a_2\mu - b_2\lambda \\ a_1\mu - b_1\lambda & a_2\mu - b_2\lambda & a_3\mu - b_3\lambda \\ a_2\mu - b_2\lambda & a_3\mu - b_3\lambda & a_4\mu - b_4\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad . \quad . \quad (38)$$

Les valeurs de $\frac{\lambda}{\mu}$, substituées dans (37), fournissent, pour le couple $\left(\frac{x_1}{x_2}, \frac{y_1}{y_2}\right)$, trois valeurs distinctes. Donc, *il existe trois couples de l'involution* I_2^4 *tels que les éléments correspondants soient indéterminés ; ces couples sont les groupes neutres de l'involution* I_2^4.

— Le coefficient de μ^3 dans l'équation (38) est l'invariant J de f_4. La condition J = 0 annule une des racines $\frac{\lambda}{\mu}$; elle exprime aussi que les points centraux des involutions I_1^2, dérivées de f_4, sont en ligne droite.

Les rapports ci-dessus montrent, alors, que ces I_1^2 ont pour couple commun les intersections de cette droite avec C_2. Il est

aisé de voir, en se servant de $J = 0$, que cette droite correspond à la forme quadratique

$$(a_0a_2 - a_1^2)x_1^2 + (a_0a_3 - a_1a_2)x_1x_2 + (a_1a_3 - a_2^2)x_2^2 = 0,$$

hessien commun des dérivées du premier ordre de f_4.

Donc, *si les points quadruples de l'une des involutions* I_3^4, *définissant une* I_2^4, *forment une division harmonique, deux éléments neutres de cette* I_2^4 *sont les intersections, avec la conique fondamentale, de la droite hessienne commune aux dérivées du premier ordre de la forme* f_4, *définissant l'involution* I^4 *considérée.*

56. La condition (38) a une autre signification. Elle est, en effet, le discriminant, égalé à zéro, de la conique :

$$\mu\mathcal{F}_4 - \lambda\mathcal{F}'_4 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

Les valeurs de $\frac{\lambda}{\mu}$ *servant à définir les éléments neutres de* I_2^4 *sont celles pour lesquelles la conique* $\mu\mathcal{F}_4 - \lambda\mathcal{F}'_4 = 0$ *se ramène à deux droites.*

Si nous développons le discriminant de la conique (39), nous avons

$$J'\lambda^3 - (f_4, H'_4)^1\lambda^2\mu + (f'_4, H_4)^1\lambda\mu^2 - J\mu^3 = 0. \quad . \quad . \quad (40)$$

Appelons A_0, $-3A_1$, $3A_2$, $-A_3$ les coefficients de cette équation. On sait que la condition

$$\Delta = (A_0A_3 - A_1A_2)^2 - (A_1^2 - A_0A_2)(A_2^2 - A_1A_3) = 0$$

exprime que deux valeurs de $\frac{\lambda}{\mu}$ sont égales; deux couples de droites comprises dans l'équation (39) coïncident; les coniques $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{F}'_4$ se touchent en un point. Si l'on a $\Delta < 0$, l'équation (40) ayant alors ses racines réelles, les trois couples de droites représentés par (39) sont réels; les coniques $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{F}'_4$ ont quatre points communs réels ou imaginaires. Enfin, si $\Delta > 0$, l'équation (40) a une seule racine réelle, les coniques $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{F}'_4$ ont deux points communs réels et deux imaginaires.

Si trois des points d'intersection de $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{F}'_4$ coïncident, les trois couples de cordes d'intersection se confondent; l'équation (40) a trois racines égales et devient un cube. Les coniques $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{F}'_4$ sont donc osculatrices, si l'on a

$$\frac{5J'}{(f_4, H'_4)^4} = \frac{(f_4, H'_4)^4}{(f'_4, H_4)^4} = \frac{(f'_4, H_4)^4}{5J}.$$

— Voici, relativement à la signification des invariants du système de deux biquadratiques, quelques propositions pour la démonstration desquelles nous renverrons au *Traité de Géométrie analytique* (*Sections coniques*) de G. Salmon (Traduction de MM. H. Résal et V. Vaucheret, 1884, pp. 577 et suiv.).

1° *Lorsque la conique $\mathcal{F}'_4$ représente deux droites, ou, lorsque* $J = 0$, *la condition* $(f_4, H'_4)^4 = 0$ *exprime que l'intersection des droites est sur $\mathcal{F}_4$; la condition* $(f'_4, H_4)^4 = 0$, *que les deux droites sont conjuguées par rapport à $\mathcal{F}_4$.*

2° *Lorsque* $J' = 0$, *l'équation*

$$[(f'_4, H_4)^4]^2 + 4J \cdot (f_4, H'_4)^4 = 0$$

exprime qu'une des droites représentant $\mathcal{F}'_4$ est tangente à $\mathcal{F}_4$.

3° *L'invariant* $(f'_4, H_4)^4$ *est nul, lorsqu'un triangle quelconque, inscrit à $\mathcal{F}'_4$, est autopolaire par rapport à $\mathcal{F}_4$; il est encore nul quand tout triangle, circonscrit à $\mathcal{F}_4$, est autopolaire par rapport à $\mathcal{F}'_4$.*

4° Le *pôle d'un triangle,* par rapport à une conique, est le point de concours des droites joignant les sommets de ce triangle aux sommets correspondants de son triangle polaire, par rapport à cette courbe; l'*axe d'un triangle,* la droite qui passe par les intersections des côtés correspondants des mêmes triangles.

Lorsque $(f'_4, H_4)^4 = 0$, *le pôle, par rapport à $\mathcal{F}_4$ de tout triangle inscrit à $\mathcal{F}'_4$, est sur $\mathcal{F}'_4$; et l'axe, par rapport à $\mathcal{F}'_4$, de tout triangle circonscrit à $\mathcal{F}_4$, est tangent à $\mathcal{F}_4$.*

5° *Enfin, quand deux sommets d'un triangle circonscrit à $\mathcal{F}_4$ se trouvent sur $\mathcal{F}'_4$, il en est de même du troisième si l'on a :*

$$[(f'_4, H_4)^4]^2 + 4J \cdot (f_4, H'_4)^4 = 0.$$

Lorsque cette condition est remplie, tout triangle, circonscrit à la conique $\mathcal{F}_4$, est inscrit à la conique $\mathcal{F}'_4$.

57. Supposons connues les racines des dérivées premières de f_4 et f'_4 et considérons les involutions I_1^3 définies par :

1° $\dfrac{\partial f_4}{\partial x_1} = 0, \qquad \dfrac{\partial f'_4}{\partial x_2} = 0;$

2° $\dfrac{\partial f'_4}{\partial x_1} = 0, \qquad \dfrac{\partial f_4}{\partial x_2} = 0.$

Les coniques d'involutions, $\mathfrak{K}_1$ et $\mathfrak{K}_2$, correspondantes ont pour équations :

$$Z_{1a}Z_{3b} - Z_{2a}Z_{2b} = 0,$$
$$Z_{2a}Z_{2b} - Z_{3a}Z_{1b} = 0;$$

de sorte que la conique représentée par

$$Z_{1a}Z_{3b} - 2Z_{2a}Z_{2b} + Z_{3a}Z_{1b} = 0$$

passe par les intersections $\mathfrak{K}_1$ et $\mathfrak{K}_2$. Cette conique, S_4, rencontre C_2 aux points racines de la forme :

$$\frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1^2}\frac{\partial^2 f'_4}{\partial x_2^2} - 2\frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1 \partial x_2}\frac{\partial^2 f'_4}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_2^2}\frac{\partial^2 f'_4}{\partial x_1^2} = (f_4, f'_4)^2 \equiv (ab)^2 a_x^2 b_x^2.$$

— Les polaires d'un point (z'_1, z'_2, z'_3) par rapport aux coniques $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{F}'_4$ rencontrent C_2 aux points racines des formes quadratiques :

$$x_1^2 Z'_{1a} + 2x_1x_2Z'_{2a} + x_2^2 Z'_{3a} = 0,$$
$$x_1^2 Z'_{1b} + 2x_1x_2Z'_{2b} + x_2^2 Z'_{3b} = 0.$$

Ces quatre points formeront, sur C_2, une division harmonique, si l'on a (n° 8)

$$Z'_{1a}Z'_{3b} - 2Z'_{2a}Z'_{2b} + Z'_{3a}Z'_{1b} = 0;$$

c'est-à-dire si le point (z'_1, z'_2, z'_3) est sur la conique S_4.

Donc, *la conique* S_4, *correspondant à* $(f_4, f'_4)^2 = 0$, *est le lieu des points tels que leurs polaires par rapport aux coniques* $\mathcal{F}_4$ *et* $\mathcal{F}'_4$ *déterminent, sur* C_2, *une division harmonique.*

Ce théorème et son corrélatif peuvent être généralisés.

— La sécante

$$c_0 z_1 + 2c_1 z_2 + c_2 z_3 = 0,$$

à C_2, rencontre $\mathcal{F}_4$ et $\mathcal{F}'_4$ en des points dont les coordonnées, $\frac{z_1}{z_3}$, vérifient les équations :

$$z_1^2(a_0c_1^2 - 2a_1c_0c_1 + a_2c_0^2) - 2z_1z_3[a_1c_1c_2 - a_2(c_0c_2 + c_1^2) + a_3c_0c_1] + z_3^2(a_2c_2^2 - 2a_3c_1c_2 + a_4c_1^2) = 0,$$

$$z_1^2(b_0c_1^2 - 2b_1c_0c_1 + b_2c_0^2) - 2z_1z_3[b_1c_1c_2 - b_2(c_0c_2 + c_1^2) + b_3c_0c_1] + z_3^2(b_2c_2^2 - 2b_3c_1c_2 + b_4c_1^2) = 0.$$

Ces points formeront, sur la sécante considérée, une division harmonique, si l'on a

$$(a_0c_1^2 - 2a_1c_0c_1 + a_2c_0^2)(b_2c_2^2 - 2b_3c_1c_2 + b_4c_1^2) - 2[a_1c_1c_2 - a_2(c_0c_2 + c_1^2) + a_3c_0c_1][b_1c_1c_2 - b_2(c_0c_2 + c_1^2) + b_3c_0c_2] + (a_2c_2^2 - 2a_3c_1c_2 + a_4c_1^2)(b_0c_1^2 - 2b_1c_0c_1 + b_2c_0^2) = 0;$$

c'est-à-dire si le pôle $(c_2, -c_1, c_0)$ de cette sécante se trouve sur la conique S'_4, ayant pour équation :

$$z_1^2(a_0b_2 - 2a_1b_1 + a_2b_0) + z_2^2(a_0b_4 - 2a_2b_2 + a_4b_0) + z_3^2(a_2b_4 - 2a_3b_3 + a_4b_2) + 2z_2z_3(a_1b_4 - a_2b_3 - a_3b_2 + a_4b_1) + 2z_1z_3(a_1b_3 - 2a_2b_2 + a_3b_1) + 2z_1z_2(a_0b_3 - a_1b_2 - a_2b_1 + a_3b_0) = 0.$$

En général, on a le théorème : *Le lieu des pôles, par rapport à une conique, des droites qui rencontrent deux autres coniques données en quatre points formant sur cette droite une division harmonique, est une courbe du second ordre.*

La conique S'_4 rencontre C_2 aux points racines $(ab)^2 a_x^2 b_x^2$; les courbes C_2, S_4 et S'_4 appartiennent donc au même faisceau. D'ailleurs, l'équation de S_4 peut s'écrire :

$$S'_4 + (f_4, f'_4)^4 C_2 = 0.$$

Donc, *si* $(f_4, f'_4)^4 = 0$, *la conique* $(f_4, f'_4)^2 = 0$ *est telle que les polaires de ses points, relatives à* $\mathcal{F}_4$ *et* $\mathcal{F}'_4$, *déterminent sur* $\mathcal{C}_2$ *une division harmonique et que les polaires de ses points par rapport à* $\mathcal{C}_2$ *sont divisées harmoniquement par* $\mathcal{F}_4$ *et* $\mathcal{F}'_4$.

Quand $f_4 \equiv f'_4$, on a $\mathcal{S}_4 \equiv \mathcal{H}$, $\mathcal{S}'_4 \equiv \mathcal{G}_4$.

— Aux formes

$$(f_4, H'_4)^2, \quad (f'_4, H_4)^2, \quad (H_4, H'_4)^2$$

correspondent des remarques analogues aux précédentes.

§ 5. — Système d'une forme biquadratique et d'une forme cubique.

58. Considérons les racines de $f_3 \equiv b_x^3$ comme étant les paramètres de trois points d'un quaterne de l'involution I_3^4,

$$a_x a_y a_z a_u = 0,$$

dont les points quadruples sont racines de $f_4 \equiv a_x^4 = 0$. Le paramètre du point qui complète le quaterne est la racine de la forme linéaire

$$(f_4, f_3)^3 \equiv (ab)^3 a_x = 0.$$

Lorsque l'on connaît la conique $\mathcal{F}_4$, nous savons (n° **52**) qu'il est possible de construire le point qui complète le quaterne de l'involution I_3^4 dont on donne trois points. La racine de la forme précédente est donc obtenue géométriquement.

On construirait de même celle de chacune des formes :

$$(f_4, Q)^3, \quad (H_4, f_3)^3, \quad (H_4, Q)^3.$$

59. D'autres covariants ou invariants du système de f_4 et f_3 ont une signification géométrique qui découle de ce qui est exposé précédemment.

Ainsi, les racines des formes biquadratiques

$$(f_4, H_3)^4, \quad (H_4, H_3)^4$$

s'obtiendront par la construction indiquée au n° **46** ; celles des formes quadratiques

$$(f_4, H_3)^2, \quad (H_4, H_3)^2$$

par la règle du n° **44**.

Les invariants

$$(f_4, H_3^2)^4, \quad (H_4, H_3^2)^4$$

sont nuls, plus grands ou plus petits que zéro, selon que le point hessien de f_3 est sur la conique $\mathcal{F}_4$ ou $\mathfrak{H}$, en dehors ou en dedans de cette courbe (n° **49**).

60. La forme $(f_4, f_3)^2$ donne lieu à l'équation :

$$(ab)^2 a_x^2 b_x = (a_0 b_2 - 2a_1 b_1 + a_2 b_0)x_1^3 + (a_0 b_3 - 3a_2 b_1 + 2a_3 b_0)x_1^2 x_2 + (a_1 b_0 - 3a_2 b_2 + 2a_1 b_3)x_1 x_2^2 + (a_1 b_1 - 2a_3 b_2 + a_2 b_3)x_2^3 = 0.$$

Or, on a

$$[(f_4, f_3)^2, f_3]^3 = 0.$$

Donc, *les racines de la seconde transvection d'une forme biquadratique et d'une forme cubique déterminent un terne de points de l'involution* I_2^3 *définie par la forme cubique.*

La connaissance de deux racines de $(f_4, f_3)^2 = 0$ permet de déterminer, par conséquent, la troisième.

On a l'égalité

$$[(f_4, f_3)^2, Q]^3 = (f_4, H_3^2)^4.$$

Donc, *si le point hessien de* f_3 *est sur la conique* $\mathcal{F}_4$, *les racines de* $(f_4, f_3)^2$ *forment encore un terne de l'involution cubique relative à* $Q = 0$ (n° **59**).

— La tangente en un point $\frac{x_1}{x_2}$, de C_2, rencontre $\mathcal{F}_4$ en deux points, d'où nous menons les secondes tangentes à C_2. Soient $\frac{y_1}{y_2}, \frac{z_1}{z_2}$ les paramètres de celles-ci. On voit aisément que l'on a

$$2y_1 z_1 : -(y_1 z_2 + y_2 z_1) : 2y_2 z_2 = \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_2^2} : \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1 \partial x_2} : \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1^2}.$$

De sorte que l'équation du troisième ordre, qui a pour racines $\frac{x_1}{x_2}, \frac{y_1}{y_2}, \frac{z_1}{z_2}$, peut s'écrire :

$$(a_0x_1^3x_2 + 2a_1x_1x_2^2 + a_2x_2^3)X_1^3 + (a_0x_1^3 + 3a_2x_1x_2^2 + 2a_3x_2^3)X_1^2X_2$$
$$+ (a_1x_2^3 - 3a_2x_1^2x_2 - 2a_1x_1^3)X_1X_2^2 - (a_2x_1^3 + 2a_3x_1^2x_2 + a_1x_1x_2^2)X_2^3 = 0.$$

Ces racines sont conjuguées harmoniques du troisième ordre de celles de $f_3 = 0$, si la troisième transvection de f_3 sur le premier membre de l'équation précédente est nulle (n° **17**). Cette condition donne, précisément,

$$(ab)^2a_x^2b_x = 0.$$

Donc, *si en chaque racine de* $(f_4, f_3)^2 = 0$ *on mène une tangente à* C_2 *et les tangentes à* C_2 *par les intersections de la première avec la conique* $\mathcal{F}_4$, *les trois points de contact sont conjugués harmoniques du troisième ordre de racines de* f_3.

En outre, si $\frac{x_1}{x_2}$ est une racine de $(f_4, f_3)^2 = 0$, la relation

$$(b_0x_1 + b_1x_2)\alpha\beta + (b_1x_1 + b_2x_2)(\alpha + \beta) + (b_2x_1 + b_3x_2) = 0 \quad (41)$$

montre que les points de contact $\frac{y_1}{y_2}$ et $\frac{z_1}{z_2}$, ainsi que les deux autres racines de $(f_4, f_3)^2 = 0$, forment deux couples de l'involution I_1^2, correspondant à l'équation (41).

— Les covariants

$$(f_4, Q)^2, \quad (H_4, f_3)^2, \quad (H_4, Q)^2$$

pourraient donner lieu à des remarques analogues.

— Considérons les involutions I_2^3 dont les points triples sont racines de :

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_1} = 0, \qquad \frac{\partial f_4}{\partial x_2} = 0, \qquad f_3 \equiv b_x^3 = 0.$$

Dans les équations de ces involutions, regardons le produit des trois variables, la somme des produits deux à deux de ces variables et la somme des variables comme inconnues

distinctes et formons l'équation dont les racines sont les paramètres des points du terne commun à ces trois involutions.

Cette équation est

$$\begin{vmatrix} a_0x_1 + a_1x_2 & a_1x_1 + a_2x_2 & a_2x_1 + a_3x_2 \\ a_1x_1 + a_2x_2 & a_2x_1 + a_3x_2 & a_3x_1 + a_4x_2 \\ b_0x_1 + b_1x_2 & b_1x_1 + b_2x_2 & b_2x_1 + b_3x_2 \end{vmatrix} = 0.$$

Le premier membre est la forme que prend $(H_4, f_3)^2$ dans le cas où $I = 0$. Si donc les racines de f_4 marquent sur C_2 une division équianharmonique, on pourra construire les racines de la forme précédente ; elles composent le terne commun à trois involutions I_2^3. (Voir *Essais de Géométrie supérieure du troisième ordre*, par M. C. Le Paige, p. 84, pour la solution de ce dernier problème.)

TABLE DES MATIÈRES.

CHAPITRE Ier. — *Forme quadratique.*

Pages.

§ 1. Système fondamental 3

§ 2. Système de deux formes quadratiques et système d'une forme quadratique et d'une forme linéaire 6

CHAPITRE II. — *Forme cubique.*

§ 1. Système fondamental 11

§ 2. Système de deux formes cubiques 18

§ 3. Système d'une forme cubique et d'une forme quadratique 27

§ 4. Système d'une forme cubique et d'une forme linéaire 31

CHAPITRE III. — *Forme biquadratique.*

§ 1. Système fondamental 39

§ 2. Système d'une forme biquadratique et d'une forme quadratique. . 53

§ 3. Système d'une forme biquadratique et d'une forme linéaire. . . . 59

§ 4. Système de deux formes biquadratiques 62

§ 5. Système d'une forme biquadratique et d'une forme cubique . . . 69

FORME $o^3 = 103$

DANS

L'ÉPIDOTE D'ARENDAL

PAR

G. CESÀRO

CORRESPONDANT DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

FORME $o^3 = 103$

DANS

L'ÉPIDOTE D'ARENDAL

Le cristal présentant cette modification est assez volumineux; est formé principalement du prisme $b^1 b^{\frac{1}{3}} h^{\frac{1}{2}} = \bar{2}12$ aplati suivant une large base $p = 001$ parallèlement à laquelle on aperçoit un clivage net; on y constate, en outre, les formes $b^{\frac{1}{2}}(\bar{1}11)$, $m(110)$, $b^{\frac{1}{2}}(\bar{1}12)$ et, dans la zone parallèle à l'axe binaire, plus ou moins bien développées, les formes a^1, $a^{\frac{2}{3}}$, $a^{\frac{1}{2}}$, $o^{\frac{1}{2}}$, o^1.

La forme o^3, non citée par Des Cloizeaux, ni par Dana, constitue une facette assez développée et parfaitement miroitante, située entre o^1 et p, faisant un angle de 16°34′ avec cette dernière.

En partant des données de Des Cloizeaux :

$$mm = (110)(1\bar{1}0) = 110°4'$$
$$ph^1 = (001)(100) = 64°33'$$
$$e^1 e^1_{sur\,p} = (011)(0\bar{1}1) = 117°12',$$

on obtient :

$$\log a = 0{,}1996423, \qquad \log c = 0{,}2587148$$
$$po^3 = (001)(103) = 16°30'.$$

Entre o^1 et p, on connaît les formes $o^2 = 102$ et $o^5 = 105$, correspondant aux incidences :

$$po^2 = 22°32',5 \quad \text{et} \quad po^5 = 10°40'.$$

RECHERCHES

SUR

L'ANATOMIE DES FEUILLES

DANS LES

RENONCULACÉES

PAR

JULES GOFFART

DOCTEUR EN SCIENCES NATURELLES
LAURÉAT DU CONCOURS UNIVERSITAIRE

INTRODUCTION

« Je crois que, dans l'état actuel de la science, l'anatomie » comparée des végétaux exige la connaissance de la structure » dans toute l'étendue et à tous les âges de la plante. »

Cette réflexion par laquelle M. le professeur A. Gravis terminait un travail laborieux et approfondi sur les organes végétatifs de l'*Urtica dioica* (1) lui a été suggérée par les nombreuses variations que présentent ces organes dans le temps et dans l'espace. Elle constitue donc un appel adressé aux anatomistes pour les engager à abandonner l'ancienne pratique des coupes isolées, qui est encore trop en honneur de nos jours.

Dans la feuille surtout, on s'est généralement borné à l'étude de quelques niveaux plus ou moins bien déterminés. Ainsi, le pétiole a été sectionné en son milieu ou à son sommet, le limbe a été coupé transversalement en un endroit quelconque et, d'après ces quelques coupes, on a cru connaître l'anatomie de la feuille. On a même été plus loin : de ces études plus que superficielles, on a tiré immédiatement des caractères en vue d'une application directe à la botanique systématique.

Si les efforts de ces botanistes n'ont pas toujours obtenu le succès qu'ils avaient espéré, on n'est pas en droit de conclure que la morphologie interne ne puisse un jour venir en aide à la

(1) *Recherches anatomiques sur les organes végétatifs de l'*Urtica dioica L. (Mémoires couronnés et Mémoires des savants étrangers, t. XLVII, 1884.)

morphologie externe. La cause de l'échec réside uniquement dans l'imperfection des méthodes employées qui n'ont pas permis de saisir, avec une précision suffisamment rigoureuse, les relations existant entre les formes que nous distinguons à l'œil nu ou à la loupe et les détails d'organisation qui ne sont accessibles qu'à l'aide du microscope.

D'ailleurs, ne serait-il pas téméraire d'affirmer que l'anatomie générale a dit son dernier mot ? Avant de demander aux investigations anatomiques des caractères pouvant servir à la botanique systématique, ne convient-il pas de se livrer à une étude complète et approfondie des membres qui doivent être l'objet de ces investigations ?

« Tous les efforts du botaniste, dit Sachs, doivent tendre à » acquérir une connaissance exacte et parfaite de la structure » intérieure d'une plante dans son ensemble, de telle sorte que » son imagination seule puisse, au moment voulu, lui donner » une idée parfaitement nette de cette structure jusque dans ses » moindres détails. »

En m'inspirant de toutes ces idées, je me suis placé au point de vue de l'anatomie générale pour l'étude de la feuille, dans toute son étendue et à tous les âges, dans l'espace et dans le temps. On pourra, plus tard, s'assurer s'il y a possibilité d'appliquer le résultat de ces recherches à la botanique systématique, en ayant bien soin de multiplier les observations pour une même espèce et en tenant compte surtout des variations épharmoniques : étude de la feuille dans ses rapports avec le milieu ambiant.

C'est en vue de préparer déjà ce second point, que j'ai cru bon de porter mes investigations sur les espèces d'une même famille. J'ai choisi la famille des Renonculacées qui, on le sait, participe à la fois des Monocotylées et des Dicotylées par de nombreux

caractères, et qui présente un polymorphisme de l'appendice foliaire poussé excessivement loin. Je suis ainsi arrivé à grouper les genres d'après des caractères tirés de la feuille, dans le simple but toutefois de faciliter l'exposé de la matière. Il ne faut donc pas voir dans ce groupement un acheminement vers une réforme de la classification. De plus, ces groupes qui rayonnent autour d'un type décrit d'une manière approfondie, doivent se comprendre dans les limites des espèces étudiées.

J'ai cru devoir borner mes recherches à une seule famille, en examinant le plus grand nombre d'espèces possible. La recherche des types à décrire nécessite, en effet, de longs travaux préliminaires; l'organisation des feuilles dans une espèce ne peut souvent être exactement comprise que par la comparaison avec plusieurs espèces voisines. Il serait, en outre, bien difficile de tirer des conclusions de la comparaison de types choisis *a priori* et un peu au hasard dans les diverses familles végétales.

Une question se présente ici : Pour étudier *la feuille* d'une espèce végétale, quelle feuille choisira-t-on ? Nul n'ignore que, sur un même individu, on peut trouver de nombreuses formes très différentes l'une de l'autre. Je crois cependant que l'on peut se borner à étudier la feuille la plus complète, la plus grande, la plus développée, en un mot, ce que l'individu sait produire de mieux quand il végète dans les conditions ordinaires. Cette feuille, à l'état adulte, sera examinée dans toute son étendue. Pour la connaître à tous les âges, on étudiera l'organogénie dans le bourgeon, en choisissant l'époque la plus favorable. C'est la marche suivie dans ce travail. En plus, nous l'avons souvent étendue à toutes les formes de feuilles que l'on peut rencontrer chez un individu donné, spécialement en ce qui concerne les types choisis.

Afin d'éviter toute équivoque, disons dès maintenant que le

mot *feuille*, tel que nous l'employons, désigne toute dépendance latérale de la tige ayant une seule surface de symétrie et une croissance limitée. Ce membre appendiculaire présente des modifications adaptationnelles dont les principales sont : les feuilles végétatives, les feuilles bractéales, les feuilles souterraines, les feuilles pérulaires. Une feuille adulte complète comprend trois régions superposées : la gaine, le limbe, le pétiole.

La gaine est la région basilaire de la feuille; sa structure n'est pas constante à tous les niveaux. J'entends par là que les coupes successives ne sont pas superposables, n'étant pas toutes identiques. Il faut surtout considérer la gaine à deux époques bien distinctes où elle a deux fonctions différentes à remplir : dans le bourgeon, elle protège les feuilles plus jeunes; dans la feuille adulte, elle contribue avec le pétiole, par sa partie antérieure (1), à servir de support au limbe. Les caractères morphologiques de la gaine dans le bourgeon sont ordinairement différents de ces mêmes caractères dans la feuille adulte. La gaine se différencie de bonne heure et arrive à complet développement bien longtemps avant le limbe.

(1) Suivant l'exemple du savant professeur de Lille, M. C.-E. Bertrand (*Bulletin scientifique du département du Nord*, 2e série 1880, nos 2, 3 et 4), l'observateur est supposé dans l'axe de la tige, la tête vers le sommet végétatif, son plan médian coïncidant avec la surface de symétrie de la feuille et la face tournée vers cette feuille. Dès lors, une partie de la gaine est *antérieure*, devant l'observateur; une autre est *postérieure* quand la gaine atteint une insertion de 360°; enfin il existe des parties *latérales* à droite et à gauche de l'observateur.

Le pétiole et le limbe sont tout entiers *antérieurs*, devant l'observateur. On y reconnaîtra une face *interne*, plus fréquemment appelée face *supérieure*, à cause de la position qu'elle affecte ordinairement à l'état adulte, et une face *externe* ou face *inférieure*.

Le limbe est la région supérieure de la feuille. A l'état jeune, c'est tout ce qui surmonte la gaine; à l'état adulte, c'est tout ce qui surmonte le pétiole quand ce dernier ne fait pas défaut, ce qui est le cas le plus fréquent. Sa morphologie est éminemment variable. Le limbe se différencie après la gaine et toujours avant le pétiole.

Le pétiole est la région moyenne de la feuille. En règle générale, sa structure, en ce qu'elle a d'essentiel, est constante à tous les niveaux. Sa raison d'être est purement physiologique. C'est une région rétrécie, de croissance intercalaire tardive (1).

Quand une de ces trois parties manque dans la feuille, c'est généralement le pétiole. Dans plusieurs feuilles de nos Dicotylées à insertion étroite, la gaine à l'état adulte semble manquer.

Je me borne ici à ces quelques notions générales qui serviront à préciser, dès le début, le sens des mots le plus fréquemment employés dans le texte de ce mémoire. Ces notions seront confirmées et complétées par la suite. On remarquera que le sens du mot limbe, tel qu'il est établi plus haut, n'est pas celui qu'on lui reconnaît généralement. Van Tieghem (**31**), notamment, et d'autres encore, attribuent au mot limbe le sens d'une lame verte, aplatie, plus ou moins étalée. De Candolle (**2**) définit le limbe « la partie de la feuille ou de la foliole formée par l'épa- » nouissement des fibres ou, en d'autres termes, tout ce qui » dans la feuille n'est pas pétiole ». Ne semble-t-il pas résulter de cette définition qu'une feuille d'*Actaea*, par exemple, soit

(1) Les stipules sont généralement considérées comme formant une quatrième région de la feuille. M. Van Tieghem pourtant les considère comme « le résultat d'une ramification très précoce du pétiole ou du limbe », en d'autres termes, il les regarde comme « une première paire de folioles ».

J'aurai occasion de revenir sur ce point intéressant au cours du présent mémoire. (Voir notamment la note IV.)

formée d'un grand nombre de limbes? C'est à cause du peu de concordance qui existe entre les auteurs sur le sens de ce mot que j'ai été amené à en fixer plus nettement la compréhension. Et si l'on compare entre elles certaines feuilles, telles que feuilles de *Ranunculus acris, Trollius europaeus, Anemone alpina, Anemone nemorosa, Aquilegia vulgaris, Actaea spicata,* on sera naturellement forcé de désigner par un terme commun toute la région qui surmonte le pétiole. Le limbe peut être entier, denté, lobé ou profondément découpé; dans ce dernier cas, on doit y reconnaître un rachis primaire, parfois des rachis secondaires et plusieurs folioles. Dans aucun cas, le mot limbe ne me paraît devoir être employé comme synonyme de foliole. L'étude approfondie des diverses régions foliaires ne fait d'ailleurs que confirmer cette manière de voir, comme on pourra s'en convaincre plus loin.

Un mot maintenant à propos du parcours des faisceaux dans la feuille. Cette question a tout spécialement attiré mon attention; c'est d'ailleurs la moins étudiée jusqu'ici et par suite la plus mal connue. Cependant le système des faisceaux me paraît avoir en botanique au moins la même importance que le système circulatoire et même le système squelettique en zoologie. Néanmoins, la plupart des anatomistes se sont bornés à une coupe isolée, le plus souvent au milieu du pétiole. Tels sont Guillard, Cas. De Candolle, Marié, Chatin et beaucoup d'autres. Vesque lui-même, trop absorbé par les caractères purement histologiques, ne fait qu'effleurer la topographie des faisceaux dans la seule coupe qu'il pratique dans le pétiole. Cette négligence, de la part de ce botaniste, doit d'autant plus nous étonner que le système des faisceaux constitue dans la feuille le système le moins adaptable, et qu'il aurait pu trouver là de bons caractères au point de vue systématique. Dufour (**24**) a, en effet,

montré que tous les caractères histologiques de la feuille sont susceptibles de modifications sous l'influence des radiations lumineuses : dimension des feuilles en surface et en épaisseur, nombre des stomates, cellules épidermiques, cuticule, parenchyme palissadique, nombre et forme des vaisseaux, sclérenchyme, collenchyme, etc. Et il ajoute que si les faisceaux se modifient par suite d'une adaptation fixée et longue à un nouveau milieu, ces modifications en entraîneront d'autres, et l'on sera probablement en présence d'espèces en voie de formation !

Dans toutes mes recherches sur le parcours des faisceaux, j'ai suivi la méthode des coupes sériées depuis l'entre-nœud de la tige sous l'insertion de la feuille, jusque dans le limbe. Les coupes ont été fixées sur la lame par l'agar, d'après le procédé de M. le professeur Gravis (1). Quelquefois, la feuille éclaircie par la potasse ou l'eau de Javelle, peut suffire pour permettre de suivre le parcours des faisceaux. Il faut toutefois avoir soin, pour ce qui concerne la gaine et le pétiole, de s'assurer au préalable, par quelques coupes transversales, s'il n'y a pas eu dédoublement de certains faisceaux vers la face interne : le dédoublement rend absolument nécessaire la méthode des coupes sériées.

Ce mémoire comprend deux parties. La première est l'exposé de mes observations : toutes les plantes étudiées sont ramenées à huit groupes présentés dans l'ordre qui m'a paru le plus propre à faciliter la rédaction. Cette première partie est suivie de quelques notes critiques.

La seconde partie contient une discussion des faits au point de vue de l'anatomie systématique.

(1) Voir notes de technique micrographique dans les *Archives de l'Institut botanique de l'Université de Liége*, vol. I.

Une liste alphabétique des espèces étudiées et un résumé bibliographique sont annexés à l'ouvrage.

En terminant cette introduction, je suis heureux d'adresser ici à M. le professeur A. Gravis, mon savant maître, mes plus sincères remerciements pour les excellents conseils qu'il m'a sans cesse prodigués pendant tout le cours de mes recherches. Il a contribué pour une large part, ainsi que M. Crépin, directeur du Jardin botanique à Bruxelles, à me procurer les nombreux matériaux qui m'étaient nécessaires pour mener mon travail à bonne fin. Que ces messieurs veuillent bien recevoir l'expression de ma profonde reconnaissance.

RECHERCHES

SUR

L'ANATOMIE DES FEUILLES

DANS LES

RENONCULACÉES

PREMIÈRE PARTIE.

PLAN DE LA PREMIÈRE PARTIE.

Premier groupe : Type *Adonis autumnalis* L.
Genres : *Adonis, Garidella, Nigella, Ceratocephalus, Myosurus.*

Deuxième groupe : Type *Anemone nemorosa* L.
Genres : *Anemone, Hepatica, Eranthis, Aquilegia, Actaea, Cimicifuga, Thalictrum, Isopyrum.*

Troisième groupe : Type *Trollius europaeus* L.
Genres : *Aconitum, Delphinium.*

Quatrième groupe : Type *Caltha palustris* L.
Genres : *Ficaria, Oxygraphis.*

Cinquième groupe : Type *Helleborus fœtidus* L.
Genre : *Helleborus.*

Sixième groupe : Type *Pœonia officinalis* L.
Genre : *Pœonia.*

Septième groupe : Type *Clematis Flammula* L.
Genre : *Clematis.*

Huitième groupe : Types *Ranunculus Lingua* L., *R. aquatilis* L., *R. acris* L.
Genre : *Ranunculus.*
Notes critiques.

PREMIER GROUPE.

Type : ADONIS AUTUMNALIS L.

MODE DE VÉGÉTATION.

Plante annuelle, hétérophylle.

Au-dessus de ses cotylédons, elle forme une série de feuilles végétatives (5-8) de plus en plus développées. Les plus inférieures de cette série sont insérées à des nœuds très rapprochés; elles atteignent leur état adulte au printemps et sont déjà flétries à l'époque de la floraison. Cette série progressive est suivie d'une autre série (5 à 8) dont le métamorphisme est régressif.

La tige se termine par une fleur sous laquelle on observe deux ou trois bractées plus ou moins espacées.

Les rameaux feuillés portent des feuilles en série régressive, ainsi que des rameaux de troisième ordre et des bractées.

FEUILLE VÉGÉTATIVE.

A. **Organogénie**. — La jeune feuille débute par un bourrelet subannulaire, quelque peu interrompu dans la région postérieure; son insertion est donc sensiblement de 360° : c'est la *feuille primordiale* qui se différenciera plus tard pour devenir la feuille adulte.

Au tout premier stade, la feuille primordiale possède une activité de croissance répartie à peu près également sur tout le pourtour de son bord supérieur. Bientôt cette activité de croissance se localise : d'abord en un point médian antérieur où se développe un *mamelon* dont le sommet est le sommet du limbe adulte, plus tard en deux points latéraux qui donneront naissance aux deux dépendances latérales de la gaine ou lobes de la gaine.

Ces points végétatifs qui apparaissent sur la feuille primordiale sont des *points végétatifs primaires*. Le limbe qui s'est développé aux dépens d'un seul point végétatif primaire est dit limbe *monacrone* (1). Les points végétatifs primaires engendrent des *segments primaires*.

Au stade suivant, apparaissent *des points végétatifs secondaires*, ainsi qualifiés parce qu'ils se développent sur un mamelon primaire. Ils apparaissent sur les bords de ce mamelon et en ordre acropète. Ce sont donc les points secondaires les plus inférieurs qui naissent les premiers et qui se développeront le plus, en produisant des *segments secondaires* plus grands et à divisions plus nombreuses. Un limbe adulte porte cinq ou six paires de segments secondaires.

Le segment secondaire inférieur porte à son tour quatre ou cinq paires de *segments tertiaires* acropètes qui ont pris naissance sur le segment secondaire de la même manière que les segments secondaires sur le segment primaire.

Quand toutes les divisions du limbe sont ainsi formées à l'état embryonnaire, des régions de croissance intercalaire apparaissent en divers endroits pour disperser toutes ces divisions dans l'espace. C'est d'abord à la base du mamelon médian, sous les segments secondaires inférieurs : cette région s'étrangle et s'allonge pour devenir le *pétiole*. Puis, toujours en ordre acropète, successivement entre les divers segments secondaires, se forment d'autres régions d'étranglement plus ou moins allongées dont l'ensemble forme le *rachis primaire*. Des *rachis secondaires* se produisent de la même manière dans les segments secondaires.

Quant à la gaine, de très bonne heure l'activité de croissance se localise dans les régions latérales. Il se produit ainsi, de chaque côté du plan médian, un mamelon qui, en se développant, donne naissance à des lobes assez diversement divisés à l'état adulte (pl. I, fig. 1). Ces lobes sont d'ordre primaire et ont la même valeur organogénique que le limbe tout entier. La gaine est dite alors *auriculée* et les dépendances latérales sont des

(1) De μονος, un et ακρος, sommet.

auricules qui, dans le genre *Adonis*, sont généralement multifides (1).

La gaine ne suit pas entièrement le grossissement de la tige et, à l'état adulte, son angle d'insertion est réduit de moitié.

B. **Feuille adulte :**

1° Caractères extérieurs (fig. 1). — La feuille adulte se compose donc :

D'une gaine dont l'insertion est inférieure à 180° et pourvue de deux auricules multifides;

D'un pétiole assez allongé, demi-cylindrique et fortement canaliculé;

D'un limbe *monacrone composé* (2), constitué par un rachis primaire portant 5-6 paires de segments secondaires différenciés en ordre acropète.

Le segment secondaire inférieur est constitué par 4-5 paires de segments tertiaires entiers ou divisés, sessiles ou subsessiles sur les rachis secondaires.

2° Parcours des faisceaux (fig. 2). — Trois faisceaux sortent dans la feuille : un médian et deux latéraux; nous les représentons par

L M L.

Tout à la base de la gaine, les L donnent naissance à un marginal (représenté par *m*), qui bientôt se bifurque : une branche continue dans le pétiole, l'autre constitue le faisceau principal de l'auricule où il se ramifie.

A un niveau quelque peu supérieur, un nouveau faisceau naît des L : c'est un faisceau intermédiaire (représenté par *i*) qui parcourt le pétiole entre M et L. Dès lors la coupe typique du

(1) Nous verrons dans un instant d'autres feuilles d'*Adonis* où ces appendices prennent un plus grand développement et ont l'allure des autres segments du limbe. Dès lors, il devient difficile et en tout cas fort inutile de les distinguer de ces autres segments, et par conséquent de leur réserver une appellation spéciale. (Voir note IV.)

(2) Voir note VII.

pétiole comprend sept faisceaux disposés en arc à convexité externe. Cette coupe peut se représenter par la formule (fig. 3)

m L *i* M *i* *m*.

Cette structure est constante à tous les niveaux, si l'on ne tient pas compte des anastomoses obliques échangées entre ces faisceaux, çà et là et irrégulièrement. Ces anastomoses ne sont d'ailleurs ici que des rameaux de dérivation parcourant le tissu fondamental et de fort peu d'importance.

Le M va jusqu'au sommet du limbe; c'est le faisceau le plus fort et celui qui va le plus loin.

Les faisceaux L parcourent le rachis médian, tendant à converger vers le M et allant se perdre dans les anastomoses qui se trouvent à la base des segments secondaires supérieurs.

Les faisceaux *i* et *m* ne dépassent pas le niveau des segments secondaires inférieurs.

Chaque segment secondaire reçoit trois faisceaux : le principal de ces trois faisceaux est constitué par une branche insérée sur le faisceau L. Ces trois faisceaux parcourent le rachis secondaire en envoyant le même nombre de ramifications dans les rachis tertiaires. On retrouve encore le même nombre au sommet de chaque foliole (fig. 4).

3° Histologie :

a) *Pétiole.* Au milieu du pétiole (fig. 5), le faisceau M se compose d'un B_1 formé de quelques trachées écrasées et d'autres plus nombreuses qui ne le sont pas, toutes dispersées parmi des fibres primitives (1) non différenciées; d'un B_2 constitué par des trachéides étroites; d'une couche cambiale plus ou moins arquée; d'un liber; de quelques éléments sclérifiés extralibériens à parois peu épaisses.

Les faisceaux L présentent un facies analogue, mais sont un peu plus grêles. Les fibres extralibériennes peuvent manquer.

(1) C'est ainsi que M. Bertrand nomme les cellules procambiales du faisceau, qui ne sont pas différenciées. — B_1 désigne le bois primaire, B_2 le bois secondaire, *Tf.* le tissu fondamental.

Les faisceaux *i* et *m*, beaucoup plus grêles encore, n'ont pas de fibres sclérifiées.

Le *Tf.* lacuneux et chlorophyllien, surtout vers la face externe, présente une cavité centrale entre le faisceau M et la face interne. Pas de collenchyme.

L'épiderme présente des cellules allongées, presque toutes rectangulaires sur leur paroi extérieure. Celle-ci, légèrement cutinisée, est sillonnée de faibles striations longitudinales sur la face externe du pétiole. Stomates. Poils très rares.

b) *Gaine.* Rien de particulier.

c) *Limbe.* Les rachis ont une structure qui rappelle celle du pétiole; il en est de même des nervures.

Les extrémités des segments sont ordinairement parcourues par trois petits faisceaux qui se rejoignent au sommet. Ces faisceaux, réduits à un petit nombre d'éléments, toujours sans sclérenchyme, n'offrent rien de bien particulier. Ils occupent le milieu du mésophylle (1).

Ce dernier (fig. 6) est nettement bifacial et présente un parenchyme palissadique formé de cellules non contiguës (fig. 7), séparées par de larges méats, de cinq à six fois plus longues que larges. Les palissades sont simples ou rameuses; ces dernières ont leurs branches parfois très écartées. Le parenchyme

(1) Par *mésophylle*, j'entends ici le *Tf.* du limbe, abstraction faite des nervures et des rachis, en d'autres termes, ce qui comprend généralement le parenchyme ou mésophylle palissadique interne (supérieur) et le mésophylle spongieux externe (supérieur).

Au point de vue de la bifacialité et de l'équifacialité, il y a lieu de distinguer si elle porte sur le mésophylle ainsi limité, sur l'épiderme ou sur les deux à la fois. Certaines feuilles peuvent en effet avoir un *Tf.* bifacial et un épiderme équifacial. Je ne tiens pas compte des poils ni des stomates pour établir si un épiderme est bifacial, équifacial ou subéquifacial.

Quant aux *nervures*, il n'y a pas souvent de caractères particuliers à signaler. Ce n'est en somme que la continuation des rachis et par conséquent du pétiole; les caractères de ce dernier s'étendent dans les nervures jusqu'à une hauteur qu'il n'est guère facile de délimiter en ce qui concerne les faisceaux, le *Tf.* et l'épiderme.

spongieux est assez dense et constitué par des cellules peu rameuses (fig. 8).

L'épiderme (1) est équifacial (fig. 7 et 8), formé de cellules sinueuses toutes allongées dans le sens de l'axe du segment, à parois sensiblement plus épaisses à la face interne.

Stomates de la forme renonculacée (Vesque) ordinaire, sans cellules annexes, sur le pétiole, à la face externe du limbe et sur les bords de la face interne. Vers les extrémités des *segments*, les stomates existent sur les deux faces.

Sur le limbe, ils sont saillants : les cellules de bordure ou cellules stomatiques ont leurs parois fortement épaissies et cutinisées. Elles sont garnies vers l'extérieur de deux arêtes saillantes, se présentant sous forme de petites cornes sur la section transversale et limitant une antichambre stomatique bien constituée. Au contact des cellules de bordure, les cellules épidermiques péristomatiques présentent des sinuosités plus prononcées, visibles par transparence sous les cellules de bordure (fig. 8).

Poils dimorphes : les uns sont faiblement claviformes, courts, à membrane mince (*Drüsenhaaren*, des auteurs allemands); les autres sont cylindriques, allongés, rubanés, à membrane mince et sommet tronqué (*Deckhaaren*). Tous sont délicats et caducs. On les observe çà et là; ils sont d'ailleurs peu nombreux.

Les feuilles végétatives inférieures offrent ceci de particulier, que la gaine n'est jamais auriculée; elle est dite *simple* ou *non auriculée*, c'est-à-dire apparaissant comme une sorte d'élargissement court et triangulaire à la base du pétiole. Parfois cependant cette gaine s'élargit quelque peu et devient faiblement *ailée* sur les bords.

Le pétiole est allongé, plus grêle, et parcouru par trois ou cinq faisceaux. Le limbe est plus étroit, à segments secondaires acropètes, comme dans la feuille végétative la plus complète ou feuille principale.

(1) L'épiderme dont il s'agit ici, dans le limbe, est donc l'épiderme du mésophylle.

Une des feuilles végétatives supérieures, appartenant à la série régressive, présente une conformation assez différente (fig. 9). A mesure que l'on s'élève le long de la tige, on remarque que le pétiole devient de plus en plus petit, au point de devenir nul, tandis que les dépendances latérales de la gaine prennent plus de développement. Il en résulte que les segments secondaires inférieurs sont ainsi rapprochés de ces dépendances ou auricules.

L'examen du parcours des faisceaux nous montre le faisceau principal du segment secondaire inférieur, marqué α dans les figures 9 et 10, comme étant une dépendance du faisceau L (fig. 10), au même titre que celui qui lui correspond dans la feuille végétative principale (fig. 2).

La feuille de la figure 9 ne diffère en réalité de la feuille de la figure 1 que par l'absence de croissance intercalaire entre la gaine et les segments secondaires inférieurs.

Quelle que soit la hauteur où l'on considère la feuille sur la tige, le nombre de faisceaux qui pénètrent à la base de la gaine paraît être constant; c'est toujours trois.

Les caractères histologiques n'offrent rien de particulier.

FEUILLE BRACTÉALE OU BRACTÉE.

Je réserve le nom de feuille bractéale, ou plus ordinairement *bractée*, aux deux ou trois petites feuilles qui se trouvent sous la fleur et qui continuent vers le haut la série régressive des feuilles végétatives. Elles diffèrent de ces dernières en ce qu'elles sont plus petites, et qu'aucun bourgeon ne s'est développé à leur aisselle. Elles offrent exactement la même configuration que la feuille végétative supérieure décrite plus haut (fig. 9). Rien de particulier à signaler concernant leurs caractères histologiques.

GENRE *ADONIS*.

A. æstivalis L. — **A. flammeus** Jacq.

Ces deux espèces présentent une ressemblance si complète avec l'*Adonis autumnalis*, qu'aucun caractère de morphologie

interne ou externe, tiré de l'appendice foliaire, ne permet de les distinguer : l'hétérophyllisme est le même, le parcours, le nombre des faisceaux, le mésophylle, les particularités relatives aux stomates et le dimorphisme des poils sont identiques. Ceux-ci, surtout les poils rubanés, persistent davantage et sont plus nombreux sur les feuilles inférieures.

A. Volgensis Stev.

Espèce vivace. Chaque pousse porte une série de feuilles nettement progressive, suivie de quelques autres faiblement régressives. La feuille végétative la plus complète est représentée par la figure 11.

Au premier stade, le limbe se développe par plusieurs points végétatifs : un *médian* et deux *latéraux*. Il y a en outre deux points *marginaux*, destinés à former deux segments que l'on peut considérer ou bien comme les homologues des dépendances latérales multifides de la gaine dans l'*A. autumnalis*, ou bien comme des segments marginaux du limbe. A la suite d'une croissance intercalaire, le segment médian et les segments latéraux du limbe sont soulevés séparément par un rachis primaire médian et deux rachis primaires latéraux. Les segments marginaux sont aussi quelque peu rachidés.

Le pétiole est nul, ce terme étant exclusivement réservé au support d'un limbe non découpé, ainsi qu'au support commun des divers segments d'un limbe découpé.

Contrairement à celle de l'*A. autumnalis*, la feuille végétative de l'*A. Volgensis* possède donc une gaine courte, élargie, surmontée d'un limbe sessile et polacrone (1), à cinq segments primaires rachidés :

m L M L *m*.

(1) De πολυ, beaucoup, et ακρος, sommet. Le limbe de ces feuilles se développe donc aux dépens de plusieurs points végétatifs primaires.

Il faut bien noter que le polacronisme des *Adonis* n'est pas le même que celui que nous rencontrerons plus loin chez le *Trollius* et les genres voisins. Ici le limbe polacrone est combiné avec l'absence de pétiole; c'est ce qui explique l'indécision concernant les segments marginaux.

Elle reçoit de la tige cinq faisceaux (fig. 12) :

L *i* M *i* L.

Quant aux caractères histologiques, il faut surtout signaler, dans le limbe, un mésophylle bifacial (fig. 13) : cellules palissadiques, toutes simples, à peine deux fois plus longues que larges, séparées par d'étroits méats peu distincts (1), parenchyme spongieux dense. Épiderme à cellules sinueuses, un peu allongées, à la face interne seulement (fig. 14). A la face externe (fig. 15), des stomates non saillants et des poils rares, dimorphes, comme chez l'*Adonis autumnalis*.

Les cellules épidermiques qui constituent le bord des folioles ont leur paroi extérieure faisant une saillie assez prononcée vers le dehors et plus fortement épaissie dans la partie bombée (fig. 16). Elles rappellent les dents de certaines feuilles de Mousses.

Les feuilles du bas de la pousse sont réduites à une gaine large très développée, ovale-lancéolée. Plus haut cette gaine apparaît surmontée d'un petit limbe (fig. 17), où l'on reconnaît déjà les divers segments du limbe de la feuille végétative.

Elle reçoit de la tige sept faisceaux (fig. 18) :

m L *i* M *i* L *m*.

Les feuilles de la région supérieure ressemblent à la feuille végétative décrite plus haut; elles sont seulement plus réduites.

A. vernalis L.

Espèce vivace présentant le même hétérophyllisme que l'*A. Volgensis*.

La feuille végétative la plus complète (fig. 19) rappelle celle de l'*A. Volgensis* : son limbe est sessile et polacrone, mais composé de sept segments primaires rachidés :

m' *m* L M L *m* *m'*.

(1) Visibles seulement sous l'épiderme de face (fig. 14).

Cette feuille reçoit de la tige cinq faisceaux (fig. 20):

m L M L *m*.

On remarquera ici la présence de deux faisceaux *m* et l'absence des deux faisceaux *i*.

Le mésophylle, l'épiderme, les stomates et les poils sont les mêmes que chez l'*A. Volgensis*. Les cellules épidermiques marginales, toutefois, ne présentent pas de saillies vers le dehors; leurs parois sont droites.

Les feuilles de la région inférieure ont une large gaine, et un rudiment de limbe comme dans l'*A. Volgensis*.

En résumé, le genre *Adonis* est caractérisé :

1° Par l'hétéromorphisme de ses feuilles qui sont, ou bien pétiolées, avec un limbe monacrone composé de segments secondaires rachidés, et une gaine simple, ailée ou auriculée, ou bien sessiles avec un limbe polacrone composé de 5-7 segments primaires rachidés;

2° Par la multipartition des segments du limbe et des auricules quant elles existent;

3° Par la bifacialité du mésophylle;

4° Enfin par le dimorphisme et le petit nombre des poils.

Deux groupes :

1) Feuilles inférieures pétiolées, à gaine simple ou faiblement ailée, à limbe bien développé. Palissades non rameuses et quelques-unes rameuses. Stomates saillants.

Espèces annuelles : *A. autumnalis* L., *aestivalis* L., *flammeus* Jacq.

2) Feuilles inférieures sessiles, à gaine large, à limbe rudimentaire. Palissades toutes simples. Stomates non saillants.

Espèces vivaces :

a) Cellules épidermiques marginales, à paroi extérieure bombée : *A. Volgensis* Stev.

b) Cellules épidermiques marginales, à paroi extérieure droite : *A. vernalis* L.

GENRE *GARIDELLA*.

G. Nigellastrum L.

Plante annuelle hétérophylle.

La feuille végétative la plus complète (fig. 21) possède un limbe monacrone pétiolé, composé de 5-6 paires de segments secondaires, les deux ou trois paires inférieures multifides sont à peu près d'égale importance; la gaine est non ailée et non auriculée.

Parcours. — Le parcours des faisceaux est le même que chez *A. autumnalis* (fig. 22). La formule à la base de la gaine est

L M L

et devient

m L *i* M *i* L *m*

au milieu du pétiole où les faisceaux sont disposés sur un arc à convexité externe (fig. 23). On remarquera (fig. 22) que les faisceaux *i* se continuent dans le rachis primaire, jusqu'au niveau de la troisième paire de rachis secondaires (γ) qui sont aussi développés que ceux de la première paire.

Histologie. — Dans le pétiole, le collenchyme est localisé en cinq massifs sous-épidermiques (fig. 23), dont trois en face des faisceaux LML et deux dans les arêtes. Les massifs de sclérenchyme extralibériens ne sont pas adhérents au liber. Le parenchyme chlorophyllien est nettement limité du parenchyme incolore (fig. 23). La cuticule est finement striée.

Dans le limbe, le mésophylle est bifacial (fig. 24) et les cellules palissadiques, rameuses ou non rameuses, ne sont pas partout contiguës.

L'épiderme est équifacial, à cellules sinueuses (fig. 25), à membranes minces et faiblement cutinisées. Sur les bords du limbe, les cellules épidermiques, fortement cutinisées, se présentent sous l'aspect de petites dents saillantes (fig. 26).

Stomates sur les deux faces, plus nombreux à la face externe, à peine saillants (fig. 24).

Poils courts, claviformes, caducs; à l'état adulte de la feuille, ils sont presque tous tombés (1).

GENRE *NIGELLA*.

N. Damascena L. et **N. hispanica** L.

Espèces annuelles, hétérophylles.

La feuille végétative diffère peu de celle de la Garidelle (2); les formules de parcours pour la gaine et le pétiole sont les mêmes.

Histologie. — Dans le pétiole (fig. 27 et 31), les massifs libériens sont très petits, parfaitement arrondis sur la coupe transversale et entourés par des arcs épais de sclérenchyme qui leur sont adhérents.

Il y a généralement des massifs de collenchyme sous-épidermiques en face des faisceaux LML; ils manquent dans les arêtes. Parenchyme chlorophyllien bien distinct du parenchyme incolore.

Dans le limbe, mésophylle bifacial (fig. 28); les cellules palissadiques sont oblongues, rameuses ou non rameuses, ou irrégulières.

Épiderme équifacial (fig. 29); des saillies cellulaires sur les bords du limbe (fig. 30 et 32) et aussi sur la nervure principale (fig. 28), à la face externe.

Stomates sur les deux faces, peu nombreux à la face interne. Poils peu allongés, subcylindriques, arrondis au sommet et à membranes assez épaisses, très peu nombreux, persistants, surtout à la face interne du pétiole.

(1) Sur les feuilles inférieures, on trouve aussi quelques poils rubanés, caducs, analogues à ceux de l'*A. automnalis;* mais ils sont très rares.

(2) La *N. integrifolia* Reg. possède un limbe monacrone, sans segments secondaires, parfaitement entier.

GENRE *CERATOCEPHALUS*.

C. falcatus Pers.

Plante annuelle hétérophylle.

Les feuilles sont petites, étroites. La gaine est non ailée et peu distincte du pétiole, qui est court. Le limbe est allongé, étroit, linéaire, plus souvent irrégulièrement ramifié dans sa région supérieure (fig. 33, 34, 35, 36). Il est monacrone; des points végétatifs secondaires apparaissent, souvent sans aucune symétrie, sur le segment primaire, pour donner naissance aux diverses ramifications du limbe.

Parcours. — Un ou trois faisceaux passent de la tige dans chaque feuille; quand il n'y a qu'un seul faisceau, les deux L se détachent du M dès l'extrême base du pétiole. Dans le pétiole, ils échangent entre eux quelques fines anastomoses.

Histologie. — Les faisceaux sont formés d'éléments ligneux et libériens peu nombreux. Pas de sclérenchyme ni de collenchyme (fig. 37). Le mésophylle est nettement bifacial (fig. 38) : palissades bien développées avec larges méats; cellules du parenchyme spongieux peu rameuses et très allongées dans le sens de de l'axe de la feuille.

Épiderme équifacial à cellules sinueuses allongées avec parois minces. Pas de saillies cellulaires sur les bords du limbe. Sinuosités peu prononcées autour des stomates.

Stomates sur les deux faces, non saillants.

Poils excessivement longs, unicellulaires, grêles, persistants, à membrane assez épaisse.

GENRE *MYOSURUS*.

M. minimus L.

Plante annuelle, hétérophylle.

Les feuilles végétatives de la plante adulte sont petites, étroites, linéaires, quelque peu élargies dans leur région supé-

rieure; le sommet est obtus et arrondi (fig. 40). Il y a néanmoins une gaine, un pétiole et un limbe distincts (fig. 41, 42 et 43), mieux caractérisés encore dans les feuilles inférieures qui ont disparu quand la plante est adulte (fig. 44).

Parcours. — C'est un type parfait de feuille monacrone simple : les trois faisceaux LML convergent vers le sommet du limbe (fig. 45). Quelques ramifications existent seulement dans le limbe.

Histologie. — Les faisceaux sont constitués par un petit nombre d'éléments ligneux et libériens. Dans la gaine, ils sont généralement entourés par un étui de cellules sclérifiées (fig. 42.). Dans le pétiole (fig. 46) les éléments sclérifiés sont répartis en un arc interne et un arc externe en dehors desquels existe en outre une assise à plissements plus ou moins bien visibles suivant le niveau.

Dans le limbe, les cellules sclérifiées ont disparu, et les plissements de l'assise qui entoure le faisceau n'existent plus que faiblement (fig. 47). Autour, le mésophylle est à peu près homogène, partout lacuneux; pas de palissades; les corps chlorophylliens sont surtout répandus dans les cellules situées sur les deux bords de la feuille, donc en dehors des faisceaux L. Épiderme équifacial, formé de cellules allongées, à parois minces et presque droites (fig. 48).

Stomates ordinaires.

Je n'ai pas vu de poils sur la feuille adulte ni dans le bourgeon de la plantule.

DEUXIÈME GROUPE.

Type : ANEMONE NEMOROSA L.

MODE DE VÉGÉTATION (1).

Au printemps, sur les rhizomes rameux de l'*A. nemorosa,* on trouve des feuilles souterraines, des feuilles végétatives dressées à pétiole et à limbe aériens, ainsi que des tiges florifères munies d'un involucre bractéal ou calicule. Il y a des rhizomes fertiles et d'autres stériles, c'est-à-dire dépourvus de tige florifère.

Dès la fin d'octobre et en novembre, près de l'extrémité du rhizome fertile, on remarque deux, beaucoup plus rarement trois feuilles souterraines étalées, plus grandes que les autres (fig. 49). Ce sont les feuilles périulaires du bourgeon à fleur; elles protègent la jeune hampe florale qui est terminale. Le bourgeon axillaire de la feuille périulaire inférieure n'est alors pas développé, ou bien il montre simplement une préfeuille. Celui de la feuille périulaire supérieure est en voie de développement et porte deux ou trois feuilles végétatives à l'état jeune. Ce dernier bourgeon continuera le rhizome pendant que l'extrémité florifère sortira de terre : ce rhizome est donc sympodique.

A la même époque, près de l'extrémité du rhizome stérile, se forment deux feuilles périulaires recouvrant deux ou trois feuilles végétatives en formation. Ces dernières une fois produites, le rhizome continuera à pousser, même pendant l'hiver, et surtout le printemps et l'été de l'année suivante, en ne donnant que des feuilles souterraines. Au printemps, nous retrouvons, en effet, ces feuilles végétatives insérées à une certaine distance du sommet, distance qui ne fait qu'augmenter pendant tout le courant de l'année. Ce rhizome n'est donc pas, en cet endroit, sympodique.

Des bourgeons peuvent aussi se développer sur le rhizome à l'aisselle des feuilles souterraines. Dans ce cas, ces rameaux sont toujours stériles, du moins la première année. Ils se composent alors d'une préfeuille, de deux feuilles périulaires, de deux ou trois feuilles végétatives qui seront suivies plus tard de feuilles souterraines.

Toutes ces feuilles sont disposées suivant une spire phyllotaxique unique, avec divergence $^2/_5$.

Il y a donc deux foliaisons bien distinctes : la première comprenant les feuilles végétatives qui apparaissent sur les rhizomes stériles en même temps que les feuilles végétatives et les hampes florales sur les rhizomes fertiles, la seconde qui commence quelques semaines plus tard, après la floraison, et comprenant les feuilles végétatives développées sur la partie sympodique des rhizomes fertiles seulement.

(1) Il s'agit toujours, dans les plantes vivaces, du mode de végétation de la plante adulte, pour la formation des pousses annuelles ou plurannuelles.

FEUILLE VÉGÉTATIVE.

A. **Organogénie.** — Un bourrelet annulaire de 360° se forme près du sommet végétatif du rhizome. En grandissant, ce bourrelet s'épaissit et devient un petit manchon fendu le long d'une de ses génératrices : c'est la *feuille primordiale.*

Dans la région supérieure de la feuille primordiale, l'activité du cloisonnement se localise de bonne heure :

1° Sur le bord antérieur, en un point médian (fig. 50), puis en deux points latéraux situés de part et d'autre du premier (fig. 51). Ces trois points végétatifs primaires se développent en trois mamelons qui représentent le premier stade du jeune limbe. Ce dernier est donc triacrone ;

2° Sur les bords latéraux, de façon à donner naissance à deux expansions arrondies, membraneuses, qui grandissent rapidement, se recouvrent l'une l'autre par leurs bords et cachent ainsi le sommet de la tige (fig. 52). Ces deux dépendances latérales de la gaine sont les *auricules*. Comme chez l'*Adonis*, elles naissent sur la feuille primordiale dont elles sont des dépendances au même titre que les segments primaires du limbe.

Elles atteignent leur état adulte dans le bourgeon même, bien avant le limbe, et quand la feuille est sortie de terre au printemps, elles ne subsistent plus que sous forme d'auricules arrondies (fig. 55), qualifiées ordinairement d'*écailleuses*. Jamais elles ne sont vascularisées.

Pendant ce développement des auricules, les trois mamelons primaires ont grandi. En même temps, les points végétatifs secondaires apparaissent sur ces mamelons, d'abord sur les latéraux (fig. 52 et 53), puis sur le médian, de façon à donner lieu aux diverses découpures du limbe adulte. Dans chacun des trois segments primaires, les segments secondaires apparaissent en ordre acropète.

Toutes les divisions du limbe sont constituées quand l'étranglement pétiolaire apparaît ; les trois rachis, qui sont ici des rachis primaires L M L, se forment ensuite simultanément. Le

pétiole est d'abord parallèle à l'axe du bourgeon, c'est-à-dire placé horizontalement dans le sol. Il se recourbe ensuite vers le haut (fig. 53). Puis, pendant la croissance intercalaire du pétiole, la courbure s'accentue et le limbe tourne son sommet vers le bas : nutation dans le plan médian. C'est toujours sur la face externe du pétiole que cette croissance intercalaire est plus active; la face interne du limbe s'applique donc contre la face interne du pétiole. Plus tard, au-dessus du sol, le pétiole se redresse et le limbe s'épanouit.

B. **Feuille adulte :**

1° Caractères extérieurs. — La feuille adulte se compose donc :

D'une gaine dont l'insertion est réduite à 180°; elle est pourvue de deux auricules membraneuses, arrondies, se rejoignant à la face du pétiole (fig. 55) ;

D'un long pétiole presque demi-cylindrique et souvent canaliculé ;

D'un limbe composé triacorne à trois segments rachidés (fig. 56) : le médian trilobé, les latéraux profondément bifides ; les lobes et les divisions sont plus ou moins incisés-dentés.

2° Parcours des faisceaux. — La feuille reçoit de la tige trois faisceaux :

L M L

ou plus souvent cinq faisceaux (fig. 57) :

L *i* M *i* L.

Dans le premier cas, un *i* apparaît tout à la base se détachant des L. Ceux-ci fournissent ensuite deux *m* qui viennent, en pivotant quelque peu sur eux-mêmes, se placer à la face interne du pétiole. Là, ils se confondent assez souvent, dans le plan médian de la feuille, en un seul faisceau *opposé* au M, et que l'on pourrait désigner par la lettre O (fig. 58) (1).

D'autres faisceaux intermédiaires, *i'*, *i''*,... et marginaux *m'*,

(1) Voir la note VIII, à la fin de la première partie.

m'',... se détachent d'une façon variable et irrégulière des faisceaux M L *i* O, et la coupe typique du pétiole peut se représenter par la formule :

m' L *i'* *i* *i'* M *i'* *i* *i'* L *m'* O,

ou bien, si l'on a affaire à un échantillon plus vigoureux (fig. 59) :

m *m'* *m''* L *i''* *i'* *i* *i'* *i''* M *i''* *i'* *i* *i'* *i''* L *m''* *m'* *m*,

le faisceau O n'existe pas toujours.

Dans toute la longueur du pétiole tous ces faisceaux, disposés sur deux arcs, l'un externe, l'autre interne, échangent entre eux des anastomoses obliques très nombreuses, qui traversent même dans tous les sens tout le *Tfi* du pétiole. Il en résulte donc qu'une coupe transversale, à un niveau quelconque, rencontre un certain nombre (3 à 8) de *faisceaux centraux,* variablement orientés (fig. 59). Ces faisceaux centraux, éparpillés sans aucun ordre, peuvent aussi s'anastomoser entre eux. Ils proviennent des intermédiaires, des marginaux ou des centraux eux-mêmes.

Dans le haut du pétiole, on observe une bifurcation des L, (fig. 60) et une trifurcation du M (fig. 57 et 61). Puis la branche principale du M passe dans le segment médian et la branche principale du L dans le segment latéral; celle-ci s'est renforcée d'une branche du médian et de la majeure partie des intermédiaires, comme le montrent les figures 57 et 61. Les autres faisceaux, c'est-à-dire les intermédiaires, *pro parte,* les marginaux et les centraux, s'anastomosent en un réseau très compliqué, formant une voûte anastomotique de laquelle naissent les autres faisceaux des segments foliaires; cette voûte est représentée par les bandes hachurées des figures 57, 61 et 62.

Outre le faisceau M, le segment médian reçoit deux faisceaux, parfois quatre, provenant de la voûte anastomotique (fig. 61 et 62).

Au sommet du rachis médian, le M se trifurque (fig. 57), et chacune des divisions se rend au sommet des lobes principaux.

Le segment latéral, outre le faisceau L et la branche qu'il a produite, reçoit trois faisceaux de la voûte anastomotique (fig. 62). Puis le L se bifurque à nouveau pour envoyer une branche à

chacune des deux divisions du segment L, comme l'indique la figure 57.

Si le pétiole est très vigoureux, le limbe est souvent quiné, comme le fait remarquer Kickx (1). Dans ce cas, cette dernière bifurcation du L a lieu très près de la voûte anastomotique et le segment latéral est fendu jusqu'à sa base. Cette « hypertrophie » dépend donc simplement du niveau où a lieu la bifurcation.

D'ailleurs, dans un pétiole très vigoureux, l'organisation générale est la même que celle qui vient d'être décrite; de légères modifications peuvent néanmoins se présenter. Ainsi la branche latérale du M peut passer avec quelques intermédiaires au-dessus de la voûte anastomotique sans contracter pour cela aucune soudure avec cette dernière.

5° Histologie :

a) *Pétiole.* Le faisceau M, au milieu du pétiole, comprend (fig. 63) B_1, B_2, C*b* en couche arquée (2), L_2 et L_1 en massif arrondi, enfin, un arc extralibérien de fibres sclérifiées (3).

Les autres faisceaux ont un facies analogue. Par ordre d'importance, il faut noter M, L, *i*, O, les marginaux, les intermédiaires de divers ordres ; enfin, les centraux. Ceux-ci n'ont qu'un petit nombre d'éléments ligneux, parfois un seul (fig. 64); mais le liber y est bien représenté ; jamais de sclérenchyme. Parfois aussi certains faisceaux centraux ne se composent que de cellules longues et étroites, non différenciées.

Le *Tf* est constitué par des cellules cylindriques à parois minces. Pas de cavité centrale dans le *Tf* interne.

Le sclérenchyme n'existe que dans la région aérienne du pétiole; il disparaît sous la base du limbe, parfois à plusieurs centimètres de la voûte anastomotique.

(1) J. Kickx, *Les Renonculacées du littoral belge.* (Bulletin de la Soc. bot. de Belgique, 1865, t. IV, p. 204.)

(2) Cette couche cambiale n'est pas arquée à tous les niveaux; elle peut être droite, notamment au sommet du pétiole.

(3) Je réserve le point de savoir s'il faut rattacher ces fibres sclérifiées au faisceau ou au tissu fondamental.

Le collenchyme est répandu dans l'assise hypodermique, et en massifs le long des trois arêtes du pétiole, c'est-à-dire entre l'hypoderme, d'une part, et les faisceaux LML, d'autre part. Il diminue d'importance quand le sclérenchyme disparaît, notamment à la base du limbe, sauf toutefois dans l'hypoderme, où il persiste, même dans les rachis.

L'épiderme du pétiole est formé de cellules prismatiques allongées, souvent hexagonales sur leur face extérieure. Dans le bas du pétiole, toutes ces cellules ont des parois minces; ailleurs elles ont leur paroi extérieure épaissie et cutinisée.

Des stomates et des poils.

b) *Gaine.* La gaine n'offre aucun caractère histologique spécial : elle ne contient pas de faisceaux dans ses régions latérales.

c) *Limbe.* Il possède un mésophylle bifacial (fig. 65). Le parenchyme palissadique est unisérié, à palissades oblongues, cylindriques, environ deux fois plus longues que larges, ou rameuses et isodiamétriques, occupant à peu près le quart de l'épaisseur du limbe. Le parenchyme spongieux est à cellules très ramifiées, vues de face sous l'épiderme externe (fig. 67).

Les cellules épidermiques sont très sinueuses : leur paroi externe est faiblement cutinisée, sauf sur les bords du limbe.

Stomates saillants, de la forme renonculacée ordinaire; ils n'existent qu'à la face externe (fig. 66).

Les poils sont toujours unicellulaires et persistants. Il y en a de trois formes distinctes :

a) Poils *cylindriques*, effilés, à membrane épaisse (fig. 66), sur le pétiole, les deux faces du limbe, surtout à la face externe. Les cellules épidermiques qui entourent la base du poil sont quelque peu différentes des autres et, sur les nervures, elles se soulèvent même au-dessus du niveau de l'épiderme comme pour former au poil une sorte de piédestal (fig. 68). Ces poils sont visibles à l'œil nu;

b) Poils *claviformes*, courts, à membranes minces (fig. 66). Sur le pétiole, surtout dans sa région supérieure, et à la face externe du limbe. Les cellules épidermiques qui les entourent

à la base sont parfaitement identiques aux autres; ils sont invisibles à l'œil nu;

c) Poils *coniques*, courts, à membrane très épaisse (fig. 69), localisés sur les bords du limbe (1).

INVOLUCRE BRACTÉAL OU CALICULE.

Son aspect extérieur présente beaucoup d'analogie avec les trois segments d'une feuille végétative.

Il importe de rechercher ici la valeur morphologique de cet involucre, de savoir, en d'autres termes, s'il est formé par trois feuilles à l'état de bractées, ou bien par une seule feuille sessile dont le limbe est constitué par trois segments : un médian et deux latéraux. L'examen attentif des formes extérieures nous permet déjà de nous assurer de l'existence d'un seul plan de symétrie passant par le milieu d'un segment, qui est médian, et laissant à droite et à gauche les deux autres segments, qui sont donc latéraux et qui diffèrent sensiblement du premier (2). Nous allons d'ailleurs rechercher les raisons qui militent en faveur de l'une ou de l'autre hypothèse.

La morphologie interne du calicule adulte ne permet pas de tirer de conclusion relative à l'insertion des faisceaux involucraux sur ceux de la hampe florifère. Nous voyons, en effet, de nombreuses anastomoses (fig. 70) échangées entre ces faisceaux

(1) Le passage suivant de Kickx (*loc. cit.*) ne laisse aucun doute sur l'opinion de l'auteur relative à la valeur morphologique des feuilles végétatives : « Ces prétendues feuilles radicales, écrit-il page 205, ne nous » paraissent être que des feuilles semblables aux autres (il fait allusion » aux bractées involucrales), mais appartenant à des hampes stériles. Ce » qu'on appelle pétiole, chez elles, est en réalité une hampe, et les vrais » pétioles y occupent la base du limbe. Si ces feuilles radicales, comme on » les nomme, sont souvent quinées au lieu d'être ternées, cette hypertrophie » est la conséquence de l'avortement de la fleur. »

L'exposé qui vient d'être fait de l'anatomie de ces organes prouve, au contraire, qu'elles sont véritablement des feuilles pétiolées.

(2) Le plan de symétrie unique devient encore plus manifeste chez certaines autres espèces d'Anémone.

avant leur sortie dans l'étui involucral. Mais dans les bourgeons à fleur, en novembre, c'est-à-dire avant leur éclosion, on remarque que le jeune pédicelle floral et la base concrescente de l'involucre forment un ensemble à section hexagonale (fig. 71). Aux angles de l'hexagone se détachent six faisceaux dont trois plus gros alternant avec trois plus petits. Les trois premiers se trifurquent aussitôt dans le *Tfe.* de la hampe; les trois autres se bifurquent. A un niveau quelque peu supérieur, on a donc quinze faisceaux (fig. 72). Ce n'est que plus tard que ces faisceaux deviennent plus nombreux encore et s'anastomosent entre eux.

Dans la première hypothèse, — trois bractées, — les figures 71 et 72 doivent s'interpréter comme suit : chaque bractée (fig. 73) reçoit ordinairement cinq faisceaux

m L M L *m*.

A ce stade, elles sont assez sensiblement identiques entre elles. La feuille végétative, comme nous l'avons vu plus haut, reçoit :

L *i* M *i* L.

Dans la deuxième hypothèse, — une feuille bractéale à trois segments, — la formule d'insertion devient (fig. 71)

L *i* M *i* L O,

ce qui nous rapproche davantage de celle de la feuille végétative. De plus, le parcours dans la bractée involucrale se rapproche beaucoup du parcours décrit au sommet du pétiole de la feuille végétative (fig. 57) : trifurcation du M, double bifurcation ou trifurcation à deux niveaux des L, bifurcation des *i* et du faisceau O, ce dernier ayant d'ailleurs une origine double. De plus, les anastomoses à la base de l'involucre sont l'équivalent de la voûte anastomotique du sommet du pétiole (fig. 61).

Si nous faisons une section dans la base de la feuille bractéale, au niveau où les trois pétiolules deviennent libres (fig. 74), nous constatons non seulement un plan de symétrie, un rachis M et deux rachis L, mais nous pouvons remarquer en outre que ces deux derniers renferment plus de faisceaux que le rachis M, exactement comme dans les feuilles végétatives.

L'angle phyllotaxique, deux cinquièmes sur le rhizome, serait, si l'on admet la première hypothèse, brusquement réduit à un tiers sur la hampe, et tous les appendices, alternes sur le rhizome, seraient brusquement verticillés. Tandis que dans l'hypothèse d'une seule feuille involucrale, il n'est pas impossible que le segment M de la bractée fasse un angle de deux cinquièmes avec la feuille précédente.

La présence accidentelle de plusieurs bourgeons ne doit pas non plus faire rejeter l'hypothèse de la bractée unique, car il n'est pas rare de rencontrer plusieurs bourgeons dans l'aisselle d'une même feuille. M. de Schoenefeld a signalé (1) un cas tératologique constitué par un involucre à quatre segments au lieu de trois et deux fleurs au lieu d'une; c'est de l'aisselle du segment surnuméraire que partait le second pédoncule.

En outre, si nous examinons ce qui se passe chez les autres Renonculacées, nous voyons généralement s'effectuer le passage de la feuille végétative à la feuille bractéale, par réduction du pétiole, ce qui est le cas ici : la bractée est devenue sessile et l'on peut considérer comme gaine l'étui complet embrassant la hampe et formé par la base concrescente des trois rachis.

Enfin, plusieurs Renonculacées présentent, dans leur feuille végétative principale, une relation évidente entre la cylindricité du pétiole et la disposition rayonnante des segments foliaires. Ainsi, l'*Eranthis hiemalis*, le *Trollius europaeus*, l'*Aquilegia vulgaris* ont un pétiole cylindrique, les faisceaux y sont disposés en cercle comme dans la hampe florale de l'Anémone; de plus, leurs segments foliaires s'équilibrent en rayonnant au sommet du pétiole. C'est ainsi que l'*Aquilegia vulgaris*, comme on le verra plus loin, possède deux segments L semblables au segment M, et distancés d'axe en axe par une ouverture de 120°. Chez *Anemone nemorosa* existe un phénomène analogue : tout en conservant certains caractères ataviques (segments L plus importants que le M, segments L recevant plus de faisceaux que le M, etc.), les trois segments de la bractée ont néanmoins une

(1) Cfr. Bulletin de la Soc. bot. de France, t. VI, p. 290.

tendance très marquée à prendre une importance équivalente et à se disposer en rayonnant sur la hampe florale, cylindrique et verticale.

Pour ces raisons, je suis donc porté à me rallier à la seconde hypothèse et à considérer l'involucre ou calicule des Anémones comme constitué par une seule bractée.

Quant aux caractères histologiques, ils sont les mêmes que ceux de la feuille végétative.

FEUILLES SOUTERRAINES.

Examinées à l'état jeune, à l'extrémité d'un rhizome en voie de développement pendant l'été, elles rappellent beaucoup par leur forme le stade (fig. 51) de la feuille végétative. C'est un petit manchon trimamelonné de 360°, fendu en face du mamelon médian. Par la croissance et le grossissement de la tige, la gaine s'étire transversalement et reste appliquée contre le rhizome, le plus souvent dans une direction oblique; dès lors, les deux bords ne sont plus contigus et l'angle d'insertion est d'environ 180°.

A l'état adulte, la feuille se compose d'une gaine en forme de croissant (fig. 75), au moins huit fois plus large que haute, portant un petit limbe à trois lobes entiers, à peine visible à l'œil nu.

La feuille souterraine reçoit du rhizome un seul faisceau. Le mésophylle est homogène, à cellules polyédriques et membranes minces, sans méats. Plus tard ce mésophylle finit par se dessécher, les cellules brunissent, les deux épidermes se rapprochent. Dans cet état, les feuilles souterraines sont plus connues sous le nom d'écailles (1).

(1) Je pense qu'en systématique on a fort abusé de ce mot *écaille*, car il sert souvent à désigner des organes de valeur morphologique tout à fait différente et dont les caractères communs sont leur forme écailleuse et le fait qu'ils sont desséchés au moment où on les considère.

FEUILLES PÉRULAIRES.

On recherchera la préfeuille, en automne, à la base du bourgeon axillaire de la feuille périulaire inférieure (1) ou à la base des rameaux latéraux qui prennent naissance à l'aisselle des feuilles souterraines.

Elle a la forme d'un petit capuchon avec une large gaine dont les deux bords se recouvrent l'un l'autre (fig. 78). Elle ne reçoit qu'un seul faisceau.

Outre la préfeuille, on trouve presque toujours deux feuilles périulaires, protégeant, pendant les mois d'automne, les feuilles végétatives ou la jeune hampe florale.

Elles se distinguent des feuilles souterraines par un plus grand développement. Toujours blanches, décolorées, elles sont plus largement auriculées : l'inférieure porte un limbe très rudimentaire à peine distinct et deux larges auricules arrondies (fig. 76); la supérieure a un petit limbe trimamelonné, brièvement pétiolé et une gaine aussi largement auriculée (fig. 77).

La première reçoit un faisceau ; la seconde en reçoit trois qui vont en s'arquant se réunir à la base du court pétiole.

L'histologie ne présente rien de particulier. L'épiderme à cellules allongées ne porte pas de poils, mais il y a quelques stomates.

GENRE *ANEMONE*.

Les recherches ont porté sur : *A. apennina* L.; *A. coronaria* L.; *A. fulgens* J. Gay (var. de *A. pavonina* DC.); *A. hortensis* L.; *A. japonica* S. et Z.; *A. nemorosa* L.; *A. pratensis* L.; *A. Pulsatilla* L.; *A. ranunculoides* L.; *A. stellata* Lam.; *A. sylvestris* L.; *A. virginiana* L.

(1) Le bourgeon axillaire de la feuille périulaire supérieure commence par une feuille végétative ordinaire.

Caractères extérieurs. — Toutes ces espèces possèdent des feuilles végétatives complètes.

La gaine a toujours une insertion de 360°, au moins à l'état jeune. Elle affecte deux formes bien distinctes : elle est tantôt petite et auriculée (*A. apennina, coronaria, fulgens, hortensis* [pl. IV, fig. 79], *nemorosa* [pl. III, fig. 55], *ranunculoides, stellata*), tantôt elle est allongée, élargie, aplatie sur ses bords ; elle est dite alors *ailée* (*A. pratensis, Pulsatilla, sylvestris* [pl. IV, fig. 80], *virginiana*). Chez *A. japonica*, les ailes sont quelque peu auriculées (fig. 81).

Le limbe est triacrone. Les trois segments sont subsessiles, *A. sylvestris*, etc., ou rachidés. Les rachis sont :

égaux et très courts : *A. ranunculoïdes*, etc.
égaux et distincts : *A. nemorosa*, etc.
inégaux et longs : *A. japonica*, etc.

La plupart de ces Anémones sont dites à feuilles palmées. Mais la prédominance du rachis médian nous conduit à la forme pennée. Dès lors, ce rachis M porte des segments secondaires presque aussi développés (fig. 82, *A. Pulsatilla*) et même plus développés que le segment latéral (fig. 83, *A. pratensis*). Toutes les formes de transition existent.

Parcours. — Le nombre des faisceaux reçus par la feuille est assez variable suivant les espèces. En général, quand la gaine est auriculée, trois (L M L), beaucoup plus rarement cinq faisceaux (L*i* M*i* L) passent dans la feuille. Quand la gaine est ailée, ce nombre augmente et n'est pas toujours constant dans la même espèce : il dépend de l'importance du pétiole et du limbe. Ainsi l'on observe :

A. sylvestris : *m* L *i* M *i* L *m* ;
A. virginiana : *m* L *i'* *i* *i'* M *i'* *i* *i'* L *m* ;
A. japonica : de vingt et un à vingt-cinq faisceaux.

Dans la gaine, le parcours de ces faisceaux a lieu suivant deux modes différents. Chez les espèces à gaine auriculée, il est

identique à celui qui a été décrit pour *Anemone nemorosa :* les marginaux sont fournis exclusivement par les faisceaux L et se rangent à la face interne de la gaine et du pétiole, à la suite d'un pivotement d'environ 90°. Chez les espèces à gaine ailée, au contraire, les faisceaux médian, intermédiaires, latéraux et marginaux, rangés sur un seul arc externe (fig. 84), subissent dans la région inférieure de la gaine une sorte de dédoublement : il s'en détache des faisceaux à orientation inverse qui, après une torsion de 180°, viennent occuper la région interne du pétiole (fig. 85) Chez *A. japonica,* les marginaux extrêmes vont se terminer en pointe libre dans l'auricule qui est ainsi vascularisée.

Dans le pétiole, les faisceaux médian, intermédiaires et latéraux sont disposés sur un arc externe à forte courbure et les autres sur un arc interne à faible courbure ; tels sont les pétioles d'*A. hortensis* (fig. 86) ; d'*A. coronaria* (fig. 87) ; d'*A. virginiana* (fig. 88); d'*A. sylvestris* (fig. 89); d'*A. Pulsatilla* (fig. 90) ; d'*A. pratensis* (fig. 91). Chez *A. japonica* (fig. 92), les faisceaux principaux sont régulièrement disposés vers l'axe du pétiole.

Dans toute la longueur du pétiole, ces faisceaux échangent entre eux des anastomoses obliques qui ne traversent jamais le *Tfi.* comme chez *A. nemorosa.*

A la base du limbe, la voûte anastomotique qui, dans l'*A. nemorosa,* occupe le *Tfi.*, ne se retrouve plus chez aucune autre espèce.

Deux modes de parcours bien distincts peuvent se caractériser à ce niveau.

Premièrement, chez la plupart des espèces (feuilles palmées), il y a trifurcation du faisceau M : la branche médiane constitue toujours le faisceau principal du segment M, la branche latérale va, en s'arquant, s'anastomoser tantôt avec le faisceau *i* (fig. 93), *A. hortensis,* etc., et (fig. 94) *A. sylvestris,* etc., tantôt avec le faisceau L (fig. 95). *A. coronaria,* etc. Le faisceau L, renforcé ou non, s'engage dans le segment L dont il constitue toujours le faisceau le plus important. Les marginaux vont aussi dans le segment L; parfois ceux de la face interne forment, avec les intermédiaires de la face externe, deux arcs anastomotiques (fig. 97),

A. virginiana, etc., traversant le *Tfl.* et servant d'insertion à certains faisceaux des rachis L, M, L. Le faisceau O, quand il existe, se dédouble toujours à la base du limbe (*A. ranunculoides*), et ses deux branches accompagnent les marginaux dans les rachis L.

Secondement, il n'y a pas de trifurcation du faisceau M (feuilles pennées : *A. Pulsatilla* et *pratensis*). Sans contracter aucune anastomose, les faisceaux M, O et quelques intermédiaires passent directement dans le rachis M (fig. 96). Le faisceau L et un nombre variable d'intermédiaires et de marginaux passent aussi directement dans le rachis L.

Enfin, chez *A. japonica*, le mode de parcours est spécial. On observe trifurcation du M et bifurcation du L (fig. 98, 99, 100). Une branche de ce dernier, renforcée de la branche latérale du M, se rend dans le segment L; l'autre branche va renforcer un intermédiaire qui formera, à un niveau plus élevé, avec un petit groupe de faisceaux voisins, une petite arcade sur laquelle s'insèrent divers faisceaux des trois rachis.

Histologie :

a) *Pétiole.* Dans les faisceaux, à tous les niveaux, la zone cambiale est toujours arquée avec convexité interne.

Dans le *Tf*, il existe presque toujours une cavité centrale. On ne la rencontre jamais chez *A. japonica* et *nemorosa*; elle peut manquer chez les espèces où les éléments sclérifiés sont, le plus souvent, peu nombreux, telles sont : *A. coronaria*, *fulgens*, *apennina*, etc. Au sommet du pétiole cette cavité disparaît, mais elle persiste chez *A. Pulsatilla* et *pratensis*.

Le sclérenchyme existe toujours sous forme de petits massifs fibreux adossés au liber des faisceaux. Je n'en ai jamais rencontré à la pointe interne du bois. Parfois ces massifs extralibériens sont réunis par des ponts sclérifiés interfasciculaires : le pétiole est alors entièrement entouré d'un étui sclérenchymateux (*A. sylvestris*, fig. 89, *A. Pulsatilla*, fig. 90, *A. japonica*, fig. 92). Quand le sclérenchyme est ainsi abondant dans le pétiole, on le trouve aussi dans la gaine, mais alors sous forme d'un petit étui complet autour de chaque faisceau (*A. pulsatilla*, fig. 85). Chez

A. japonica, ce petit étui sclérenchymateux subsiste dans toute la longueur du pétiole, autour des faisceaux qui sont éparpillés dans le *Tfi*. Au sommet du pétiole le sclérenchyme disparaît toujours avant la dispersion des faisceaux dans le limbe. Exception est faite, toutefois, pour *A. Pulsatilla* et *pratensis*, où le sclérenchyme subsiste au moins partiellement.

Le collenchyme est fort peu répandu. Il fait souvent défaut ou est localisé dans l'hypoderme, très rarement dans les quelques assises du *Tfe*. sous-jacentes.

Une assise à plissements a été observée chez *A. hortensis* et *stellata* autour de chaque faisceau; elle passe entre le liber et le massif de fibres sclérifiées.

b) *Limbe*. Le mésophylle est toujours nettement bifacial. Le parenchyme palissadique est unisérié, bisérié chez *A. japonica* (fig. 101). Les palissades sont le plus souvent très courtes, même isodiamétriques et plus ou moins serrées les unes contre les autres, très fréquemment rameuses, irrégulières ou en forme d'H (*A. coronaria*, fig. 103, *A. hortensis*, fig. 104, etc.). Parfois aussi elles sont plus allongées, deux à trois fois plus longues que larges, aussi rameuses ou en H, mais laissant alors entre elles des méats très étroits (*A. apennina, sylvestris*, etc.). Les *A. Pulsatilla* (fig. 102) et *pratensis* ont des palissades allongées, tibiaeformes, séparées par des méats très distincts. Chez ces dernières espèces, le parenchyme spongieux est à petites cellules et très dense; partout ailleurs les cellules sont ramifiées et le tissu peu serré.

L'épiderme du limbe est généralement équifacial ou subéquifacial à cellules sinueuses; les sinuosités sont très souvent moins prononcées à la face interne, où les cellules peuvent même devenir subpolyédriques (*A. fulgens*).

Les stomates sont toujours quelque peu saillants. Vus de face, on peut toujours observer les sinuosités des cellules péristomatiques pénétrer plus ou moins profondément sous les cellules stomatiques.

Ordinairement, ils n'existent qu'à la face externe; parfois on en trouve un très petit nombre à la face interne (*A. coro-*

naria, fulgens, japonica) ; chez *A. Pulsatilla* et *pratensis*, ils sont presque aussi nombreux aux deux faces.

Les poils sont toujours unicellulaires et la grande majorité persistants. Le polymorphisme pilaire est la règle. Chez certaines espèces les poils sont dimorphes : les uns sont cylindriques, effilés, plus au moins allongés, à membrane épaisse; les autres sont claviformes, courts, à membrane mince. Chez les autres espèces (*A. coronaria, fulgens, hortensis, japonica, nemorosa, pratensis, Pulsatilla, stellata*), on observe, en outre, une troisième sorte de poils : ce sont des poils coniques, courts, raides, à membrane souvent très épaisse.

Les poils cylindriques sont toujours et de beaucoup les plus répandus, surtout chez *A. pratensis, Pulsatilla, sylvestris*, etc.

Les poils claviformes existent surtout sur le pétiole et la face interne du limbe. Ils sont parfois rares : *A. fulgens, ranunculoides*, etc.; mais aussi ils peuvent être répandus partout à profusion : certaines variétés ou formes d'*A. sylvestris*.

Les poils coniques sont très souvent localisés sur les bords du limbe (fig. 105), *A. hortensis*.

Enfin, les cellules épidermiques qui entourent la base des poils cylindriques sont parfois soulevées de façon à former une sorte de piédestal *A. apennina, virginiana, sylvestris* (fig. 106), etc.

Les cristaux d'oxalate de chaux, forme d'oursin, ont été observés très nombreux dans le *Tf.* de la gaine d'*A. japonica*.

Observation. — Il résulte de ce qui précède, que le type triacrone pur, bien représenté par les feuilles végétatives d'*A. hortensis, nemorosa*, etc., est caractérisé :

1° Par la présence de trois points végétatifs primaires sur la gaine primordiale;

2° Par la divergence des trois faisceaux principaux L, M, L, dans chacun des trois segments du limbe adulte.

A la base du limbe de ces feuilles, dites ordinairement palmées ou palminerves, existe un « nœud » caractérisé par la trifurcation du faisceau principal M, par les anastomoses plus ou

moins nombreuses des branches qui en dérivent avec les faisceaux voisins, par la disparition complète du sclérenchyme, enfin, par une interruption de la cavité centrale dans le *Tfi.* du pétiole.

Chez les *A. Pulsatilla* et *pratensis* (*Pulsatilla vulgaris* Miller; *Pulsatilla pratensis* Miller), espèces à feuilles dites ordinairement pennées ou penninerves, aucun de ces caractères n'existe : pas de trifurcation du M, pas d'arcs anastomotiques, persistance tout au moins partielle des éléments sclérifiés et continuation sans interruption de la cavité centrale du pétiole dans le rachis médian.

Néanmoins, ces dernières espèces nous montrent (fig. 96), comme les Anémones à feuilles palmées, la divergence des faisceaux L à la base du limbe. Les faisceaux L des Pulsatilles se rendent ainsi, avec quelques autres faisceaux, dans des segments qui doivent être considérés comme les homologues des segments L dans les Anémones à feuilles palmées et qui ont, pour cette raison, la valeur d'un segment primaire : segments L et rachis L (fig. 82 et 83). Quant aux autres segments de la feuille des Pulsatilles, les segments secondaires du rachis M (α, β, γ, δ), ils sont insérés avec réparation, sur les faisceaux intermédiaires, comme les segments secondaires de la feuille d'*Adonis autumnalis* (pl. I, fig. 2) le sont sur le faisceau L (1).

Les feuilles pennées des Pulsatilles qui se présentent avec l'allure extérieure de feuilles de Garidelle, s'en éloignent cependant beaucoup par leur structure anatomique. Nous pouvons néanmoins les considérer comme faisant la transition entre le type triacrone parfait des Anémones palmées et le type monocrone des Garidelles et Nigelles.

(1) Faute de matériaux suffisants, je n'ai pu faire convenablement l'organogénie des feuilles des Pulsatilles. Je suis néanmoins porté à croire que leurs segments L se développent aux dépens de points végétatifs secondaires, au même titre que les segments secondaires du rachis M. Ce serait donc bien ici de vrais types de transition.

Voici un tableau dichotomique où sont groupés synoptiquement les caractères distinctifs des espèces d'Anémones dont il vient d'être question :

1. Trifurcation du faisceau M à la base du limbe; les marginaux et le faisceau O, quand il existe, se rendent dans le segment L. (Anémones à feuilles palmées ou subpalmées.)
   Poils de deux ou trois formes.
   Segments du limbe sessiles ou rachidés.
   2. Des faisceaux dans le *Tfi.* du pétiole; jamais de cavité centrale dans ce *Tf.*
      3. Faisceaux principaux vers la périphérie du pétiole; sclérenchyme extralibérien seulement.
         Parenchyme palissadique unisérié.
         Gaine courte, auriculée, à auricules non vascularisées.
         Pas de cristaux dans la gaine. **A. nemorosa** L.
      3. Faisceaux principaux vers le centre du pétiole; un étui de fibres sclérifiées autour de chaque faisceau ainsi qu'à la périphérie du pétiole.
         Parenchyme palissadique bisérié.
         Gaine longue, ailée, avec petites auricules vascularisées.
         Des cristaux en oursin dans la gaine. **A. japonica** S. et Z.
   2. Pas de faisceaux dans le *Tfi.* du pétiole; une cavité centrale ou non.
      3. Gaine courte, auriculée.
         4. Trois sortes de poils : claviformes, cylindriques et coniques ou cylindro-coniques.
            5. Poils cylindro-coniques sur la face interne du limbe, rares sur les bords.
               Des stomates à la face interne.
               Segments du limbe inégalement rachidés. **A. coronaria** L.
            5. Poils coniques localisés sur deux files sur les bords du limbe.
               Des stomates ou non à la face interne.
               Segments du limbe sessiles ou à peine rachidés.
               6. Massifs sclérifiés extralibériens adhérents au liber dans le pétiole.
                  Parenchyme palissadique subbisérié.
                  Épiderme bifacial.
                  Quelques stomates à la face interne. **A. fulgens** J. Gay.

6. Une assise à plissements entre le liber et les fibres sclérifiées.
Parenchyme palissadique unisérié.
Épiderme équifacial.
Pas de stomates à la face interne.
A. hortensis L. ou **A. stellata** Lam. (1).

4. Deux sortes de poils : claviformes et cylindriques.

5. Segments du limbe sessiles ou subsessiles.
Souvent un seul faisceau intermédiaire dans le pétiole.
Cellules circumpilaires des poils cylindriques non soulevées en piédestal. **A. ranunculoides** L.

5. Segments du limbe rachidés.
Plusieurs intermédiaires dans le pétiole.
Cellules circumpilaires des poils cylindriques soulevées en piédestal. **A. apennina** L.

3. Gaine longue, ailée, jamais d'auricules.

4. Sclérenchyme très abondant : des ponts interfasciculaires d'éléments sclérifiés dans le pétiole; des étuis sclérenchymateux autour de chaque faisceau dans la gaine. **A. sylvestris** L.

4. Sclérenchyme peu abondant : des ponts interfasciculaires peu développés ou nuls; pas d'étuis sclérenchymateux dans la gaine.
A. virginiana L.

1. Jamais de trifurcation du M à la base du limbe; le faisceau O se rend directement dans le segment M. (Anémones à feuilles pennées).
Toujours trois sortes de poils.
Segments du limbe très inégalement rachidés.

2. Des ponts interfasciculaires d'éléments sclérifiés dans le pétiole.
A. Pulsatilla L.

2. Pas de ponts interfasciculaires. **A. pratensis** L.

(1) L'*A. stellata* Lam. est considéré par plusieurs auteurs comme une variété de l'*A. hortensis* L. De Candolle, dans le *Prodrome*, considère l'*A. stellata* Lam. comme synonyme de l'*A. hortensis* L.

Pour vérification des caractères anatomiques, choisir plusieurs coupes appartenant à divers pétioles et prises dans la région aérienne à structure constante, pétioles bien adultes, provenant de feuilles végétatives les plus parfaites et développées dans des conditions normales. En général, il faut attribuer plus d'importance, par le fait même de leur constance, aux caractères tirés de la gaine et du pétiole, qu'à ceux tirés du mésophylle.

GENRE *HEPATICA*.

H. triloba Chaix (*Anemone Hepatica* L.).

Gaine auriculée rappelant celle de l'*A. nemorosa*; pétiole subcylindrique; limbe simple triacrone, à trois segments entiers, confluents dans leur moitié inférieure (limbe trilobé).

Parcours. — La feuille reçoit trois faisceaux L M L.

Dans la gaine, formation d'un faisceau O par pivotement comme dans les Anémones auriculées.

Formule du pétiole : O L *i* M *i* L (fig. 107).

A la base du limbe, trifurcation du M dont les branches latérales vont renforcer les faisceaux L. Le faisceau O s'y dédouble et chacune de ses branches couvre de ses ramifications les bords inférieurs des segments latéraux.

Histologie. — Dans le pétiole, du sclérenchyme en étui (fig. 107) adossé au liber des faisceaux. Cavité centrale dans le *Tf.*

Mésophylle presque homogène (fig. 108); les cellules qui se trouvent sous l'épiderme interne sont isodiamétriques, même aplaties, parfois irrégulières, et ne méritent guère le nom de palissades; elles ne sont pas rameuses.

Épiderme équifacial à cellules sinueuses.

Stomates sur les deux faces, saillants comme chez les Anémones. Poils dimorphes comme chez les Anémones. Cellules circumpilaires non différentes des autres.

GENRE *ERANTHIS*.

E. hyemalis Salisb. (*Helleborus hyemalis* L.)

Gaine simple; pétiole cylindrique ou subcylindrique; limbe triacrone : les trois segments sont sessiles, les latéraux, beaucoup plus développés que le médian, sont profondément bifides, de sorte que l'ensemble simule cinq segments variablement lobés.

Parcours. — La feuille reçoit trois faisceaux L M L.

Formation des marginaux comme dans le genre précédent. Le plus souvent, dans la région supérieure du pétiole, il existe un faisceau O; la formule est alors (fig. 109) :

O *m'* L *i'* *i* *i'* M *i'* *i* *i'* L *m'*.

A la base du limbe, la branche latérale issue de la trifurcation du M et renforcée des intermédiaires, se rend en partie dans le segment médian, en partie dans le segment L (fig. 110). Les deux branches du L aboutissent au sommet de chacune des moitiés de ce segment. Quant aux marginaux, ils se comportent, ainsi que le faisceau O dédoublé, comme les branches de ce dernier chez *Hepatica triloba*.

Histologie. — Dans le pétiole, pas de sclérenchyme. Une assise à plissements qui n'est pas toujours aisément discernable à tous les niveaux, existe autour des faisceaux principaux. Ceux-ci ont une section transversale presque circulaire ou largement elliptique. Une grande cavité centrale dans le *Tf*.

Mésophylle bifacial. Palissades simples 4-5 fois plus longues que larges, avec larges méats entre elles.

Épiderme équifacial à cellules petites et sinueuses.

Stomates à peine saillants.

Poils, d'après Vesque, ayant la forme d'un petit bouton obovale; je n'en ai pas vu sur la feuille adulte.

GENRE *AQUILEGIA*.

A. vulgaris L.

Le limbe débute, dans la feuille primordiale, par trois mamelons primaires (fig. 112), qui portent bientôt chacun deux mamelons secondaires (fig. 113). C'est un exemple typique.

A l'état adulte, la feuille se compose d'une gaine ailée, un peu auriculée avec insertion de 360°, d'un pétiole cylindrique, d'un limbe triacrone à segments rachidés, chacun des trois rachis

primaires portant une paire de rachis secondaires; les neuf foliolés sont variablement découpées.

Parcours. — La feuille reçoit de onze à quinze faisceaux :

m'' *m'* *m* L *i'* *i* *i'* M *i'* *i* *i'* L *m* *m'* *m''*.

En s'élevant dans la gaine leur nombre augmente (plus de 25); ils s'anastomosent beaucoup entre eux. Quand la gaine s'épaissit en son milieu, quelques faisceaux très petits apparaissent isolés au sein du *Tf.*, près de la face interne, sans être aucunement rattachés aux autres faisceaux par des éléments différenciés quelconques (fig. 114). Dans le haut de la gaine, quelques marginaux émettent des arcs transversaux qui viennent renforcer ces petits faisceaux (fig. 115), et qui serviront d'insertion aux marginaux de l'arc interne du pétiole; en même temps un ou deux d'entre eux vont se terminer en pointe libre dans les auricules.

Dans le pétiole on reconnaît :

L *i'* *i* *i'* M *i'* *i* *i'* L

et un nombre variable de marginaux, tous en cercle (fig. 116).

A la base du limbe, aux cinq angles d'un pentagone, existent les faisceaux *m* L M L *m*. Le M et la plupart des intermédiaires passent directement dans le segment M. La branche principale des L bifurqués passe aussi directement dans le segment L avec quelques marginaux. Les autres forment une voûte anastomotique très complexe (fig. 117), de laquelle naissent divers petits faisceaux pour les trois rachis.

Les mêmes dispositions, mais simplifiées, se répètent sur les rachis L M L à l'insertion des rachis secondaires.

A la base des folioles, il y a trifurcation du faisceau principal et bifurcation des autres pour les diverses nervures.

Histologie. — Dans le pétiole, la zone cambiale des faisceaux est très arquée. Du sclérenchyme extralibérien avec ponts interfasciculaires forme étui complet autour du pétiole; pas de sclérenchyme intraligneux. Cavité centrale dans le *Tf.*

Dans la gaine, région inférieure, un étui sclérenchymateux existe autour de chaque faisceau. Les petits faisceaux isolés débu-

tent par quelques cellules libériennes, puis souvent une ou deux fibres sclérifiées, enfin, plus haut apparaissent les éléments ligneux toujours en très petit nombre.

Dans le limbe, mésophylle bifacial. Parenchyme palissadique bisérié formé de cellules non rameuses, occupant près de la moitié de l'épaisseur du limbe (fig. 118) (1).

Épiderme bifacial; cellules polyédrique à la face interne (fig. 120), sinueuses à la face externe (fig. 121). Toutes sont fortement cutinisées, ont leur paroi externe fortement bombée vers l'extérieur et, comme Vesque l'a déjà fait remarquer, cette convexité est soutenue au milieu par un épaississement plus considérable qui va en se perdant vers les côtés de la cellule (2).

Stomates comme chez les Anémones, nuls à la face interne.

Poils dimorphes; cylindriques et claviformes comme ceux des Anémones.

Cellules circumpilaires non différentes des autres.

(1) La structure du mésophylle décrite ici est celle que j'ai observée dans des plantes spontanées de diverses provenances, structure sensiblement constante dans toutes les feuilles examinées. J'ai en outre étudié le mésophylle de plusieurs échantillons étiquetés *A. vulgaris* dans les jardins botaniques (fig. 119). Dans ces échantillons la structure du mésophylle s'est montrée beaucoup plus variée : les modifications portent sur l'épaisseur du limbe, sur la dimension des cellules, sur le nombre des assises en palissades (deux ou trois), sur la grandeur des lacunes du parenchyme spongieux. Ces différences peuvent provenir de deux causes : des conditions nouvelles et plus ou moins variables dans lesquelles se trouvent les plantes à l'état de culture; des croisements possibles entre espèces affines et variétés horticoles qui, dans les jardins botaniques, sont rapprochées côte à côte. Il est d'ailleurs très difficile de déterminer exactement les espèces et les variétés se rapportant au genre *Aquilegia*. Il est probable que plusieurs plantes étiquetées *A. vulgaris* ne sont pas d'origine pure, surtout celles du commerce qui ont été soumises à des sélections. J'ai cru devoir m'en tenir aux individus récoltés à l'état spontané dont la détermination ne laisse prise à aucune erreur.

(2) Le même auteur signale sur la cuticule des cellules de la face externe, un dépôt de cire en granules.

Remarque. — J'ai examiné également les feuilles d'*Aquilegia alpina* L., d'*A. chrysantha* hort. et d'*A. Skinneri* Hook, sur des individus dont l'identité ne peut être scrupuleusement garantie.

Tout ce qui vient d'être dit de l'*A. vulgaris* concernant les caractères extérieurs, le parcours des faisceaux, la répartition du sclérenchyme, les caractères histologiques, s'applique en entier aux trois espèces ci-dessus.

Je dois toutefois faire remarquer que la particularité signalée par Vesque dans les cellules épidermiques se retrouve plus ou moins bien caractérisée. Quant au parcours, les petits faisceaux qui apparaissent isolément à la face interne de la gaine peuvent ne pas exister; j'avais déjà relevé cette absence dans des gaines de feuilles chétives appartenant à l'*A. vulgaris*. Enfin, au lieu d'émettre des arcs transversaux comme le représente la figure 115, les marginaux fournissent des faisceaux à la face interne par simple pivotement (fig. 122). Le fait principal à mettre en relief est que les feuilles d'Ancolies, bien qu'ayant une gaine ailée, ne forment leur système vasculaire de la face interne du pétiole que dans la région tout à fait supérieure de la gaine (fig. 115) ou même à la base du pétiole (fig. 122). En outre, ces faisceaux de la face interne se forment exclusivement aux dépens des marginaux, par pivotement ou par formation d'arcs transversaux. Les Ancolies diffèrent donc ainsi totalement des Anémones à gaine ailée.

GENRE *ACTAEA*.

A. spicata L.

Plante vivace, cespiteuse. Sur de gros rhizomes courts, obliques (pl. V, fig. 123), naissent des bourgeons fertiles et des bourgeons stériles.

Les uns donnent, au-dessus des feuilles pérulaires, ordinairement une seule feuille végétative, deux ou trois bractées à la base de l'inflorescence et des bractéoles à la base des pédicelles floraux.

Les autres donnent une grande feuille végétative au-dessus de laquelle le bourgeon avorte.

FEUILLE VÉGÉTATIVE.

Sur la feuille primordiale de la feuille végétative apparaissent nettement trois mamelons (fig. 124) qui constituent le premier stade du limbe; celui-ci est donc triacrone.

A l'état adulte, elle se compose d'une gaine de 360°, épaisse, peu ailée, avec deux petites auricules peu distinctes, d'un pétiole presque cylindrique, d'un limbe se composant de trois rachis primaires portant 4-5 paires de segments secondaires rachidés.

Il peut exister des rachis de quatrième ordre. Les folioles sont larges, oblongues, dentées.

Parcours. — Vu l'extrême complication du parcours dans la feuille végétative de la pousse adulte, j'ai examiné d'abord le parcours de la *feuille 1* d'une plantule. Cette dernière est pétiolée avec un limbe à trois segments. Chaque segment se compose d'une foliole et d'un pétiolule.

Elle reçoit trois faisceaux (fig. 125) : L, M, L.

Les L fournissent un *i* et un *m*, et le pétiole est parcouru par

m L *i* M *i* L *m*

avec anastomoses obliques échangées dans tout le parcours.

Les figures 125 et 126 nous montrent ce qui se passe à la base du limbe : trifurcation du M, bifurcation des L, arcades presque transversales entre les branches des faisceaux M et L d'une part et entre les intermédiaires et marginaux d'autre part.

Chaque rachis primaire reçoit ainsi trois faisceaux.

La grande feuille adulte reçoit de la tige une trentaine de faisceaux au moins, dont treize principaux (fig. 127). Les autres, plus petits en nombre variable, sont placés en dehors des précédents.

Avant que la gaine soit détachée de la tige, commence la formation des faisceaux de l'arc interne par torsion de 180°, comme dans les Anémones à gaine ailée (fig. 128). Tous les faisceaux s'engagent dans le pétiole et ordinairement se placent peu à peu sur un seul cercle, sauf à la face interne, où quelques-uns

d'entre eux sont refoulés dans le *Tfi.* (fig. 129). Ils sont alors très nombreux.

A la base du limbe, la figure 130 donne une idée de la complexité des anastomoses qui s'y produisent. Néanmoins, en comparant cette figure avec la figure 126, on remarquera que le rachis médian reçoit, dans l'un et l'autre cas, le faisceau M avec une partie des intermédiaires et une partie des marginaux.

Les rachis latéraux reçoivent les faisceaux L avec le restant des intermédiaires et marginaux. En outre, dans la figure 140, les faisceaux correspondant à l'espace qui sépare les deux marginaux de la figure 126, passent directement dans le rachis médian.

Des dispositions analogues s'observent à l'insertion de chaque rachis sur le rachis d'ordre inférieur.

Histologie :

a) *Pétiole.* Les faisceaux sont très bien développés (pl. VI, fig. 131) : bois primaire avec nombreuses trachées écrasées, disséminées parmi des fibres primitives non différenciées; zone cambiale arquée; liber en demi-cercle. Un épais massif extralibérien de fibres sclérifiées. Les cellules du *Tf.* interfasciculaire qui séparent ces massifs sont aussi plus ou moins sclérifiées. D'ailleurs, l'assise de cellules qui entoure les éléments du bois se comporte souvent de même.

Tfi. avec grande cavité centrale.

Tfe. partiellement collenchymateux.

Épiderme à cuticule mince et lisse. Poils et stomates.

b) *Limbe.* La structure des rachis rappelle celle du pétiole. Notons que le sclérenchyme disparaît à chaque nœud pour réapparaître à l'entrenœud supérieur.

Le mésophylle est bifacial et peu épais (fig. 132). Le parenchyme palissadique est formé de cellules isodiamétriques arrondies, globuleuses ou irrégulières, laissant entre elles des méats distincts.

Le parenchyme spongieux est peu dense, à grandes cellules très ramifiées (fig. 133).

L'épiderme est équifacial à grandes cellules sinueuses et à

membrane mince. La cuticule de l'épiderme interne porte des striations onduleuses faiblement accentuées; celle de l'épiderme externe est lisse.

Stomates à la face externe seulement, saillants. Les cellules péristomatiques pénètrent sous les cellules de bordure (fig. 132).

Poils assez répandus sur le pétiole, le rachis et les nervures de la face externe des folioles; ils sont unicellulaires, cylindriques effilés, peu allongés, à membrane peu épaisse, persistants.

Signalons encore certaines particularités.

Les trois bractées sont semblables en tout point aux feuilles végétatives, mais elles se simplifient rapidement. La supérieure n'est plus que trifoliolée et reçoit cinq faisceaux; la moyenne en reçoit sept et l'inférieure onze, plus un certain nombre de plus petits extérieurs.

Les bractéoles, longues de 2-3 millimètres et larges de 1 millimètre à leur base, sont de forme lancéolée, aiguë, entière ou dentée. Un seul faisceau qui s'éteint dès la base de la bractéole. On y remarque des poils courts, cylindriques, effilés, à contenu clair et d'autres claviformes ou pyriformes à protoplasme dense; tous sont persistants.

Les feuilles périulaires (4 à 6) ont la forme de cônes fendus suivant une génératrice et s'emboîtant l'un dans l'autre. Ce sont des gaines surmontées d'un limbe trimamelonné sessile et de deux auricules saillantes (fig. 134). Elles reçoivent de cinq à onze faisceaux. Leur métamorphisme est progressif. Elles sont distiques.

La préfeuille est disposée de telle façon que son faisceau M soit dans un plan perpendiculaire au plan vertical passant par l'axe de la pousse et celui de son bourgeon (fig. 135).

GENRE *CIMICIFUGA*.

C. fœtida L.

Le mode de végétation rappelle celui de l'*Actaea spicata*. Ce sont aussi les bourgeons situés dans l'aisselle des feuilles périulaires qui deviennent bourgeons de remplacement. La pousse

aérienne porte une série régressive de feuilles végétatives (10 à 15) munies chacune à leur aisselle, sauf les inférieures, d'un rameau florifère. L'ensemble de ces rameaux forme de bas en haut une série progressive. A la base de chaque pédicelle floral existent des bractéoles (1).

Tous les caractères d'organogénie, de parcours, d'histologie, décrits pour l'*Actaea* s'appliquent entièrement à la grande feuille végétative de *Cimicifuga*. Comme différences, signalons seulement : gaine courte, épaisse et à peine ailée, pétiole ordinairement demi-cylindrique, à face interne plane.

En outre, dans la gaine, alors que tous les faisceaux de la face interne sont déjà individualisés, on peut remarquer des anastomoses ou arcades transversales entre presque tous les faisceaux avant qu'ils s'engagent dans le pétiole (pl. VI, fig. 136).

La coupe typique du pétiole est représentée figure 137.

Le facies du faisceau M offre quelques différences avec celui de l'*Actaea* (fig. 138). Le sclérenchyme forme un étui bien régulier à la périphérie du pétiole.

GENRE *THALICTRUM*.

Les recherches ont porté sur : *Th. angustifolium* Jacq., *Th. aquilegifolium* L., *Th. calabricum* Spreng, *Th. flavum* L.,

(1) Sur un pied vigoureux, j'ai observé six feuilles pérulaires, puis au-dessus, sans transition, une très grande feuille végétative dont le bourgeon n'était pas développé. Il en est de même des deux suivantes. Au-dessus, trois feuilles avec bourgeon développé en un ramuscule florifère rudimentaire. Ces six feuilles vont en diminuant d'importance de la base au sommet. Les feuilles 13 à 19 ont un rameau axillaire bien fleuri. La feuille 17 n'est plus que trifoliolée avec court pétiole, les feuilles 18 et 19 sont simples, ovales, lancéolées et assimilatrices. Les feuilles 20 à 24 sont plus petites encore et scarieuses et sont accompagnées de grands épis.

Il est fort difficile, dans un cas comme celui-ci, de déterminer quelles sont les feuilles qui doivent être appelées *bractées*. Celles de la région supérieure de la pousse reçoivent trois faisceaux; mais dans les bractées dites scarieuses, le M ne se ramifie jamais et les deux L s'éteignent dès la base de la bractée.

Th. foetidum L., *Th. glaucum* Desf., *Th. minus* L. et ses variétés *dunense* Dmrt. et *depauperatum* Dmrt.

Les *Thalictrum* sont des plantes vivaces à tiges aériennes annuelles, hétérophylles (1).

La feuille végétative principale de la région inférieure de la tige débute par un bourrelet de 360°, surmonté de trois mamelons primaires L, M, L (*Th. aquilegifolium, minus, fœtidum*, etc.). Il arrive parfois que le mamelon L, à certain stade, paraît inséré en partie sur la gaine, en partie sur la base du mamelon M.

Elle se compose, à l'état adulte, d'une gaine ailée, auriculo-ailée, à insertion de 360°, d'un pétiole parfois court (*Th. flavum*), plus souvent allongé, anguleux, strié, canaliculé ou non à la face interne; d'un limbe composé, triacrone et très découpé, les trois rachis primaires portant généralement des rachis de troisième et même de quatrième ordre, à folioles très nombreuses (quelquefois plusieurs centaines) et de forme variable.

Parcours. — La feuille reçoit toujours un grand nombre de faisceaux : 11 à 25 et plus. Ce nombre est d'ailleurs sujet à variation, dans une même espèce, suivant la vigueur des individus.

Dès la base de la gaine (pl. VI, fig. 139), il n'est pas toujours aisé de reconnaître les faisceaux L. Il faut alors procéder de haut en bas à partir du rachis primaire latéral. Quoi qu'il en soit, dans la moitié inférieure de la gaine, les faisceaux L, M, L, les intermédiaires et les marginaux les plus internes contribuent à fournir des faisceaux à la face interne du pétiole, en s'orientant inversement à la suite d'une torsion de 180°, exactement comme dans les Anémones à gaine ailée. Les marginaux les plus extrêmes ne pénètrent pas dans le pétiole, mais vont se terminer en pointe libre dans les régions latérales supérieures de la gaine, dans les auricules quand elles existent, ce qui est le cas le plus fréquent (2).

Dans le pétiole, les faisceaux se disposent comme le montre

(1) Voir le mode de végétation du *Th. flavum* dans le travail de M. Mansion (35).

(2) Voir précédemment *Anemone Japonica*, p. 38.

la coupe typique du pétiole des *Thalictrum* (fig. 140). On remarquera d'abord l'emplacement du faisceau L dans la saillie latérale externe, ensuite le grand nombre des faisceaux dont les plus gros sont refoulés vers l'intérieur, surtout ceux de la face interne, enfin la grosseur de certains intermédiaires et marginaux qui relativement est considérable. Rarement le pétiole devient cylindrique (*Th. aquilegifolium*, fig. 141). Dans ce cas, il devient parfois difficile de reconnaître le faisceau L (1).

Au sommet du pétiole, les figures 142, 143, 144, 145 qui représentent des coupes successives prises chez *Th. glaucum*, nous donnent une idée de la marche des faisceaux, telle qu'on la rencontre dans les *Thalictrum*. D'abord, quand il y a peu de faisceaux dans le *Tfl.*, on voit (fig. 143) le faisceau *m* s'anastomoser avec un certain nombre de ses voisins pour fournir un ou plusieurs faisceaux centraux, et constituer une sorte de ceinture ou plutôt de cône vasculaire, renversé et oblique, qui servira d'insertion aux deux rachis L. Tous les autres faisceaux échangent entre eux des arcs anastomotiques (fig. 144), qui serviront d'insertion au rachis M. Les faisceaux L et leurs voisins sont ainsi raccordés avec des faisceaux de la face interne par deux bandes d'insertion communes aux trois rachis primaires.

Des dispositions semblables se répètent pour l'insertion des rachis secondaires, et ainsi de suite.

Histologie :

a) *Pétiole.* La forme typique du faisceau dans le pétiole des *Thalictrum* est représentée (fig. 146) : bois en pointe, liber arrondi, sclérenchyme non contigu au liber. Mais il arrive quelquefois (certains individus ou certaines formes de *Th. minus*, par exemple) que le sclérenchyme extralibérien confine au liber et qu'il y ait un petit massif de fibres intraligneuses (fig. 147).

(1) En effet, à la base de la gaine, tous les faisceaux ont sensiblement même importance. Et si l'on part des rachis, on perd la trace du faisceau L dans le réseau inextricable d'anastomoses, particulièrement compliqué au sommet du pétiole du *Th. aquilegifolium*. On peut alors faire appel à l'anatomie comparée.

Les massifs de fibres sclérifiées sont reliés entre eux par des ponts interfasciculaires, de façon à former un étui sclérenchymateux à la périphérie du pétiole. Il arrive parfois que la sclérification des éléments interfasciculaires n'a lieu qu'assez tard.

Les faisceaux de la face interne, refoulés vers l'intérieur du *Tf.*, présentent très fréquemment une section arrondie (fig. 140), et les cellules qui y confinent sont souvent plus ou moins sclérifiées. On en trouve même quelquefois entièrement centriques avec le liber au milieu, le bois en dehors (fig. 140).

Dans le *Tfi.*, une grande cavité centrale.

Le *Tfe.* en dehors de l'étui de sclérenchyme est le seul tissu à chlorophylle; il se compose de quelques assises de cellules. Dans les arêtes, il est souvent collenchymateux.

Les cellules épidermiques sont généralement prismatiques ou cubiques, toujours peu allongées et à cuticule mince.

b) *Gaine.* Dans la région la plus inférieure, la forme du faisceau est différente et caractéristique (fig. 148) : bois et liber en demi-cercle, zone cambiale non arquée, épais massif de fibres sclérifiées s'étendant jusque sur les côtés du bois et assez souvent jusqu'au bord intérieur.

Le *Tf.* est aussi parcouru par une ou plusieurs grandes cavités. L'épiderme est analogue à celui du pétiole.

c) *Limbe.* Les folioles, dont l'épaisseur est beaucoup moindre que dans les autres Renonculacées, renferment un mésophylle bifacial (fig. 149). Il se présente avec des caractères d'une analogie remarquable chez toutes les espèces de *Thalictrum*. D'abord, la chlorophylle est également répandue dans le parenchyme palissadique et le parenchyme spongieux. Généralement, le parenchyme palissadique est bisérié, parfois trisérié; il occupe ordinairement plus de la moitié de l'épaisseur du limbe. Les cellules de la première série ou série sous-épidermique sont plus ou moins allongées, 2-4 fois plus longues que larges, simples, étroites, cylindriques ou prismatiques, très serrées de façon à ne laisser entre elles que des méats extrêmement étroits ou même nuls. Celles de la deuxième série, parfois moins bien caractérisées, sont oblongues, subglobuleuses, ou même irrégu-

lières, peu serrées; elles passent très facilement au parenchyme spongieux avec lequel elles peuvent parfois se confondre. Les cellules de ce dernier sont petites, très serrées, globuleuses ou seulement irrégulières, non rameuses vues de face (1) (fig. 150).

L'épiderme est équifacial ou subéquifacial à petites cellules, à parois minces faiblement cutinisées, généralement peu sinueuses et même polyédriques. Quand les deux épidermes ne sont pas identiques, les cellules de l'épiderme externe sont toujours moins sinueuses que celles de l'épiderme interne (fig. 151 et 152).

Pas plus que pour le mésophylle, il n'y a rien de constant dans les caractères tirés des cellules épidermiques. Ainsi, le *Th. minus*, suivant son lieu de provenance, m'a fourni un épiderme équifacial à cellules parfaitement polyédriques ou à cellules bien sinueuses, ou même un épiderme nettement bifacial.

Les stomates sont petits et arrondis, presque toujours non saillants, rarement un peu saillants. Dans ce cas, les cellules péristomatiques pénètrent quelque peu sous les cellules de bordure (fig. 152).

Les *Thalictrum* semblent caractérisés par une forme particulière de poils sur laquelle Lecoyer (**12** et **13**) a le premier attiré l'attention; c'est un poil court, à membrane mince, ordinairement persistant, capité, cylindrique ou plus souvent un peu renflé-ventru (fig. 153). Très rares chez *Th. calabricum*, *glaucum*, *flavum*, *aquilegifolium*, ces poils sont au contraire répandus à la face externe des folioles du *Th. angustifolium* et sur toutes les

(1) Le mésophylle des *Thalictrum* passe avec une facilité extrême au mésophylle centrique. Il arrive parfois qu'il se différencie assez tard. Mes recherches ont toujours porté sur les grandes feuilles du bas de la pousse, au moment où celle-ci était en pleine floraison. Sur les feuilles supérieures, les caractères peuvent changer : les cellules peuvent notamment rester toutes globuleuses et même subpolyédriques. On conçoit donc que les cellules de l'assise ou des deux assises situées sous l'épiderme interne puissent dès lors avoir une section carrée, qu'elles soient plus petites « que celles des autres assises et qu'elles méritent à peine le nom de palissade ». C'est ainsi que le mésophylle du *Th. flavum* est caractérisé par MM. Marié (**20**) et Mansion (**35**), p. 54.

parties de la feuille du *Th. minus*. Toutefois, des spécimens de cette dernière espèce étaient complètement dépourvus de poils ou n'en portaient à l'état adulte que des traces très peu nombreuses.

Le plus souvent les cellules épidermiques circumpilaires forment une rosace bien distincte autour de la base du poil (fig. 154), mais chez aucune des espèces précédentes ces cellules ne sont soulevées au-dessus du niveau des autres cellules épidermiques.

Chez le *Th. fœtidum* (fig. 155 et 156), outre les poils capités des *Thalictrum*, on observe d'autres poils allongés, rubanés ou cylindriques, non effilés, à membrane mince; ils sont persistants, unicellulaires ou pluricellulaires unisériés quand ils ont une certaine longueur. Ces deux formes de poils bien distinctes sont, pour la plupart et à la face externe des folioles seulement, soulevées par les cellules épidermiques circumpilaires qui leur forment ainsi un piédestal. Ce dernier est donc constitué par un petit massif de cellules épidermiques au centre duquel se trouve souvent une file axiale de cellules du mésophylle. Ce piédestal se développe à mesure que la feuille s'épanouit : peu distinct dans la feuille jeune (fig. 155), il est très apparent dans la feuille adulte (fig. 156).

Des cristaux en oursins dans le pétiole du *Thalictrum aquilegifolium*.

Les dépendances latérales des rachis, appelées à tort ou à raison *stipelles* et *stipellules*, se présentent sous la forme de petites expansions annulaires ou fragmentées, sortes de petites lames libres ou connées, embrassant complètement leur support (fig. 157, 158 et 159); leur existence est éphémère; elles sont souvent décolorées et scarieuses, quand la feuille est adulte.

Elles sont vascularisées par de nombreux faisceaux qui se détachent de la voûte anastomotique ou de son voisinage.

Elles existent à la base des rachis primaires, secondaires ou tertiaires. J'en ai observé chez *Th. minus*, *flavum*, *angustifolium* et surtout chez *Th. aquilegifolium* où (fig. 157), au sommet du pétiole, elles revêtent l'aspect d'un anneau bilobé sur son bord externe, moins large sur son bord interne. A la base des rachis

secondaires, elles ont les lobes du bord externe frangés (fig. 158). A la base des rachis tertiaires, l'anneau est interrompu (fig. 159). Mais il importe de noter que, d'après Lecoyer (**17**), leur développement paraît toujours concorder avec la puissance végétative de la plante; elles diminuent de grandeur quand la force vitale décroît, et disparaissent complètement dans les échantillons anémiques. Leur présence constitue un bon caractère, mais leur absence dans les variétés ou variations de l'espèce ne doit pas être considérée comme signe caractéristique.

GENRE *ISOPYRUM*.

I. fumarioides L.

Petite plante annuelle homophylle.

La feuille comprend une gaine allongée, ailée et auriculée (fig. 160), un pétiole demi-cylindrique, un limbe triacrone à segments rachidés, les trois folioles tripartites.

Parcours. — La feuille reçoit trois faisceaux L, M, L. A la base du limbe, il y a trifurcation du M et renforcement des L par les branches latérales (fig. 161).

Histologie. — Dans le pétiole, trois faisceaux à section circulaire et sclérenchyme extralibérien (fig. 162).

Mésophylle bifacial. Palissades simples, peu serrées, occupant le tiers de l'épaisseur du limbe.

Épiderme bifacial : cellules subpolyédriques à la face interne, très sinueuses à la face externe. Caractère distinctif : les cellules épidermiques des bords des folioles sont bombées vers l'extérieur et plus fortement cutinisées dans la partie saillante (fig. 163).

Stomates non saillants, répartis sur les deux faces.

Poils très rares; j'ai tout simplement trouvé sur les feuilles inférieures d'une plantule çà et là des poils courts, claviformes, subcapités à paroi mince (fig. 163).

Ce genre tient, dans le groupe triacrone, la place que le *Myosurus* occupe dans le groupe monacrone : modification du type par nanisme.

TROISIÈME GROUPE.

Type : TROLLIUS EUROPAEUS L.

MODE DE VÉGÉTATION.

En mai-juin, les souches cespiteuses de *Trollius* comprennent :

1° Des tiges florifères portant très souvent une feuille végétative entièrement aérienne et des bractées;

2° De courts rhizomes obliques portant des feuilles végétatives à insertion souterraine et des bourgeons à divers stades de développement : les inférieurs restent ordinairement petits toute l'année et ne se composent que d'une préfeuille et de deux à quatre feuilles pérulaires (pérule foliaire ou inférieure); les supérieurs poussent toute la bonne saison en développant en outre des feuilles végétatives (une quinzaine). Ceux-ci sont les bourgeons de remplacement; ils s'affranchissent du rhizome maternel par des racines adventives.

Dès l'automne, les bourgeons de remplacement produisent, au-dessus de leurs dernières feuilles végétatives, de longues feuilles pérulaires (pérule florale ou supérieure) longuement tubuleuses (pl. VII, fig. 164) (1), au nombre de trois ou quatre emboîtées l'une dans l'autre et abritant pour l'hiver la jeune tige florifère qui est terminale (fig. 165).

Le bourgeon axillaire de la dernière feuille pérulaire le mieux protégé de tous et le plus près du sommet est le principal bourgeon de remplacement (en *a'*, fig. 165). Apparaissant donc en automne, il portera toujours des fleurs en mai de la seconde année. Les autres renferment parfois, en dedans de leur pérule, un bouquet de feuilles végétatives et ne portent des fleurs que la troisième année, au plus tôt.

Il y a donc dans ce mode de végétation deux pérules superposées et consécutives : l'une se formant en été, entièrement souterraine et abritant les feuilles végétatives; l'autre naissant en automne, presque entièrement aérienne, sert à protéger l'hiver la tige florifère et ses bractées.

(1) Certaines souches de *Trollius europaeus* observées dans le courant de septembre, ont montré la jeune tige florifère entièrement formée et se préparant à hiverner à l'abri des gaines des dernières feuilles végétatives; il n'y avait donc pas de feuilles pérulaires. Peut-être s'agit-il d'une variété distincte. Je n'ai pu élucider cette question.

FEUILLE VÉGÉTATIVE.

A. **Organogénie.** — La feuille primordiale du *Trollius*, insérée sur le rhizome, est un manchon fendu entourant et recouvrant le sommet de la tige.

A la périphérie du bord supérieur de ce manchon apparaissent en ordre basipète, d'abord le mamelon M (fig. 166), puis à ses côtés les mamelons L, puis à côté des L les mamelons *m* (fig. 167) (1). A cause de cette pluralité de points végétatifs primaires, le limbe est dit polacrone. Des points végétatifs secondaires ne tardent pas à prendre naissance, en ordre acropète, dans les segments primaires.

Pendant que les divers segments du limbe grandissent et se découpent (fig. 168), le manchon s'élève au-dessus du sommet de la tige qu'il recouvre bientôt d'une sorte de capuchon conique portant toujours une très petite ouverture apicale (fig. 168 et 169), et recouvrant les feuilles plus jeunes. Bientôt le limbe dépasse cette gaine vaginée et est enfin soulevé par le pétiole (fig. 170). Évidemment, la feuille suivante devra déchirer la gaine de son aînée pour arriver au jour. La déchirure a lieu dans le plan médian suivant une génératrice opposée au pétiole.

B. **Feuille adulte.**

1° Caractères extérieurs. — Elle comprend donc une gaine ailée, auriculée et même ligulée, à auricules et ligule très courtes et délicates (fig. 171), un pétiole cylindrique, un limbe simple polacrone à cinq (2) segments sessiles lobés et dentés (fig. 172).

2° Parcours des faisceaux. — La feuille reçoit ordinairement sept faisceaux :

m L *i* M *i* L *m*.

(1) Dans la variété *Napellifolius* Roepp, il y a cinq sommets apparaissant distinctement sur la gaine primordiale, et deux autres *m'*, naissant en partie sur *m*, en partie sur la gaine, ou même entièrement sur la gaine.

(2) Sept, dans la variété *Napellifolius*.

En s'élevant dans la gaine, leur nombre augmente et les marginaux se rapprochent du plan médian de la feuille pour s'engager dans le pétiole. Aucun d'entre eux ne va dans la région postérieure et la partie en capuchon n'est donc pas vascularisée (fig. 173). Quand la gaine s'épaissit dans sa partie antérieure, au voisinage du faisceau médian, divers faisceaux se détachent de la région externe et par une torsion de 180° viennent se placer dans la région interne comme dans les Anémones à gaine ailée.

Dans le pétiole, les faisceaux échangent entre eux de nombreuses anastomoses obliques; ils ont une tendance à se placer en cercle (fig. 174).

A la base du limbe, les faisceaux grossissent et deviennent sensiblement d'égale importance. Ils se ramifient beaucoup et se fusionnent entre eux sans qu'il y ait néanmoins formation d'arcades transversales ni de voûte anastomotique (fig. 175). On peut néanmoins suivre les faisceaux M, L, *m*, ou tout au moins leur branche principale, qui se rendent respectivement dans les segments M, L, *m* dont ils constituent les faisceaux les plus importants.

3° Histologie :

a) *Pétiole.* Le faisceau M au milieu du pétiole (fig. 176), à section elliptique, présente un B_1 avec trachées écrasées, B_2 très développé, zone cambiale très arquée, liber arrondi à cellules gélifiables (1).

(1) A l'état anhydre (coupe pratiquée et observée dans l'alcool), les cloisons des éléments libériens sont assez épaisses et d'apparence homogène (fig. 177). En présence d'eau, elles gonflent et montrent des cloisons primaires mucilagineuses et des parois secondaires déprimées par la pression du mucilage (fig. 178). Les cellules annexes, à cause de leur contenu, résistent à la pression.

Les membranes secondaires gonflent à leur tour sous l'action de la potasse (fig. 179), de l'eau de Javelle ou du chlorure de zinc. Elles sont de nature cellulosique (coloration bleu intense par le chlorure de zinc iodé). Les cellules annexes se distinguent des cellules grillagées par leur contenu protoplasmique et par l'absence de membrane secondaire gonflable par les réactifs (fig. 177, 178, 179). L'oxyde de cuivre ammoniacal n'a rien donné

Un massif extralibérien de fibres sclérifiées dont la sclérification se fait parfois après la floraison.

Grande cavité centrale dans le *Tfi.* L'hypoderme et les assises sous-jacentes ont leurs cellules collenchymateuses.

Épiderme à cellules allongées dont la face extérieure est marquée de stries longitudinales. Stomates et poils.

b) *Gaine.* Les faisceaux y ont une section orbiculaire (fig. 180), sont entourés d'un épais étui d'éléments sclérifiés et ont leurs assises cambiales droites (surtout dans la variété *napellifolius*). Dans la région postérieure le *Tf.* est réduit à une seule assise de parenchyme et même aux deux épidermes juxtaposés (fig. 173.)

c) *Limbe.* Mésophylle bifacial (fig. 181). Parenchyme palissadique unisérié. Les palissades sont oblongues, quelques-unes sont rameuses, environ trois fois plus longues que larges; elles laissent entre elles d'étroits méats. Parenchyme spongieux peu serré, à cellules peu rameuses quand elles sont vues de face sous l'épiderme externe.

de particulier dans les pétioles adultes. Ce tissu libérien présente une certaine analogie avec l'albumen du Caroubier. Les membranes cellulaires de cet albumen mucilagineux sont en effet, d'après M. H. Marlière (a), constituées par :

1° Une membrane primaire très mince, dont l'existence est difficile à constater, mais qui est reconnaissable par l'oxyde de cuivre ammoniacal, quand l'épaississement a commencé. Elle n'intervient que pour une faible part dans la constitution du mucilage;

2° Une membrane secondaire très épaisse, gélifiable après transformation de la cellulose. Elle présente des couches concentriques et des fibrilles radiales. Après sa transformation en mucilage, elle n'est plus colorable par le chlorure de zinc iodé;

3° Une membrane tertiaire, relativement mince, toujours reconnaissable à sa nature cellulosique non transformée.

On le voit, ce que j'ai appelé cloison primaire dans le liber du *Trollius*, correspond à la membrane secondaire de M. Marlière dans l'albumen du Caroubier. Il est probable qu'en expérimentant sur des pétioles suffisamment jeunes, on pourrait déceler la présence d'une membrane mince correspondant à la membrane primaire du Caroubier. Il y aurait ainsi analogie complète entre la constitution chimique des deux tissus.

(a) Cf. H. MARLIÈRE, Ceratonia siliqua, *Étude cytologique et chimique sur la graine et spécialement sur l'Endosperme.* (LA CELLULE, 1896, t. XIII, fasc. 1.)

Épiderme bifacial (fig. 182 et 183) à cellules beaucoup plus sinueuses à la face externe. Cuticule marquée de stries sinueuses à la face interne.

Stomates à la face externe seulement, non saillants. Les cellules épidermiques qui avoisinent les stomates ne pénètrent pas sous les cellules de bordure comme chez les Anémones (fig. 183).

Poils très rares sur la feuille adulte. Dans le bourgeon on observe des poils claviformes qui persistent çà et là, flétris sur le pétiole et la face externe du limbe et des poils cylindriques un peu plus allongés, non effilés, à membrane mince, contenu clair, caducs, entièrement disparus sur la feuille adulte (fig. 184).

La feuille végétative, insérée sur la partie aérienne de la tige florifère, diffère des précédentes par sa gaine simplement ailée (fig. 185) et son pétiole presque demi-cylindrique et canaliculé.

FEUILLES BRACTÉALES.

Il y en a ordinairement cinq ou six. Les inférieures ont une gaine, un court pétiole et un limbe comme la feuille végétative insérée sur la partie aérienne de la tige florifère. Elles reçoivent de la tige sept ou cinq faisceaux. Les supérieures sont sessiles et possèdent un limbe à cinq ou trois segments; elles reçoivent cinq ou trois faisceaux (fig. 186).

Caractères histologiques des feuilles végétatives.

FEUILLES PÉRULAIRES INFÉRIEURES.

On les recherchera dans les bourgeons qui se trouvent à l'aisselle des feuilles végétatives de l'année. Les plus inférieurs seuls de ces bourgeons en sont pourvus.

Elles ne diffèrent pas des stades jeunes des feuilles végétatives : on y retrouve la gaine vaginée et un limbe non développé qui ne s'élève guère plus haut que l'orifice apical de la gaine (fig. 187). Ce sont donc des feuilles arrêtées dans leur développement; elles restent feuilles souterraines.

La préfeuille reçoit trois ou quatre faisceaux; elle est toujours orientée de telle façon que son plan médian soit perpendiculaire au plan que forment l'axe de la tige et celui du bourgeon (fig. 188). Les feuilles souterraines reçoivent trois ou sept faisceaux.

FEUILLES PÉRULAIRES SUPÉRIEURES.

Ce n'est pas autre chose que la gaine très bien développée de la feuille végétative (6 à 8 centimètres parfois), portant un pétiole court ($^1/_2$ centimètre) et un limbe rudimentaire (1 à 2 millimètres). Cette sorte de doigt de gant étroit et allongé (fig. 164) ne porte donc qu'une petite ouverture peu distincte à son sommet. D'égale épaisseur sur tout son pourtour à sa base, la feuille pérulaire d'hiver s'épaissit antérieurement dans sa moitié supérieure, alors que postérieurement elle s'amincit et finit par ne comprendre que les deux épidermes juxtaposés.

Elle reçoit de la tige sept à onze faisceaux dont le parcours est exactement le même que dans la gaine de la feuille végétative.

Au point de vue histologique, il faut signaler l'absence totale de sclérenchyme et de collenchyme.

Stomates et poils caduc sur l'épiderme tant interne qu'externe.

GENRE *ACONITUM*.

La partie souterraine d'une pousse d'Aconit Napel passe l'automne et l'hiver dans l'état que représente la figure 189, planche VII. On y observe une pérule rappelant la pérule du *Trollius* (fig. 190) et protégeant la jeune tige de remplacement ainsi que le bourgeon axillaire de la dernière feuille pérulaire (fig. 191). Au printemps, le sommet de la tige sort de terre (fig. 192) et le bourgeon de remplacement, pour l'année suivante, apparaît très tôt. C'est ordinairement celui qui se trouve à l'aisselle

de l'avant-dernière feuille périulaire (1). Une longue racine pivotante, qui ne tarde pas à accumuler des réserves, prend naissance dès avril-mai dans un des entrenœuds inférieurs de ce bourgeon.

A la différence du *Trollius*, il n'y a ici qu'une seule périule.

Sur la feuille primordiale d'*A. Napel* apparaissent trois sommets végétatifs primaires et deux autres qui semblent plutôt des dépendances des mamelons L (fig. 193).

Néanmoins, comme nous le verrons, ces mamelons *m* reçoivent comme faisceau principal le faisceau *m*, et il y a tout lieu de considérer cette feuille comme ayant un limbe polacrone à cinq segments basipètes.

Elle présente le phénomène de nutation (fig. 191).

Dans le genre Aconit, les espèces suivantes ont été examinées : *A. Anthora* L, *A. lycoctonum* L, *A. Napellus* L. *A. variegatum* L.

La feuille se compose d'une gaine simple (fig. 194) ou ailée (fig. 195), d'un pétiole demi-cylindrique canaliculé ou non, d'un limbe simple, polacrone à cinq plus rarement sept segments basipètes, sessiles, bien individualisés au sommet du pétiole ou un peu confluents à la base et variablement découpés.

Parcours. — Le nombre de faisceaux reçus par la feuille est trois :

L M L.

Ce n'est qu'accidentellement que l'on a :

m L M L

ou bien

m L M L *m*.

Dans la gaine, formation de faisceaux à la face interne par torsion de 180° et orientation inverse comme dans les Anémones à gaine ailée.

(1) L'horticulture en fait développer plusieurs, même ceux qui sont à l'aisselle des feuilles végétatives inférieures.

Dans le pétiole d'*A. Anthora* (fig. 196) et *lycoctonum* (fig. 197), on remarquera que les faisceaux L sont très rapprochés du médian. Chez ces espèces les segments marginaux du limbe sont relativement très développés. Toujours le faiseau *m* occupe l'arête du pétiole : *A. Napel* (fig. 198) et *A. variegatum* (fig. 199).

A la base du limbe, jamais de voûte ni d'arcades anastomotiques. Le faisceau M se trifurque toujours et sa branche latérale renforce le faisceau L bifurqué ou non. Le faisceau *m* se comporte comme L, c'est-à-dire se bifurque quand il y a sept segments distincts au limbe, ou bien forme une sorte de sympode par bifurcations successives quand il y a neuf segments : *A. Anthora* (pl. VIII, fig. 200). Quant aux faisceaux de la face interne, ils se séparent en deux groupes; ceux-ci finissent par ne former qu'un seul faisceau de chaque côté du plan médian, destiné au bord inférieur du segment marginal extrême.

Histologie :

a) *Pétiole.* Les faisceaux ont une section elliptique. La zone cambiale est faiblement arquée et ne l'est même pas chez *A. Napellus.*

Les cellules libériennes présentent les mêmes particularités que chez le *Trollius.*

A la pointe interne du bois du faisceau il n'y a pas de sclérenchyme, mais il arrive que les fibres primitives de cette région deviennent collenchymateuses : *A. lycoctonum* (fig. 197, pl. VII).

Le sclérenchyme existe en amas de fibres sclérifiées en face du liber des faisceaux : tantôt ces amas sont adhérents aux cellules libériennes (*A. Napellus,* fig. 198), plus souvent ils en sont séparés par des éléments non sclérifiés. Ces massifs de fibres extralibériennes sont parfois réunis par des ponts interfasciculaires, formés de cellules non pointues aux extrémités et légèrement sclérifiées, ainsi chez *A. lycoctonum* et *Anthora.*

Toujours une large cavité centrale dans le *Tf.*

Hypoderme rarement collenchymateux, sauf chez *A. Napellus.* Épiderme à cuticule mince et non striée, sauf chez *A. Napellus.*

b) *Gaine.* Les faisceaux ont généralement le même aspect que dans le pétiole. Parfois cependant l'*A. Napel* présente des faisceaux ayant la forme représentée par la figure 201, pl. VIII : zone cambiale très arquée avec convexité en dehors. L'*A. lycoctonum* présente très souvent de nombreuses fibres primitives très collenchymateuses à la face interne du faisceau (fig. 202). Le sclérenchyme interfasciculaire n'existe pas dans la gaine.

c) *Limbe.* Le mésophylle est bifacial et présente une remarquable similitude chez toutes les espèces : *A. lycoctonum* (fig. 203), *A. Anthora* (fig. 205), parenchyme palissadique unisérié à palissades assez allongées, occupant environ le quart de l'épaisseur du limbe et séparées par des méats; un plus ou moins grand nombre d'entre elles sont rameuses, les autres sont simples; parenchyme spongieux peu dense à grandes cellules ramifiées.

L'épiderme n'est pas équifacial; les cellules sont toujours plus sinueuses à la face externe. La cutinisation est toujours très faible et la paroi extérieure des cellules est mince et lisse.

Stomates sur la face externe du limbe. Tantôt ils affleurent au niveau de l'épiderme, *A. Anthora* (fig. 205 et 206); tantôt ils sont saillants (*A. lycoctonum*, fig. 203 et 204, *variegatum* et *Napellus*); dans ce dernier cas les cellules épidermiques pénètrent profondément sous les cellules stomatiques.

Les poils sont d'une seule forme dans chaque espèce : cylindriques, effilés ou plus ou moins cylindro-coniques. Très peu nombreux et à parois minces chez *A. Napellus* (1), ils sont plus nombreux et même parfois très abondants chez les autres espèces où ils ont leurs parois plus ou moins épaissies.

(1) Dans cette espèce, ils sont généralement localisés sur le pétiole, les nervures principales de la face externe et sur les bords du limbe; mais dans plusieurs variétés, ces poils délicats ont totalement disparu sur la feuille adulte. Il en est de même chez *A. variegatum.*

GENRE *DELPHINIUM*.

La feuille des *Delphinium elatum* L, *grandiflorum* L, *nudicaule* Tarr. Gr., *Staphysagria* L, se compose d'une gaine simple ou peu ailée, d'un pétiole cylindrique (pl. VIII, fig. 207), subcylindrique ou trigone à faces convexes (fig. 208), d'un limbe polacrone à cinq ou sept segments sessiles, toujours confluents à la base, entiers, tridentés ou trilobés (*D. nudicaule, Staphysagria*) ou profondément découpés (*D. grandiflorum, elatum*).

Le *D. Ajacis* L, espèce annuelle, possède une gaine foliaire simple (1), un pétiole fortement canaliculé (fig. 209), un limbe triacrone à segments rachidés, découpés en nombreuses lanières linéaires.

Parcours. — Chaque feuille reçoit généralement trois faisceaux. Le parcours est le même que chez les *Aconitum*, dans la gaine, le pétiole et le limbe. Toutefois, chez *D. Ajacis* il n'existe pas de faisceaux à la face interne du pétiole et, à la base du limbe, le parcours rappelle beaucoup ce qui a été signalé précédemment chez certaines Anémones, avec trifurcation du faisceau M.

Histologie. — Dans le pétiole, faisceaux à section elliptique ou subarrondie, zone cambiale très arquée. Liber sans caractères spéciaux. Massifs de sclérenchyme extralibérien généralement non adhérents au liber (fig. 207 et 208), sauf chez *D. Ajacis*.

(1) Il s'agit ici, bien entendu, de la feuille la plus complète, se trouvant dans la région inférieure de la tige. M. Lenfant, dans son travail sur les *Delphinium*, décrit une feuille de la région à structure constante (Cf. *Arch. de l'Instit. bot. Univ. de Liége*, vol. I, pp. 20 et suiv.). Dans le plan que je me suis tracé, cette dernière appartient aux feuilles bractéales qui établissent le passage aux bractées proprement dites, par réduction du pétiole et développement plus considérable des segments latéraux du limbe, transformations analogues à celles qui ont été décrites chez l'*Adonis autumnalis*. Cette feuille bractéale du *Delphinium Ajacis* a d'ailleurs plusieurs points communs avec celle de l'*Adonis autumnalis* (pl. I, fig. 9).

Parfois des ponts interfasciculaires de cellules plus ou moins sclérifiées : *D. elatum* et *grandiflorum*. Une cavité centrale dans le *T/i.*

Dans le limbe, le mésophylle est bifacial; parenchyme palissadique unisérié à palissades longues et bien développées, s'étendant sur la moitié de l'épaisseur du limbe et séparées par des méats; tantôt elles sont simples, étroites, très allongées, très régulières *D. nudicaule* (1) (fig. 210 et 211), *D. Staphysagria, grandiflorum;* tantôt fréquemment rameuses, moins allongées, peu régulières avec larges méats (fig. 212).

L'épiderme est équifacial à cellules très sinueuses ou subéquifacial (*D. nudicaule*) à cellules moins sinueuses à la face interne. La cuticule est toujours fort mince et lisse.

Les stomates existent très nombreux à la face externe seulement. Ils sont saillants chez *D. grandiflorum*, non saillants chez *D. elatum* et *Staphysagria*, enfin chez *D. nudicaule* ils sont plus ou moins saillants, et le fait varie même suivant le lieu d'origine des matériaux d'observation.

Les poils varient suivant les espèces. Toujours il existe des poils unicellulaires, persistants, cylindriques, effilés ou obtus, à membrane plus ou moins épaisse et à contenu plus ou moins granuleux (fig. 213, au milieu). Ordinairement allongés, ils sont parfois de longueur variable, comme chez le *D. nudicaule.*

Chez *D. grandiflorum*, il existe en outre des poils rubanés, longs, à membrane mince et contenu clair hyalin.

Chez *D. elatum* et *Staphysagria*, on observe aussi une seconde

(1) La figure 210 a été dessinée d'après des matériaux provenant du Jardin botanique d'Édimbourg. A Liége, le mésophylle est très sensiblement le même. A Naples (fig. 211), il existe une deuxième série de palissades et toutes les cellules sont considérablement plus grandes : l'épaisseur du limbe est doublée ! C'est le limbe le plus épais que j'aie observé dans la famille des Renonculacées.

Des matériaux vivants, adressés d'Édimbourg et de Naples à l'Institut botanique de Liége, m'ont permis de faire ces constatations intéressantes qui montrent avec quelle prudence il faut apprécier les caractères anatomiques des feuilles au point de vue de la systématique.

forme : ce sont des poils allongés, persistants, cylindriques, renflés-ventrus à la base, à membrane plus ou moins épaisse, à protoplasme dense et granuleux dans la partie renflée (fig. 213).

Chez *D. Ajacis*, outre les poils cylindro-coniques effilés, souvent courbés, persistants et très nombreux, on observe surtout sur la gaine quelques petits poils claviformes à membrane mince et contenu épais.

Enfin, chez *D. Staphysagria*, on rencontre, plus spécialement sur la gaine, une troisième catégorie de poils courts, ellipsoïdaux, à membrane épaisse et contenu dense (fig. 213).

Remarque. — Le *Delphinium Ajacis*, espèce annuelle hétérophylle, s'écarte par ses feuilles des autres *Delphinium*. L'absence de faisceaux à la face interne du pétiole le rapproche des *Adonis*. Son limbe triacrone et le parcours des faisceaux au sommet du pétiole rappellent plutôt les Anémones.

QUATRIÈME GROUPE.

Type : CALTHA PALUSTRIS L.

MODE DE VÉGÉTATION.

En avril, dans les souches de Populage, on trouve :

1° Des tiges florifères, qui sont la continuation d'une sorte de rhizome gros et court et qui portent des feuilles bractéales;

2° Des bourgeons portant des rosettes de feuilles végétatives, toutes semblables [pousse homophylle (1)] à insertion souterraine, sur une spire phyllotaxique $^2/_5$. Après la floraison, de nouvelles feuilles continuent à se former, mais généralement la végétation se ralentit en été.

Dès le mois d'août, le bourgeon à feuilles végétatives forme, à son extrémité, la jeune tige florifère pour l'année suivante, laquelle atteint 1 à 3 centimètres avant l'apparition des premiers froids (pl. VIII, fig. 214). Cette jeune tige passe l'hiver dans la gaine de la feuille *n* (*fe. n*), la dernière feuille de l'année. Le bourgeon axillaire de *fe. n* avorte généralement. Celui de *fe. n* — 1 se développe le mieux et fournit la pousse de remplacement; il peut même déjà donner des feuilles végétatives l'automne de la même année; il développe de nombreuses racines adventives et s'affranchit du rhizome maternel qui se décompose.

Les bourgeons axillaires de *fe. n* — 2, *fe. n* — 3... sont de moins en moins développés. Suivant les conditions de milieu, ils donnent des feuilles la même année, restent latents quelques années ou avortent.

FEUILLE VÉGÉTATIVE.

A. **Organogénie.** — D'abord un petit manchon complet qui est la feuille primordiale. Puis soulèvement d'un point du bord extérieur et supérieur de ce manchon où apparaît le sommet du limbe (fig. 215). En même temps, le bord intérieur et supérieur tout entier est porté au-dessus du sommet de la tige, abritant toutes les feuilles puînées, comme chez le *Trollius* (fig. 216), mais beaucoup plus haut que chez ce dernier. Il se forme ainsi, par soulèvement, une longue gaine vaginée, étroite-

(1) En ce qui concerne les feuilles végétatives.

ment tubuleuse, d'abord plus grande que le limbe (fig. 214) et portant une petite ouverture apicale peu perceptible (fig. 217).

Pendant ce temps le limbe se développe, non pas aux dépens d'un point végétatif M, mais bien par le fonctionnement d'une zone végétative continue, née sur le bord extérieur, s'étendant à droite et à gauche du plan médian et allant se perdre insensiblement dans les régions latérales. C'est dans cette zone de croissance que se localisent plus tard un très grand nombre de points végétatifs correspondant à chacune des dents du limbe adulte. Ce dernier a ses bords involutés pendant la préfoliaison.

Quand le pétiole apparaît, il soulève le limbe et celui-ci se fraye un passage à travers la gaine de la feuille aînée en perforant cette gaine, tantôt sur sa paroi tournée vers la face interne du pétiole (fig. 218), tantôt sur la paroi opposée (fig. 214, *fe.* $n-1$).

Plus tard, par suite du grossissement du bourgeon, cette gaine est déchirée dans le plan médian, le long de la génératrice postérieure (voir la gaine de *fe.* $n-1$, dans la figure 214). Une partie des débris de cette même gaine, persistant à la base du pétiole (fig. 219), peut donc simuler, par suite de toutes ces déchirures successives, une gaine à la fois auriculée et ligulée. L'autre partie, c'est-à-dire la région supérieure tubuleuse, est irrégulièrement fragmentée, et les fragments, adhérents au pétiole de la feuille suivante, sont soulevés par ce même pétiole à diverses hauteurs.

Quand le limbe et le pétiole sont adultes, les régions latérales et postérieures de la gaine sont donc détruites; il ne subsiste que la région antérieure qui continue le pétiole.

La gaine de *Caltha* offre une ressemblance parfaite avec celle du *Trollius;* toutefois, la région libre et tubuleuse est très allongée chez le *Caltha,* très courte chez le *Trollius* (1).

B. Feuille adulte.

Caractères extérieurs. — La gaine est donc en grande partie détruite, ses bords libres, frangés et plus ou moins scarieux,

(1) Voir la note II, à la fin de la première partie.

présentent les caractères qui viennent d'être indiqués; le pétiole est demi-cylindrique, à face interne plane; le limbe est subor-biculaire, cordé et crénelé; c'est une sorte de limbe polacrone dont tous les segments sont confluents dès leur origine.

Parcours. — La feuille reçoit généralement

m' m L M L *m m'*.

Dès la base de la gaine, le faisceau M émet d'abord un certain nombre de ramifications (fig. 220), qui s'orientent diversement et se placent, les unes vers la face externe en dehors de M, les autres, en se tordant de 180°, se dirigent vers la face interne où elles sont renforcées plus haut par des branches venant des faisceaux L. Les faisceaux *m* restent dans les arêtes du pétiole (fig. 221). Les faisceaux *m'* s'écartent des autres (fig. 221 et 222) et pénètrent dans la région supérieure et tubuleuse de la gaine où ils vont se terminer en pointe libre avec ou sans bifurcation.

Dans le pétiole (fig. 223) tous les intermédiaires sont refoulés au dehors du cercle des faisceaux L, M, L, le M tend à se rapprocher de l'axe du pétiole, les *m* persistent dans les arêtes; il existe un certain nombre de marginaux à la face interne.

Dans le haut du pétiole, le nombre des faisceaux diminue, tous les intermédiaires se jettent dans les M ou L (fig. 224), les faisceaux *m* se confondent avec ceux de la face interne séparés en deux groupes et l'on ne se trouve plus généralement en présence que de cinq faisceaux :

m L M L *m*.

A la suite d'une sorte de trifurcation du faisceau M, celui-ci est relié aux deux L par des arcs transversaux. Les L se bifurquent, puis se divisent à l'infini et couvrent de leurs ramifications la majeure partie de la surface du limbe (fig. 225) (1). Les *m* se rendent directement dans le bas du limbe.

(1) Cette ramification en éventail des faisceaux L est en corrélation avec la présence d'une zone végétative et l'absence de mamelons latéraux, bien localisés, comme nous l'avons constaté plus haut dans l'organogénie.

Histologie :

a) *Pétiole.* Vers le milieu du pétiole, le faisceau M a une section transversale suborbiculaire (fig. 226). Il comprend : B_1 avec trachées écrasées; B_2 renfermant des vaisseaux assez larges, des trachéides et des cellules non différenciées; zone cambiale en demi-circonférence; liber arrondi. A la périphérie du faisceau existent un plus ou moins grand nombre de fibres primitives à parois minces. Dans le bas du pétiole, ces fibres se sclérifient plus ou moins, surtout celles qui sont en dehors du liber. Dans le haut elles sont entourées d'une assise à plissements; ceux-ci ne sont pas visibles à tous les niveaux. L'assise plissée peut aussi se sclérifier, surtout dans le bas du pétiole. Le *Tf.* présente de grandes lacunes polygonales. Une cavité centrale.

Épiderme à cuticule mince. Stomates. Traces de poils disparus.

b) *Gaine.* Les faisceaux, à section orbiculaire, présentent une zone cambiale en ligne droite et sont généralement entourés chacun d'un étui sclérenchymateux (fig. 227). La région postérieure, comprise entre les deux faisceaux *m'* (fig. 221 et 222), est réduite aux deux épidermes juxtaposés.

c) *Limbe.* Mésophylle bifacial, à parenchyme palissadique unisérié (fig. 228). Palissades larges, courtes, très souvent rameuses, séparées par des méats, remplissant environ le tiers de l'épaisseur du limbe. Les cellules du parenchyme spongieux sont grandes, très ramifiées. Épiderme équifacial ou subéquifacial à cellules très sinueuses, contenant des corps chlorophylliens. Cuticule mince et lisse, sauf sous les nervures principales à la face externe, où il existe de fines stries longitudinales.

Stomates sur les deux faces, non saillants. Vues de face, les cellules épidermiques péristomatiques de la face externe (fig. 229) présentent des sinuosités qui pénètrent sous les cellules de bordure. Cette particularité ne se présente pas à la face interne.

Poils d'une seule sorte, courts, cylindriques, caducs, à membrane mince et contenu clair. On les recherchera surtout sur la gaine adulte, donc dans le bourgeon (fig. 230).

FEUILLES BRACTÉALES.

Ce sont toutes celles qui naissent sur la hampe florifère. Elles sont entièrement aériennes et comprennent, du moins les inférieures :

1° Une gaine, qui a d'abord, dans sa région supérieure, la forme d'une petite coiffe, de 1 à 2 millimètres, portant une très petite ouverture apicale (1) ; cette coiffe se déchire bientôt par le grossissement des boutons floraux et la gaine prend la forme d'une cupule (fig. 231) (2); enfin, quand la feuille est adulte, la gaine est déchirée en deux portions scarieuses qui rappellent, plus ou moins exactement, les caractères décrits plus haut pour la gaine de la feuille végétative adulte, page 73 et figure 219;

2° Un pétiole et un limbe conformes à ceux des feuilles végétatives, mais de moins en moins développés à mesure qu'on s'élève sur la hampe. Les feuilles bractéales supérieures sont mêmes sessiles.

Toutes les feuilles bractéales reçoivent ordinairement de la tige sept faisceaux, comme les feuilles végétatives. Dès la sortie, les marginaux se confondent avec les latéraux; il en résulte que les régions latérales, postérieures et supérieures de la gaine ne sont pas vascularisées. Le pétiole ne possède plus que trois faisceaux principaux L, M, L. A la base du limbe, les dispositions déjà signalées pour les feuilles végétatives se reproduisent.

Les caractères histologiques ne présentent aucune particularité à signaler.

A l'extrémité de chaque dent de la feuille végétative et de la feuille bractéale adulte existe un de ces petits organes appelés « glande à eau », *wasserapparate, wasserspaltenapparate, hydathode,* avec de nombreux stomates aquifères (3).

(1) A voir, en été, aux premiers stades de la hampe florale.

(2) Observée ainsi en septembre; la gaine est donc adulte à cette époque et le limbe ne sera à l'état adulte qu'en avril de l'année suivante.

(3) Cfr. J. Goffart. — *Quelques mots sur la structure et la fonction des organes de sudation, chez les plantes terrestres et les plantes aquatiques,* Bull. de la Soc. royale de bot. de Belgique, t. XXXIX, 1900, première partie, pages 54-80.

PRÉFEUILLE.

Elle existe à la base de chaque bourgeon, entre celui-ci et le rhizome; elle est entièrement souterraine et atteint 3 à 4 millimètres de longueur seulement. On l'observera en septembre à la base des bourgeons des feuilles *n*-3, *n*-4 (voir organogénie).

Elle se compose (fig. 232) d'un petit limbe en forme de cuiller, d'un pétiole court et conique, d'une gaine conique arrondie rappelant les premiers stades de la feuille végétative et portant une ouverture à son sommet et du côté opposé au rhizome. C'est par cette ouverture que sortira la *fe.* 2 ou la première feuille végétative du bourgeon.

Elle reçoit trois faisceaux, orientés comme le montre la figure 233 par rapport à l'axe du rhizome.

GENRE *FICARIA*.

F. ranunculoides Mönch.

Plante vivace homophylle.

Gaine ailée; pétiole à section elliptique, canaliculé; limbe rappelant en plus petit celui de la Populage.

Parcours. — La feuille reçoit trois faisceaux. Dans la gaine deux marginaux, issus des L, se placent par pivotement vers la face interne. Deux intermédiaires sont refoulés vers la face externe, tandis que le M tend à se rapprocher de l'axe du pétiole.

Dans le pétiole, souvent sept faisceaux *m*, L, *i*, M, *i*, L, *m* (fig. 234, pl. IX).

A la base du limbe, le M se trifurque, le L se ramifie en éventail, et le *m* se rend vers la base du limbe, tout comme dans la Populage.

Histologie :

a) *Pétiole.* Les faisceaux sont très peu développés, à zone cambiale très arquée et peu active. Très rarement quelques fibres sclérifiées extralibériennes. *Tf.* lacuneux avec deux cavités centrales entre les faisceaux L, M, L.

b) *Limbe.* Mésophylle bifacial. Parenchyme palissadique unisérié (fig. 235) formé de cellules allongées, peu régulières, non rameuses, mais renflées sous l'épiderme, et séparées par de larges méats. Parenchyme spongieux assez dense, à petites cellules rameuses.

Épiderme équifacial à cellules très sinueuses et membranes minces.

Stomates sur les deux faces, non saillants; les sinuosités des cellules péristomatiques pénètrent sous les cellules de bordure. Poils?

GENRE *OXYGRAPHIS.*

O. cymbalariae Prantl.

Plante vivace, homophylle.

Gaine courte, peu ailée; pétiole elliptique et un peu canaliculé; limbe comme la Ficaire, mais moins développé.

Parcours. — La feuille reçoit trois faisceaux. Ni marginaux ni intermédiaires dans le pétiole (fig. 236). C'est le pétiole de la Ficaire simplifié. A la base du limbe et dans le limbe, comme dans les deux genres précédents.

Histologie :

a) *Pétiole.* Comme la Ficaire.

b) *Limbe.* Mésophylle bifacial (fig. 237). Parenchyme palissadique presque bisérié, occupant plus de la moitié de l'épaisseur du limbe; les palissades de la série sous-épidermique sont allongées, peu régulières, non rameuses, séparées par de larges méats. Parenchyme spongieux dense.

Épiderme équifacial à cellules très sinueuses et membranes minces.

Stomates sur les deux faces, saillants. Cellules péristomatiques présentant la même particularité que la Ficaire.

Je n'ai pas vu de poils, même dans le bourgeon, ni de traces de poils sur la feuille adulte.

CINQUIÈME GROUPE.

Type : HELLEBORUS FŒTIDUS L.

MODE DE VÉGÉTATION.

Dans le courant de l'été et en automne, sur les parties souterraines persistantes des tiges des années antérieures, on observe des tiges aériennes simples, homophylles (15 à 20 feuilles). Dans le bas, des feuilles séchées ou des cicatrices de feuilles disparues. Dans la partie moyenne, des feuilles végétatives adultes. Au sommet, un gros bourgeon floral protégé par des feuilles végétatives modifiées (fig. 238, pl. IX), dont l'ensemble forme une pérule aérienne ou florale protégeant les jeunes fleurs contre les chaleurs de l'été.

Dès la fin de l'automne ou en hiver, le bourgeon terminal se développe en une inflorescence très ample. Celle-ci se compose d'un axe principal qui continue la tige feuillée, se termine par une fleur et porte une quinzaine de bractées et autant de rameaux ou axes secondaires. Les axes secondaires se terminent également par une fleur et portent deux bractées non opposées mais insérées assez près l'une de l'autre. Ces bractées naissent à droite et à gauche du plan passant par la tige et le rameau. A leur aisselle naissent des axes de troisième ordre, pourvus aussi de deux bractées disposées d'une manière analogue. Des axes de quatrième ordre et d'ordre plus élevé peuvent naître de la même manière.

La ramification est progressive jusque vers la dixième bractée où, sur un pied développé dans des conditions normales, j'ai observé un rameau portant des axes de quatrième ordre. Au delà, elle est régressive jusqu'au sommet; le rameau le plus inférieur et celui du sommet ne portent chacun qu'une seule fleur et deux bractées. La tige feuillée d'été, avec son bourgeon floral, est sortie de terre au printemps de l'année précédente, après avoir passé l'hiver à l'état de bourgeon souterrain (1). Ce bourgeon se compose d'une préfeuille et d'une pérule foliaire souterraine. Les feuilles pérulaires foliaires s'épanouissent au printemps, et c'est à leur aisselle que naissent les bourgeons de remplacement. Les feuilles végétatives naissent ensuite.

Comme chez le *Trollius*, il y a donc ici deux pérules. Chez l'Hellébore, la pérule florale ou supérieure est entièrement aérienne et constituée par les feuilles bractéales; en outre, le développement de toutes les feuilles végétatives exige deux années, et ce développement est momentanément interrompu par l'hiver.

(1) Un pied d'*Helleborus fœtidus*, en fleur au mois de février 1900, était à l'état de bourgeon en automne 1897.

FEUILLE VÉGÉTATIVE.

A. **Organogénie.** — La feuille primordiale possède une insertion de 360°. Le segment médian du limbe naît le premier ; les autres apparaissent successivement, en ordre basipète (fig. 239 et 240).

A mesure qu'ils se forment, ils se disposent dans le bourgeon d'une façon spéciale (fig. 241) ; le segment médian est à l'extérieur, les autres sont disposés en deux séries imbriquées autour des segments marginaux extrêmes. L'ensemble forme un cône très aigu protégeant les feuilles plus jeunes.

B. **Feuille adulte.**

Caractères extérieurs. — La feuille adulte se compose d'une gaine non ailée, courte et plus ou moins épaisse, d'un pétiole demi-cylindrique, fortement canaliculé à sa face interne, d'un limbe polacrone, dit pédatisecté (1), à segments oblongs-linéaires, dentés et brièvement rachidés.

Parcours. — La feuille, insérée dans la région moyenne de la tige, reçoit trois faisceaux :

$$m'' \; m' \; \mathrm{L} \; i \; \mathrm{M} \; i \; \mathrm{L} \; m' \; m''.$$

Dans la gaine, ces faisceaux restent toujours sur un seul arc; il n'y a jamais d'arc interne. En s'élevant, ils échangent entre eux de nombreuses anastomoses, au point qu'à certains niveaux on en trouve plus d'une vingtaine. Le nombre des faisceaux se réduit à neuf ou à peu près, en entrant dans le pétiole, et, à part les anastomoses obliques, ce chiffre reste sensiblement constant dans toute la longueur du pétiole (fig. 242).

Le parcours des faisceaux à la base du limbe mérite de fixer un instant l'attention. D'abord (fig. 243), il y a trifurcation du M. Les intermédiaires se jettent dans la branche latérale et cette

(1) Voir plus loin, Remarque, à la fin du type *Hellébore*.

dernière, ainsi renforcée, constitue le faisceau principal du segment voisin du médian que nous nommons *segment intermédiaire* (*segment i*). Le faisceau L se rend dans le segment L, puis, formant une sorte de sympode, chacune de ses ramifications, respectivement renforcée des faisceaux *m* et *m'*, constitue le faisceau principal des segments *m*, *m'*.

Outre ce faisceau principal, chaque segment de limbe reçoit encore un certain nombre de petits faisceaux qui se rendent dans les dents inférieures de ces segments et qui tirent leur origine des petits massifs anastomotiques situés entre ces mêmes segments et à leur base (fig. 243).

La *fe* 1 d'une plantule n'est en quelque sorte qu'un commencement de feuille pédalée (fig. 244). Son limbe est à trois segments; elle reçoit trois faisceaux. Le faisceau L ne constitue pas le faisceau principal du segment que l'on ne peut néanmoins appeler autrement que *segment latéral*.

Histologie :

a) *Pétiole*. Le faisceau M (fig. 245) est très développé; son bois se compose de nombreux éléments à calibre fort étroit; la zone cambiale présente une forme arquée à concavité tournée vers le bois; liber en croissant; un épais massif de fibres extra-libériennes et parfois quelques-unes intraligneuses.

Tfi. presque toujours sans cavité centrale (fig. 242).

Un peu de collenchyme dans le *Tfe*.

Les cellules épidermiques ont leurs parois épaisses et ponctuées. La cuticule est aussi très épaisse avec de faibles stries longitudinales. Souches de poils tombés. Stomates peu nombreux.

b) *Gaine*. Les faisceaux, moins développés, mais sans éléments sclérifiés, présentent le même facies que dans le pétiole (fig. 246).

c) *Limbe*. Mésophylle bifacial (fig. 247). Parenchyme palissadique unisérié, occupant le tiers de l'épaisseur du limbe à palissades très allongées et membrane assez épaisse, étroites, très serrées ou séparées par des méats à peine visibles. Le parenchyme spongieux est dense, à petites cellules peu rameuses (fig. 248), membrane assez épaisse.

L'épiderme (fig. 249 et 250) est constitué par des cellules peu sinueuses, dont les parois latérales sont épaisses et ponctuées, marquées en dedans de bourrelets saillants ou crêtes plus ou moins prononcées et perpendiculaires à la surface épidermique.

Les parois internes de ces mêmes cellules sont aussi épaisses et ponctuées. Les parois externes sont très fortement épaissies et cutinisées; la cuticule est marquée de fortes stries rameuses anastomosées entre elles et quelque peu onduleuses. Ces stries sont moins accentuées à la face externe de la feuille.

Stomates saillants; ils n'existent pas à la face interne du limbe. Les cellules péristomatiques pénètrent sous les cellules de bordure.

Poils courts (fig. 251), caducs, pyriformes, claviformes ou vésiculeux, à membrane assez épaisse mais généralement amincie au sommet du poil, à contenu dense quand on les examine dans le bourgeon où ils atteignent leur état adulte (1).

FEUILLES BRACTÉALES.

La transition des feuilles végétatives aux bractées se fait d'une manière insensible : le pétiole se raccourcit, la gaine s'élargit et s'allonge, le limbe se réduit de plus en plus (fig. 252). Puis le pétiole disparaît (fig. 254, 255, 256 et 257), et les segments du limbe se rabattent par manière de protection sur les bractées plus jeunes (fig. 254 et 257). Enfin, on a la bractée simple, ovale et entière (fig. 258 et 259).

Toutes ces formes existent sur la partie florifère de la tige principale. La bractée ovale (fig. 258 et 259) n'existe que dans la région supérieure et sur les rameaux.

Le parcours des faisceaux dans les bractées qui ont un limbe découpé est le même, mais de plus en plus simplifié, que celui qui a été décrit dans la feuille végétative (fig. 253, 255, 256 et 257).

(1) Les caractères histologiques m'ont paru très peu susceptibles de modifications, suivant le lieu de provenance des matériaux.

Dans les bractées ovales le parcours est typique. La figure 258 représente une de ces bractées très proche des précédentes et insérée sur la tige primaire. On y remarque encore la trifurcation du faisceau M et même un commencement de sympode ; les faisceaux L vont se perdre vers le milieu de la hauteur et parfois se rattacher aux branches du M par des anastomoses à peine perceptibles. La figure 259 provient d'une bractée prise dans la région tout à fait supérieure de cette même tige. Les bractées raméales lui sont identiques. Le faisceau M ne se trifurque plus et dans sa moitié supérieure il émet de chaque côté des branches ramifiées de façon à donner lieu à une nervation pennée. Cette région correspond à la région supérieure du segment médian de la feuille végétative.

A mesure que la gaine prend plus de développement, son *Tf.*, d'abord homogène, a bientôt une tendance à devenir un mésophylle partie palissadique, partie spongieux. Dans les bractées ovales les palissades sont courtes (fig. 260), peu développées et peu serrées (fig. 262). Les cellules du parenchyme spongieux sont peu rameuses (fig. 264).

L'épiderme (fig. 261 et 263) rappelle celui de la feuille végétative. Il existe des stomates et des poils caducs sur les deux faces (1).

FEUILLES PÉRULAIRES.

Il s'agit ici de la pérule inférieure.

L'orientation de la préfeuille est la même que celle des préfeuilles étudiées précédemment. Cette préfeuille est très courte, microscopique, épaisse, presque charnue, surmontée de trois mamelons peu perceptibles.

Les feuilles souterraines, très caduques, présentent progressivement toutes les formes de transition jusqu'à la feuille parfaite.

(1) Parfois de forme irrégulière, ressemblant alors à l'oogone du *Vaucheria sessilis*.

GENRE *HELLEBORUS.*

Les recherches ont porté sur *H. atrovirens* (1), *colchicus*, *lividus* Ait., *niger* L., *purpurascens* Waldst et Kit, *viridis* L.

La feuille se compose d'une gaine faiblement ailée, d'un pétiole cylindrique (*H. niger*, fig. 265) ou demi-cylindrique (*H. lividus*, fig. 266), ou bien encore subcylindrique avec une étroite gouttière à la face interne (*H. viridis*, fig. 267), etc., enfin un limbe polacrone à segments basipètes, libres, ordinairement rachidés, entiers ou lobés, rarement à trois segments (*H. lividus*).

La feuille reçoit le plus souvent de sept à onze faisceaux. Dans la gaine, ce nombre augmente rapidement et est souvent plus que doublé; à l'entrée du pétiole, il est réduit au chiffre initial. Il n'y a jamais de faisceaux à la face interne.

Dans le pétiole, ces faisceaux se disposent en fer à cheval dont les deux branches, parfois très ouvertes (fig. 266), peuvent aussi être très rapprochées par leurs extrémités (fig. 267) et même être complètement fermées quand le pétiole est cylindrique (fig. 265).

A la base du limbe, le trajet des faisceaux est le même que chez *H. fœtidus*. Remarquons seulement qu'il peut (*H. viridis*, fig. 268) ne pas exister de faisceaux de raccordement entre la branche latérale du faisceau M et le faisceau L. En outre, il n'existe pas toujours de petits massifs anastomotiques entre les divers segments du limbe. Une mention spéciale doit être faite pour *H. lividus*, où la branche latérale du faisceau M renforce le faisceau L avant d'entrer dans le segment latéral. Cette feuille ne ressemble donc pas à la *feuille 1* d'*H. fœtidus*.

Histologie :

a) *Pétiole.* Le type du faisceau des Hellébores (fig. 269) est caractérisé par un bois constitué d'éléments à calibre très étroit; par une zone cambiale ne présentant jamais la courbure carac-

(1) Détermination non garantie : Liége, 9 mai 1898.

téristique des autres Renonculacées : elle est en ligne droite ou possède une courbure inverse. En outre, il existe un massif très développé de fibres sclérifiées extralibériennes, minces et allongées, sauf chez *H. niger* (fig. 270) où le sclérenchyme fait défaut. Souvent aussi, un arc de fibres intraligneuses.

En règle générale, il n'y a pas de cavité centrale dans le *Tfi.*

Les cellules épidermiques ont leurs parois épaisses et ponctuées ; la cuticule est aussi très épaisse et striée, plus rarement marquée de petits points qui lui donnent un aspect chagriné (*H. lividus* [1], *viridis*).

b) *Limbe.* Le mésophylle, épais et bien développé, est toujours bifacial (fig. 271). Le parenchyme palissadique unisérié se compose de cellules allongées, jamais rameuses, étroites, très serrées. Les cellules du parenchyme spongieux sont peu ramifiées.

L'épiderme est équifacial ou subéquifacial à cellules peu sinueuses, plus rarement irrégulières ou même subpolyédriques (*H. lividus*, fig. 272). Les parois latérales sont épaisses et ponctuées, plus rarement minces (*H. viridis*). Les parois extérieures sont aussi très fortement épaissies et cutinisées, à cuticule marquée de stries onduleuses ou chagrinée (*H. lividus* et *colchicus*).

Les stomates n'existent sur le limbe qu'à la face externe. Ils ne sont pas saillants. Les cellules péristomatiques sont visibles sous les cellules de bordure ou bien elles pénètrent à peine sous ces cellules (*H. viridis*).

Les poils présentent :

1° Deux formes principales (*H. purpurascens*, fig. 273, et *atrovirens*) savoir :

a) Poils rubanés, cylindriques ou légèrement ventrus, à sommet arrondi, à membrane peu épaisse ou même très mince, à contenu clair; ils existent surtout sur le limbe.

b) Poils vésiculeux ou claviformes, courts, membrane épaisse, contenu dense; surtout sur le pétiole et principalement dans la gouttière de la face interne;

(1) Sur la gaine, la cuticule est striée.

2° Une seule forme : ce sont des poils vésiculeux ou claviformes plus ou moins nombreux, que l'on observe chez les autres espèces. Chez *H. lividus*, je n'ai pas trouvé de poils ni de traces de poils.

Signalons enfin chez *H. niger*, face externe des nervures, des cellules épidermiques fortement soulevées vers l'extérieur (fig. 274).

Remarque. — La nervation de la feuille d'Hellébore et la forme de son limbe n'ont pas toujours été interprétées de la même manière par les divers auteurs.

Les uns, avec Linné et De Candolle, admettent deux nervures principales très divergentes partant de la base du limbe et portant chacune, sur leur côté intérieur, des nervures secondaires, parallèles entre elles et perpendiculaires sur les principales (1).

Les autres, notamment Sachs et Van Tieghem, considèrent les segments latéraux du limbe comme formant une cyme unipare scorpioïde. Ainsi, chaque segment latéral forme, sur son bord externe, un segment de troisième ordre, qui à son tour produit du même côté un segment de quatrième ordre, et ainsi de suite. La feuille pédalée est donc une cyme bipare commençante qui se continue de chaque côté en une cyme unipare scorpioïde (2).

Les recherches qui précèdent, notamment l'organogénie des segments du limbe, et l'étude anatomique du parcours des faisceaux dans toute l'étendue de la feuille végétative, de la feuille 1 et des bractées de toute espèce, vont nous permettre de mettre en relief ce qu'il y a de particulier dans la feuille des Hellébores.

D'abord, tous les segments du limbe chez *H. fœtidus*, *niger*, etc., sont primaires et basipètes.

En second lieu, le segment voisin du médian n'est nullement vascularisé par le faisceau L; son faisceau principal est la branche

(1) Cf. De Candolle, *Théorie élémentaire de la botanique*, 1846, 3e édit., p. 399.

(2) Cf. Van Tieghem, *Traité de botanique*, 1891, p. 294.

latérale issue de la trifurcation du M et renforcée des intermédiaires. Nous l'avons nommé pour cette raison *segment i;* il prend ici un développement presque égal à celui du segment M. Le segment qui reçoit le faisceau L est donc le troisième à partir du médian.

Enfin, ces divers segments et plus spécialement les marginaux sont libres, obscurément et inégalement rachidés.

Si nous comparons le limbe de l'Hellébore à celui d'une feuille à limbe polacrone et basipète, l'*Aconitum Anthora*, par exemple, la seule différence importante réside en ce que chez ce dernier les segments sont confluents à la base sur une certaine hauteur. En effet, la figure 200 de la planche VIII, rapprochée de la figure 243 planche IX, et de la figure 268 planche X (Hellébore) montre avec ces dernières une analogie frappante. Rien ne s'oppose à ce que chez l'*A. Anthora* on considère un segment *i* en appelant faisceau *i* celui qui est appelé L dans la figure 200; alors le faisceau dénommé *m*, dans cette figure, devient L. Cette double interprétation à laquelle peut donner lieu la feuille d'*A. Anthora* et d'autres qui lui sont similaires, notamment celle de certains *Delphinium*, tient à ce que ces feuilles forment en quelque sorte la transition entre la feuille de *Trollius* d'une part et celle des Hellébores d'autre part. La feuille pédalée n'est donc au point de vue de la nervation qu'une feuille d'*A. Anthora*, mais à segments libres, faiblement et inégalement rachidés, surtout les marginaux.

Remarquons encore, pour terminer, que si l'on considère le parcours des faisceaux dans les bractées, il y a lieu de faire ressortir que ce sont spécialement les branches latérales du faisceau M et les ramifications naissant en sympode sur ces branches qui vont surtout vasculariser les divers segments du limbe de ces bractées. En effet, les faisceaux L et *m*, venant de la base de la bractée, s'élèvent en s'affaiblissant jusqu'à une certaine hauteur et vont se raccorder plus ou moins directement avec les branches dont il vient d'être question.

SIXIÈME GROUPE.

Type : PAEONIA OFFICINALIS L.

MODE DE VÉGÉTATION.

La pousse florifère est insérée sur la portion souterraine de la tige de l'année précédente. Elle porte :

1° Des feuilles pérulaires, les unes souterraines, les autres aériennes formant une série légèrement progressive;

2° Des feuilles végétatives en série régressive.

C'est généralement le bourgeon de l'avant-dernière feuille pérulaire souterraine qui est le mieux développé et qui fournira la pousse principale de remplacement.

Des pousses de moindre importance (fig. 275) peuvent naître sur des racines traçantes tubérisées et produire ainsi un déplacement de la souche.

FEUILLE VÉGÉTATIVE.

A. **Organogénie.** — La plus complète, l'inférieure, débute par trois mamelons primaires différenciés dans une feuille primordiale de 360° d'insertion (1).

B. **Feuille adulte.**

Caractères extérieurs. — Elle se compose d'une gaine non ailée ayant un angle d'insertion de 120-140°, d'un pétiole subcylindrique faiblement canaliculé, d'un limbe composé triacrone à segments rachidés, portant 1-2 paires de segments secondaires, rachidés ou non; les folioles sont ovales, lancéolées, entières.

Parcours. — Dans l'entrenœud situé sous la feuille végétative inférieure, la couronne libéroligneuse prend une forme caractéristique, déjà à plusieurs centimètres sous l'insertion

(1) Cf. Trécul, *Mémoire sur la formation des feuilles,* in Ann. Sc. nat., 1853, 3e série, t. XX, pl. XXIII.

(fig. 276). Les trois saillies de cette couronne correspondent aux faisceaux L, M, L.

A un niveau quelque peu supérieur, on voit se détacher des massifs libéroligneux concentriques (1) (fig. 277) *i*, *m*, qui chevauchent dans le *Tfe.* de l'entrenœud, puis qui sortent dans la feuille avec les faisceaux L, M, L.

Dès la base de la gaine, ces faisceaux et massifs libéroligneux se fragmentent et l'on a alors un simple arc de faisceaux assez nombreux, disposés vers la face externe de la gaine, jamais à la face interne. Il en est de même dans le pétiole (fig. 278), où toutefois le nombre des faisceaux diminue. Là, l'aspect de la coupe varie d'ailleurs d'un niveau à l'autre et peut prendre parfois des dispositions asymétriques (fig. 279); on y retrouve difficilement les faisceaux M *i* L *m m' m''*. Cela tient à ce que dans toute la longueur du pétiole ces faisceaux s'élargissent çà et là tangentiellement en multipliant leurs éléments libéroligneux et se confondent, tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, avec les faisceaux voisins. Ce phénomène n'est autre qu'un échange d'anastomoses obliques exagéré ici, mais qu'on observe généralement dans tous les pétioles des Renonculacées.

A la base du limbe, on observe très souvent les faisceaux L *i* M *i* L fusionnés en un seul arc (fig. 280) qui se disloque ensuite en trois tronçons pour chacun des trois rachis primaires. Il n'y a pas de voûte anastomotique, ni à proprement parler d'arcs transversaux (2).

(1) Ce que je décris ici provient d'observations faites dans la feuille inférieure d'une pousse printanière; c'est aussi ce qu'il y a de plus général et de plus constant. A l'état adulte, l'organisation est quelque peu différente et est susceptible de varier d'une pousse à l'autre.

Les faisceaux et les massifs libéroligneux dont il est question dans l'étude sur les Pivoines sont presque toujours des massifs anastomotiques de plusieurs faisceaux.

(2) Les feuilles de la région supérieure de la tige ne reçoivent plus qu'un seul faisceau, ou massif anastomotique, de la couronne libéroligneuse. Mais elles reçoivent en outre, des branches transversales de certains massifs libéroligneux concentriques qui parcourent le *Tfe.* de l'entrenœud inférieur

Histologie :

a) *Pétiole.* Les faisceaux ou fragments de la couronne libéro-ligneuse existant dans le pétiole ont tous une structure identique (fig. 281). Le B_1 se compose de trachées disséminées parmi des fibres primitives non différenciées; la zone cambiale présente une convexité extérieure; le liber renferme de grandes cellules grillagées; le sclérenchyme est représenté par de petits îlots extralibériens de fibres à parois très épaisses.

Le *Tfi.* du pétiole n'a pas de cavité centrale; les cellules ont leurs parois assez épaisses et ponctuées.

Le *Tfe.* est à parois minces et, sous l'épiderme, existent plusieurs assises de cellules collenchymateuses, sur toute la périphérie du pétiole.

Épiderme à cuticule épaisse et chagrinée. Les parois latérales des cellules sont ponctuées. Stomates; poils caducs.

b) *Gaine.* Les massifs libéroligneux concentriques du *Tfe.* de la tige et de l'extrême base de la gaine ont une section parfaitement circulaire ou elliptique (fig. 282). Au centre, un *Tf.* à parois minces, des trachées étroites, puis les éléments du B_2 en séries radiales, enfin une couronne de liber à l'extérieur et parfois aussi des îlots de fibres sclérifiées. Ces massifs concentriques sont quelquefois ouverts de façon à simuler un fer à cheval dont les branches sont plus ou moins écartées.

c) *Limbe.* Mésophylle bifacial (fig. 283). Parenchyme palissadique unisérié formé de cellules rameuses, irrégulières, parfois en forme d'H, serrées, mais laissant entre elles d'étroits méats. Parenchyme spongieux dense à cellules ramifiées (fig. 284).

Épiderme équifacial (fig. 285 et 286) à cellules sinueuses,

et qui continuent dans l'entrenœud supérieur. Dans ce dernier, de nouveaux massifs concentriques apparaissent et leur nombre augmente à mesure que l'on s'approche du sommet de la pousse. Ils me paraissent être en rapport intime avec les pièces florales. L'étude approfondie de leur parcours complet s'impose et n'est certainement pas dépourvue d'intérêt, d'autant plus que j'en ai observé, accidentellement il est vrai, dans le *Tf.* interne (voir fig. 276, près du faisceau L, à droite).

membranes latérales minces, cuticule assez épaisse, lisse ou plus souvent finement chagrinée.

Stomates à la face externe seulement, non saillants; les cellules péristomatiques ne pénètrent pas sous les cellules de bordure. Poils, surtout à la face externe, cylindriques, peu allongés, à membrane mince, plus ou moins arrondis à l'extrémité, caducs.

FEUILLE BRACTÉALE.

On peut considérer comme bractée la feuille simple, entière, ovale-lancéolée, qui est insérée sous les pièces du calice.

Elle reçoit un faisceau ou massif fasciculaire de la couronne libéroligneuse et plusieurs branches transversales fournies par les massifs libéroligneux concentriques très nombreux à cette hauteur de la tige. Elle n'est néanmoins parcourue que par trois faisceaux principaux qui se rejoignent au sommet.

FEUILLES PÉRULAIRES.

Elles comprennent la préfeuille, insérée comme les préfeuilles étudiées précédemment, des feuilles souterraines et des feuilles aériennes en série progressive. Elles sont distiques, quand les bourgeons se développent normalement.

L'une des plus complètes atteint 6 à 8 centimètres de haut; elle est linéaire, oblongue et se compose d'une gaine auriculée surmontée d'un limbe rudimentaire (fig. 287).

Le nombre de faisceaux que reçoivent les feuilles pérulaires de la couronne libéroligneuse de la tige, est assez variable, ordinairement cinq. Il peut aussi en exister qui n'aient aucune attache visible avec cette couronne.

La gaine et les oreillettes sont toujours fortement vascularisées.

GENRE *PAEONIA*.

Les *P. albiflora* Pall., *intermedia* C. A. Meyer, *mollis* And, *Moutan* Sims et *tenuifolia* L. présentent une remarquable res-

semblance avec le *P. officinalis* en ce qui concerne leurs feuilles végétatives. Il y a seulement à signaler les particularités suivantes.

Quand le pétiole est demi-cylindrique, les faisceaux restent toujours disposés en fer à cheval à branches plus ou moins ouvertes. Mais s'il devient cylindrique, les extrémités des branches se rapprochent et les faisceaux ont en outre une tendance à se fusionner en une couronne libéroligneuse : *P. Moutan* (fig. 288).

Les cellules du *Tfi.* du pétiole ne sont pas ponctuées chez *P. intermedia* et *tenuifolia*.

Les palissades, généralement courtes et toujours rameuses, peuvent devenir isodiamétriques et même plus larges que hautes: *P. Moutan* (fig. 289), *intermedia*, *mollis*, etc.

L'épiderme peut être bifacial, à cellules polyédriques à la face interne, et très peu sinueuses à la face externe : *P. Moutan* (fig. 290 et 291).

Les poils sont rares et le plus souvent flétris ou disparus sur la feuille adulte. Toutefois, chez *P. mollis* ils sont nombreux, surtout à la face externe du limbe ; ils sont cylindriques, rubanés, assez allongés, membrane mince.

Enfin, sauf dans *P. officinalis*, j'ai observé chez toutes les Pivoines de nombreux cristaux en oursins, spécialement localisés dans le *Tf.* du pétiole au voisinage des faisceaux. On en trouve aussi, mais plus rarement, dans le mésophylle et le *Tf.* des nervures, notamment chez *P. Moutan*.

SEPTIÈME GROUPE.

Type : CLEMATIS FLAMMULA L.

MODE DE VÉGÉTATION.

Voir R. Sterckx : *Tribu des Clématidées,* dans les Archives de l'Institut botanique de l'Université de Liége, vol. I, pages 23 et 30.

A la base de la pousse de *C. Flammula* existent trois à cinq paires de petites feuilles opposées-décussées, courtes, à base large, de forme triangulaire (fig. 292, pl. XI).

Les feuilles des paires suivantes sont plus allongées, linéaires, sessiles, à sommet arrondi (fig. 293). Plus haut, elles prennent une forme obovale, pétiolée (fig. 294 et 295). Enfin, elles s'allongent et se développent davantage par l'apparition de segments secondaires, entiers, puis découpés (fig. 296), ce qui nous conduit à la forme de la feuille végétative la plus complète.

FEUILLE VÉGÉTATIVE.

A. **Organogénie.** — En deux points diamétralement opposés du bourrelet annulaire qui représente ici les deux feuilles primordiales opposées, apparaissent deux mamelons primaires correspondant au sommet de ces deux feuilles. Chacune d'elles n'a donc qu'une insertion de 180°.

Bientôt deux autres sommets végétatifs prennent naissance en ordre basipète par rapport au premier. Ils occupent une position intermédiaire entre la gaine et le mamelon, sur lequel ils sont insérés, du moins partiellement (fig. 297). On doit, à mon avis, plutôt les considérer comme des mamelons secondaires.

D'autres mamelons secondaires prennent naissance en ordre acropète (fig. 298 et 299).

***B.* Feuille adulte.**

Caractères extérieurs. — Elle comprend (fig. 300) une gaine non ailée, à peine distincte, un pétiole à section subpentagonale, un limbe monacrone qui se compose d'un rachis primaire por-

tant quatre paires de rachis secondaires, articulés à angle droit et terminés chacun par une foliole; les deux paires inférieures portent elles-mêmes une paire de rachis tertiaires. Les folioles sont ovales ou suborbiculaires, entières ou paucilobées.

Parcours. — Chaque feuille reçoit trois faisceaux

L, M, L.

Aussitôt sortis, ils se divisent, comme le montre le schéma (fig. 301). Une branche émanant du M subit une torsion de 180° et vient se placer à la face interne. Une autre, venant du L, pivote sur elle-même pour s'orienter de la même manière.

Il y a dans la gaine des ramifications assez nombreuses qui, finalement, aboutissent à la coupe typique du pétiole comprenant (fig. 302) à la face externe :

m m' L *i* M *i* L *m' m*

et, à la face interne, un nombre variable de marginaux qui s'anastomosent fréquemment entre eux, et peuvent même former un faisceau O dans le plan médian de la feuille.

Au sommet du pétiole, il y a trifurcation du M (1) et bifurcation du L (fig. 303) : l'une des branches du L, renforcée de la branche latérale du M, continue dans le rachis primaire (fig. 301). Le rachis secondaire inférieur reçoit donc l'autre branche du L comme faisceau principal, divers marginaux et d'autres faisceaux greffés sur un arc anastomotique allant de la face interne à la face externe (fig. 301 et 304).

Les autres rachis sont insérés de la même manière, mais avec quelques simplifications du bas vers le haut (2).

(1) Dans cette trifurcation, les branches latérales sont néanmoins beaucoup plus faibles que la branche médiane; ce n'est donc pas une trifurcation proprement dite.

(2) Comme dans les feuilles monacrones d'*Adonis autumnalis*, planche I, figure 2, c'est l'une des branches du L, celle qui est le plus éloignée du M, qui constitue le faisceau principal du rachis secondaire inférieur. Toutefois, dans le cas de la Clématite, il y a une complication consistant en une sorte de « nœud » à l'insertion des rachis secondaires.

Remarquons que, dans chaque foliole, les nervures principales convergent nettement vers le sommet de la foliole (fig. 300).

Histologie :

a) *Pétiole.* Faisceau médian à section ovale, en coin aigu du côté du B_1, B_2 avec éléments de gros calibre, zone cambiale peu arquée, massif libérien allongé tangentiellement. Nombreuses fibres sclérifiées extralibériennes, étroites et allongées.

Entre les faisceaux se trouvent des ponts très développés de cellules à parois épaissies, sclérifiées et ponctuées, qui s'étendent jusqu'à la pointe interne des gros faisceaux et qui dépassent la pointe des plus petits (fig. 302).

Le *Tfi.* est formé de cellules à parois épaissies et ponctuées ; pas de cavité centrale.

Le *Tfe.* présente des cellules collenchymateuses dans les cinq arêtes.

L'épiderme est à cuticule lisse ou très finement chagrinée. Stomates. Poils dimorphes.

b) *Limbe.* Mésophylle bifacial (fig. 305), peu épais. Parenchyme palissadique unisérié, composé de palissades allongées, la plupart simples, quelques-unes rameuses, très serrées. Parenchyme spongieux, dense, à petites cellules ramifiées.

Épiderme équifacial à cellules sinueuses, membrane mince, cuticule lisse.

Stomates non saillants, à la face externe seulement ; les cellules péristomatiques pénètrent quelque peu sous les cellules de bordure.

Poils dimorphes, très nombreux dans le bourgeon, mais la plupart flétris ou disparus à l'état adulte. Les uns (fig. 306) allongés, cylindriques, rubanés, effilés, la plupart à membrane épaissie unilatéralement dans le poil adulte. Les autres courts, claviformes ou pyriformes, à membrane épaisse et à contenu dense. Ceux-ci existent surtout à la face interne du pétiole.

GENRE *CLEMATIS.*

Les feuilles de *C. integrifolia* L. (fig. 307) sont monacrones, sessiles, à limbe entier. Celles de *C. erecta* All., *angustifolia* Jacq, *Vitalba* L., ont, comme *C. Flammula*, un limbe monacrone avec segments secondaires acropètes et rachidés. Les *C. heracleaefolia* D.C. et *Stans* Sieb. et Zucc., ont un limbe à trois segments rachidés, intermédiaire entre le type monacrone et le type triacrone.

Parcours. — Toutes ces feuilles reçoivent trois faisceaux. Toutes possèdent des faisceaux à la face interne du pétiole, qui se forment déjà dès la base de la gaine et qui se disposent sur deux arcs comme dans le *C. Flammula*. A part *C. Vitalba* (fig. 308), les autres espèces présentent dans la coupe transversale de leur pétiole une remarquable ressemblance avec celle de *C. Flammula*.

Dans *C. integrifolia* (fig. 307), les faisceaux L vont se rejoindre avec le M au sommet du limbe.

Le *C. erecta* montre à la face externe du pétiole :

m' m m' L *i* M *i* L *m' m m'*,

plus une nombreuse série à la face interne. Les rachis secondaires sont insérés sur les marginaux extrêmes *m* et *m'* après avoir formé avec les autres faisceaux externes un arc anastomotique complet, ainsi que deux bandes transversales avec quelques faisceaux de la face interne (fig. 309).

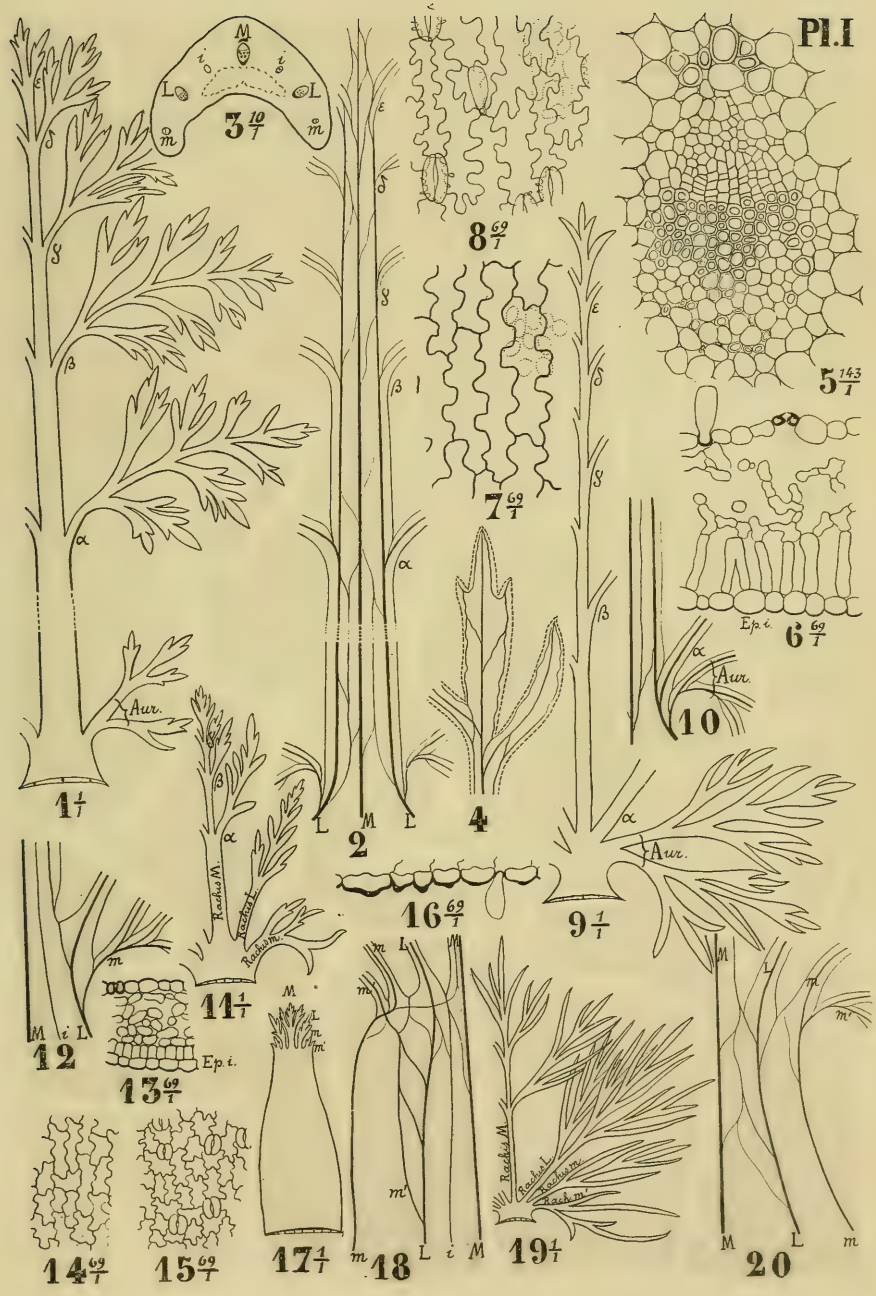
Dans *C. Stans* et *heracleaefolia*, bien qu'à trois segments, il n'y a pas de trifurcation du faisceau M. Le faisceau L semble se partager également entre le rachis M et le rachis L. (fig. 310 et schéma 311).

En règle générale, on peut signaler dans chaque foliole de Clématite la convergence des nervures principales vers le sommet du limbe.

Histologie. — Au point de vue histologique, ces Clématites se ressemblent beaucoup. Il n'y a guère à signaler comme différant

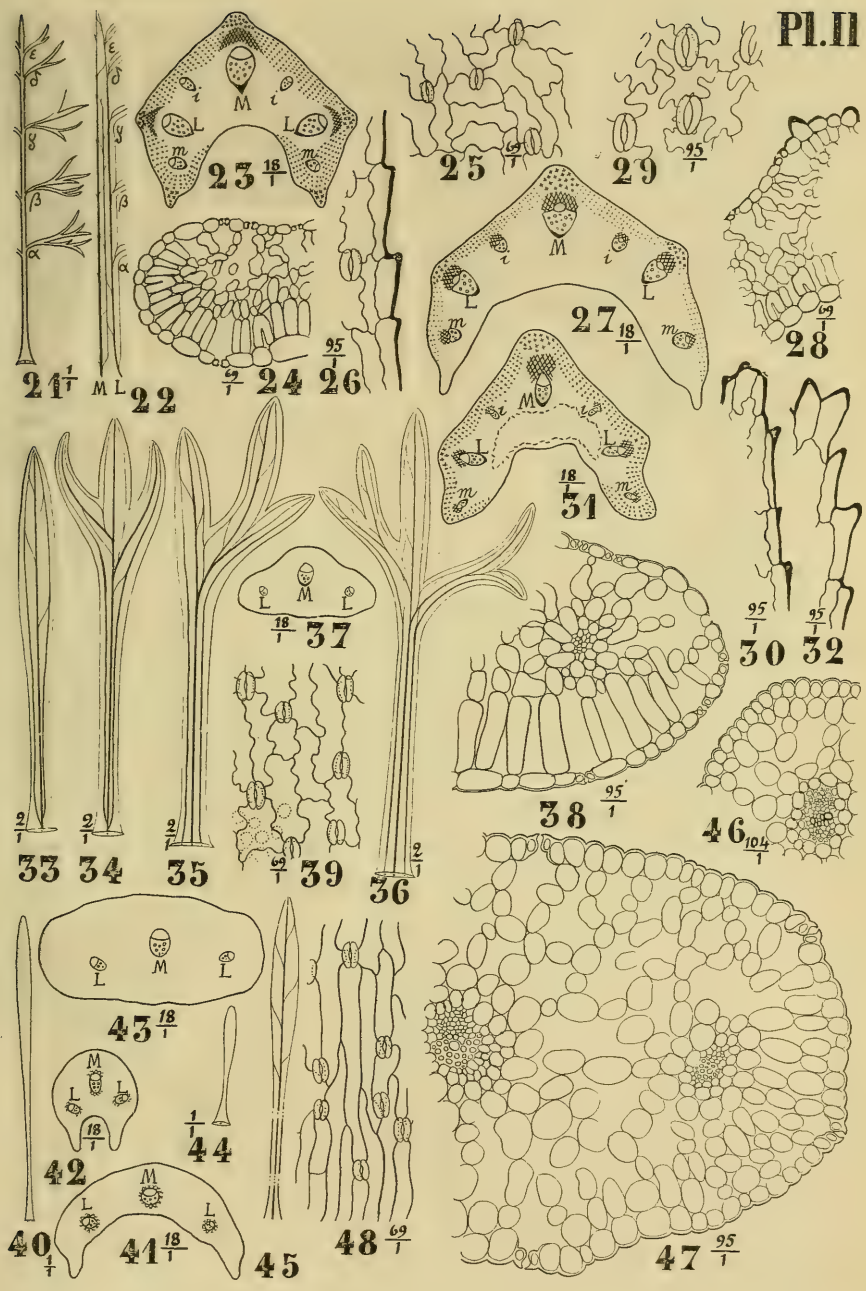
des caractères du *C. Flammula* que le *Tfi.* à parois minces dans le pétiole de *C. angustifolia*, le mésophylle presque bisérié avec palissades courtes chez *C. erecta*, la cuticule des folioles très distinctement chagrinée chez *C. erecta* et striée chez *C. heracleaefolia*. Enfin, chez cette dernière, les parois latérales des cellules épidermiques à la face interne des folioles sont ponctuées.

(La suite du mémoire de M. J. Goffart paraîtra dans le tome IV.)



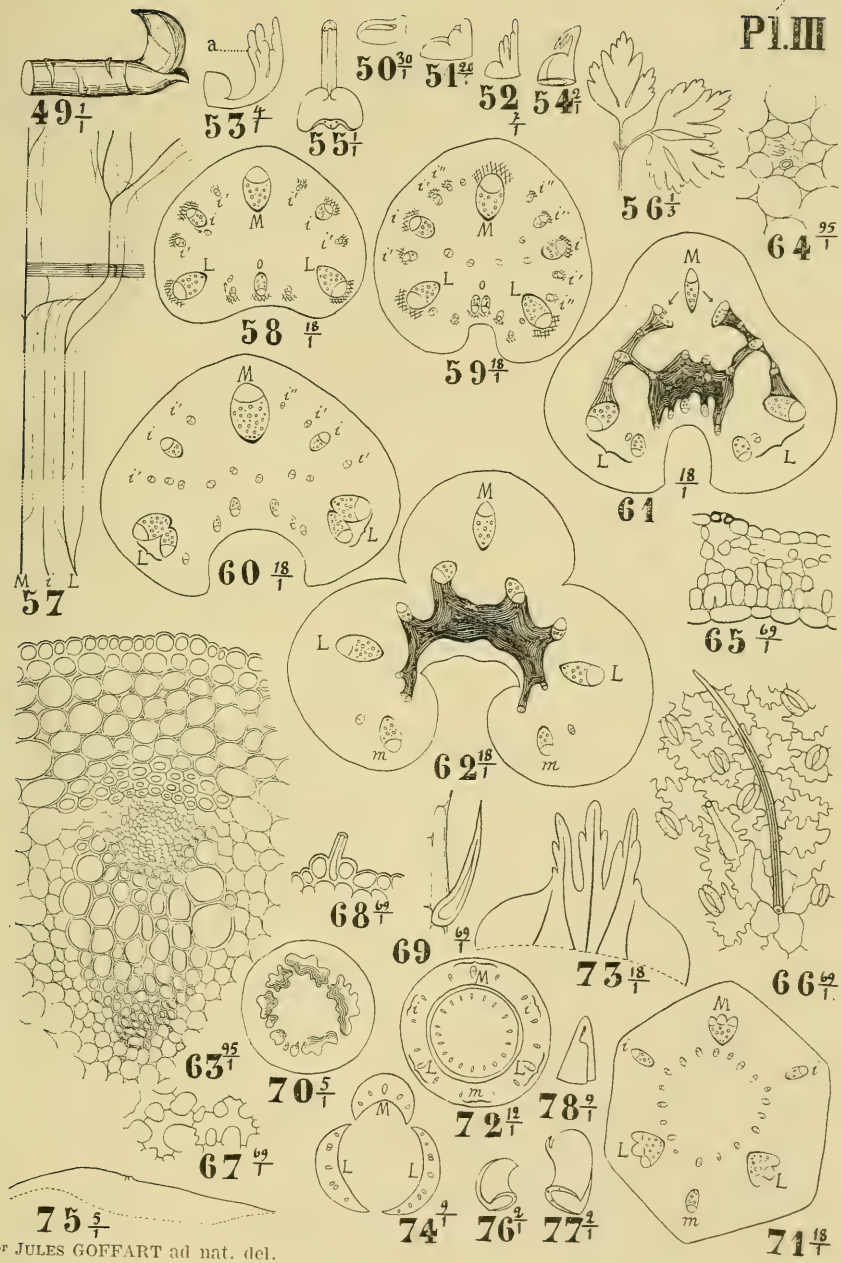
Dr JULES GOFFART ad nat. del

ADONIS AUTUMNALIS L. Fig. 1-10.
— VOLGENSIS Stev. Fig. 11-18.
— VERNALIS L. Fig. 19-20.

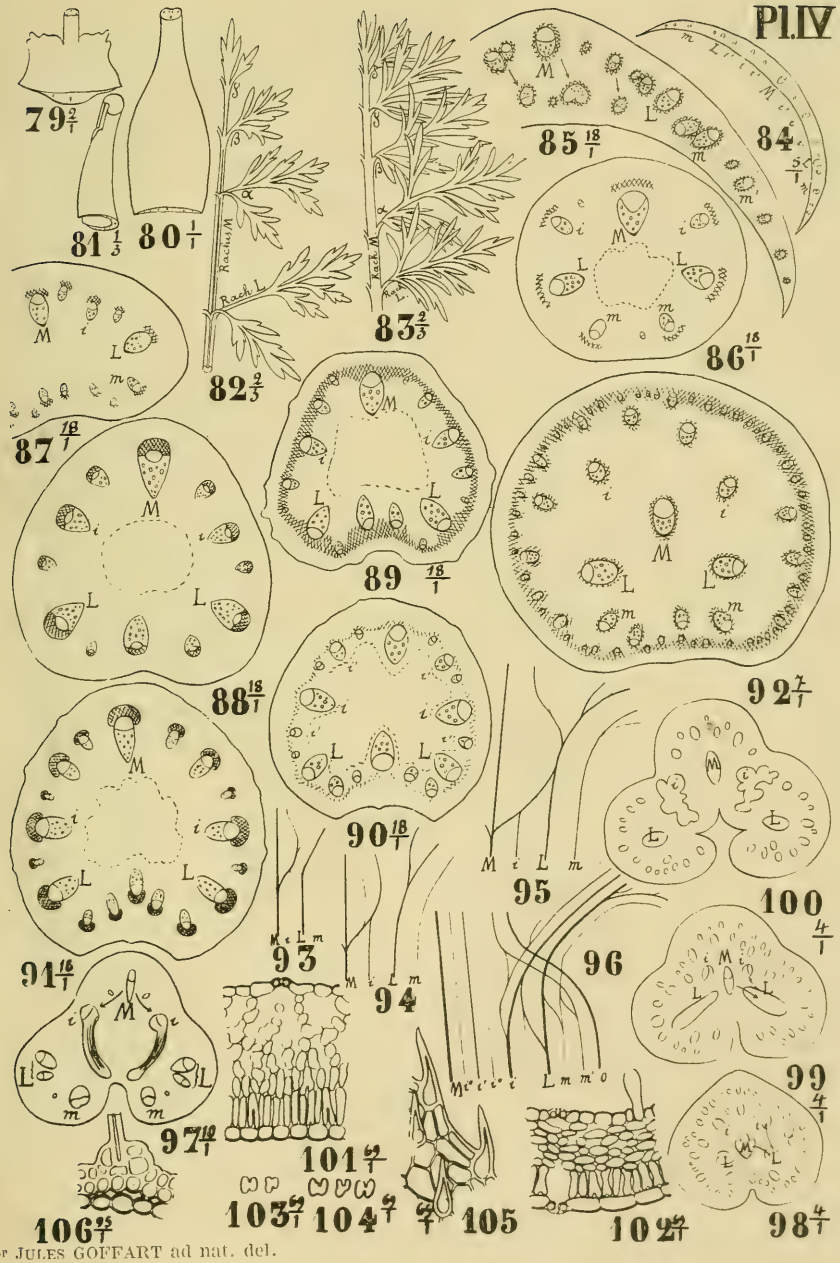


Dr JULES GOFFART ad nat. del.

GARIDELLA NIGELLASTRUM L. Fig. 21-26.
NIGELLA DAMASCENA L. Fig. 27-30; N. HISPANICA L. Fig. 31-32.
CERATOCEPHALUS FALCATUS L. Fig. 33-39.
MYOSURUS MINIMUS L. Fig. 40-48.

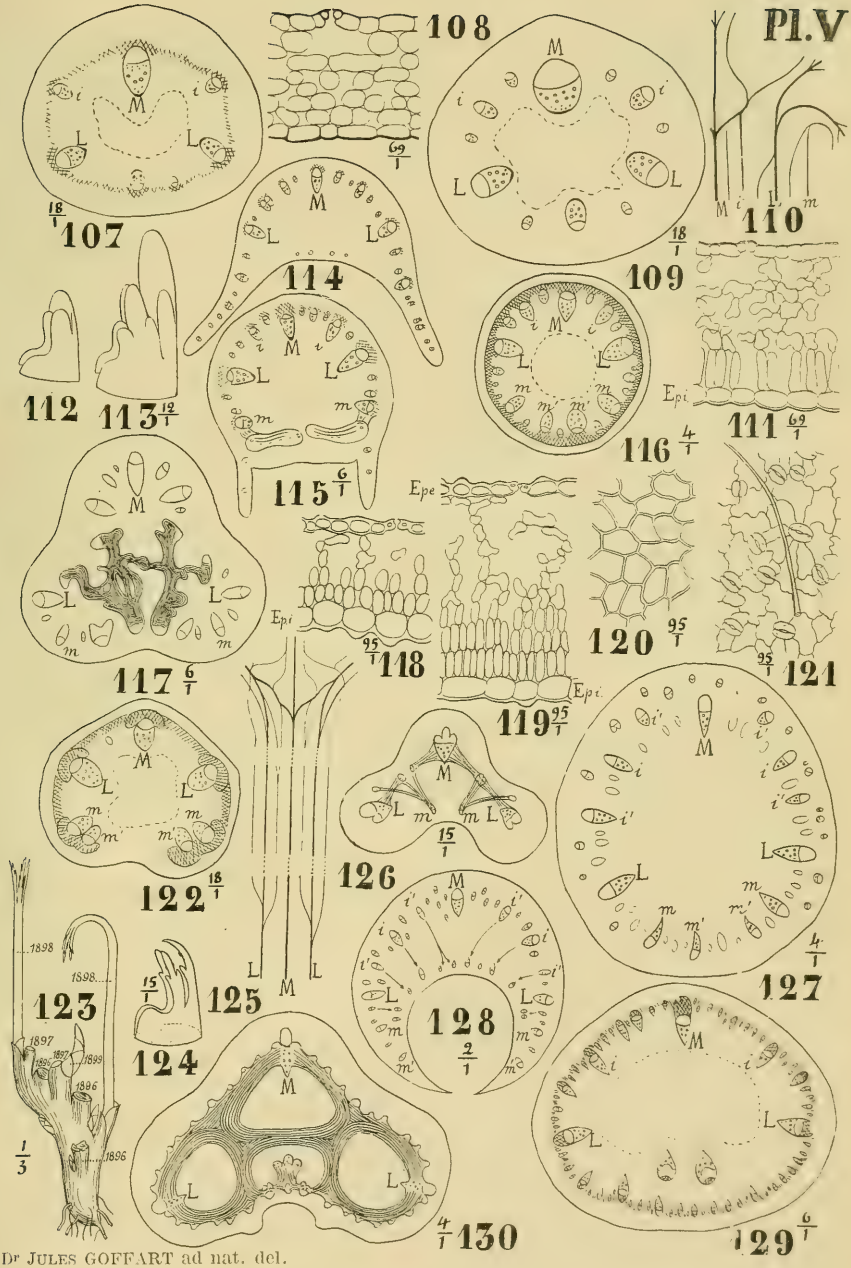


ANEMONE NEMOROSA L. Fig. 49-78.



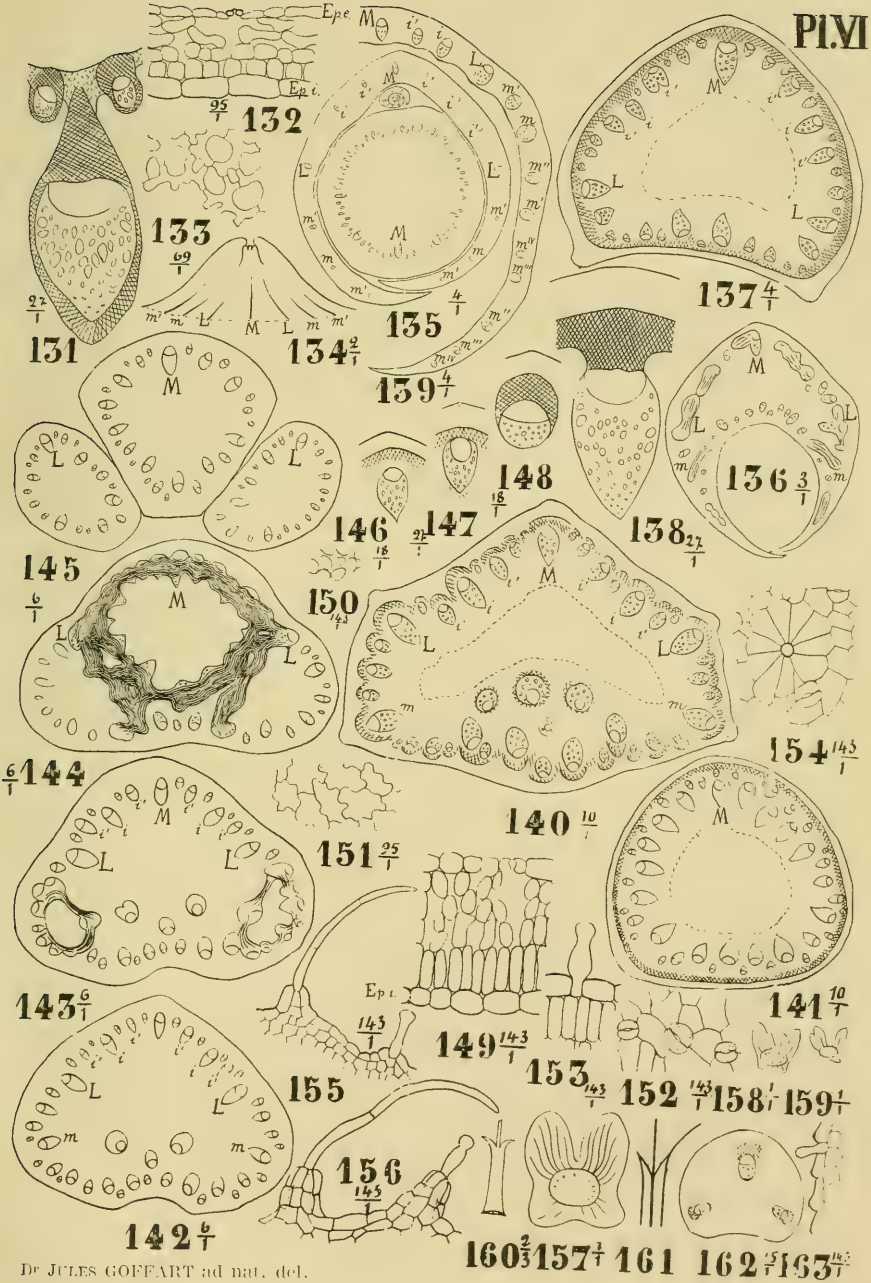
Dr JULES GOFFART ad nat. del.

ANEMONE. Fig. 79-106.

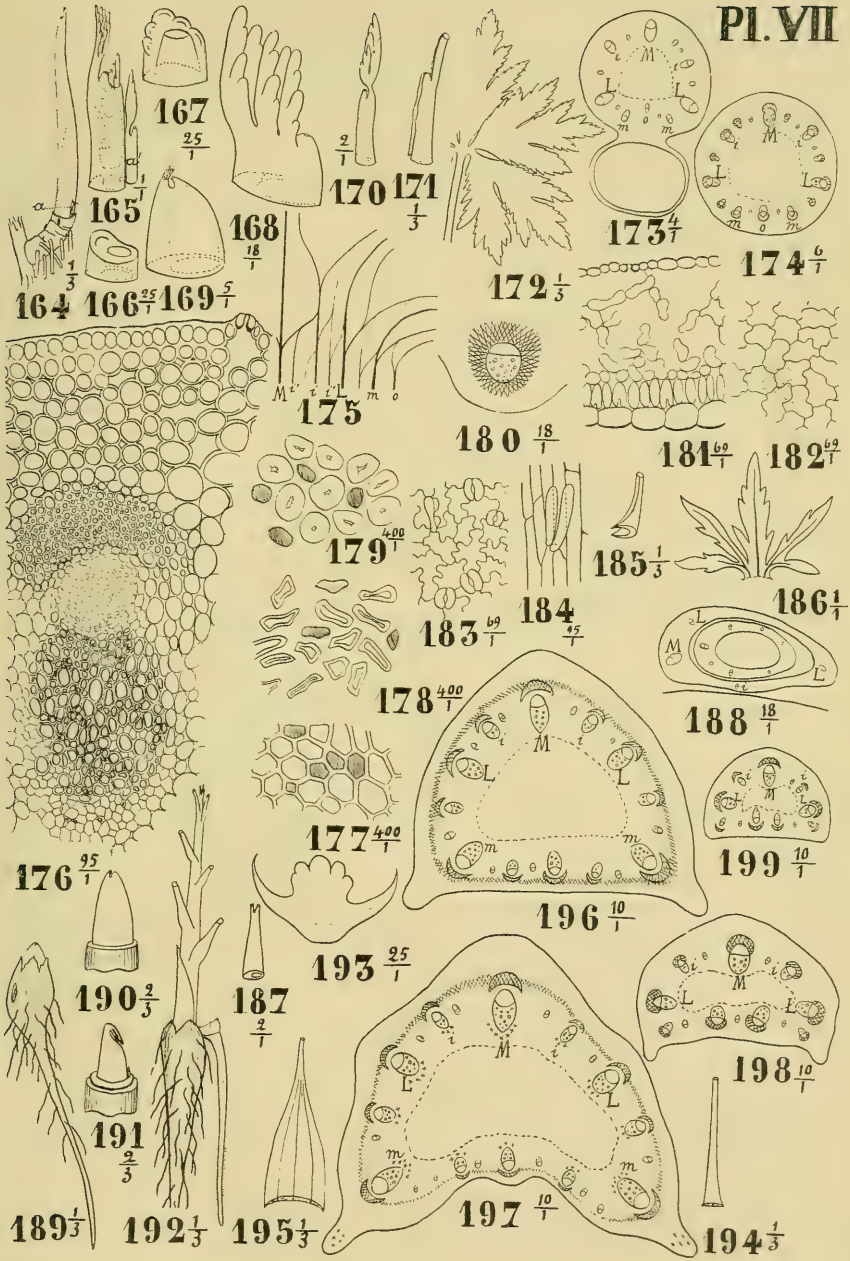


Dr JULES GOFFART ad nat. del.

HEPATICA TRILOBA Chaix. Fig. 107-108.
ERANTHIS HIEMALIS Salisb. Fig. 109-111.
AQUILEGIA VULGARIS L. Fig. 112-121; A. ALPINA L. Fig. 122.
ACTAEA SPICATA L. Fig. 123-130.

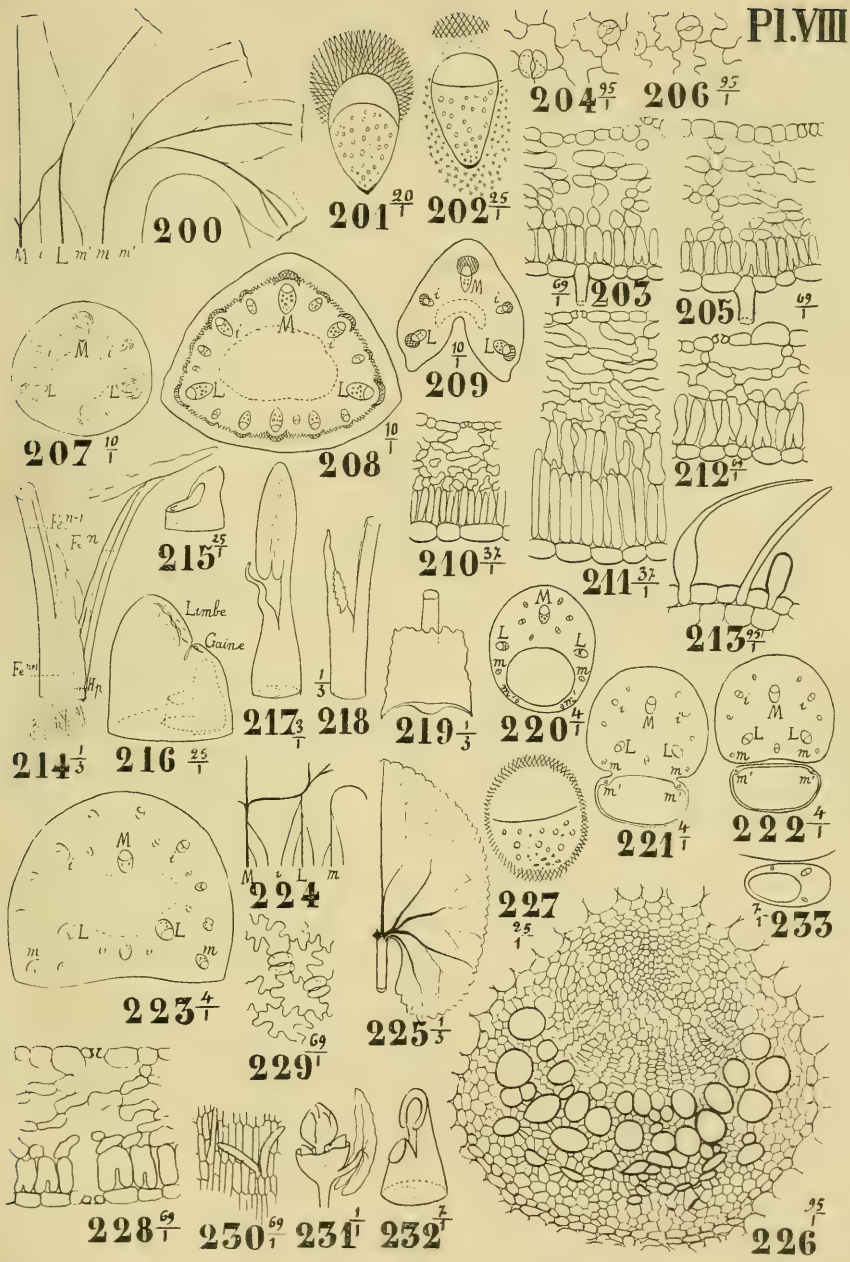


ACTAEA SPICATA L. (suite). Fig. 131-135.
CIMICIFUGA FŒTIDA L. Fig. 136-138.
THALICTRUM. Fig. 139-159.
ISOPYRUM FUMARIOIDES L. Fig. 160-163.



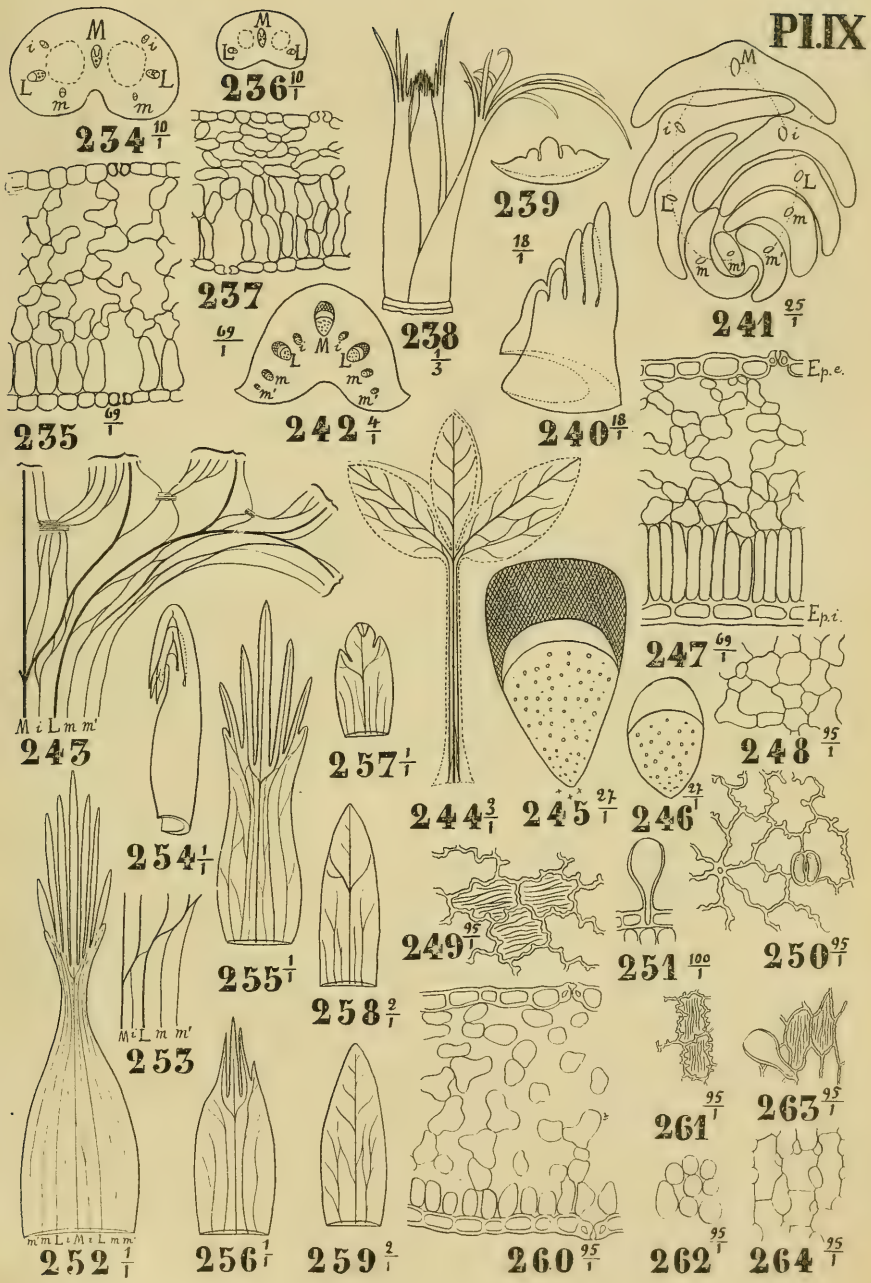
Dr JULES GOFFART ad nat. del.

TROLLIUS EUROPAEUS L. Fig. 164-188.
ACONITUM. Fig. 189-199.



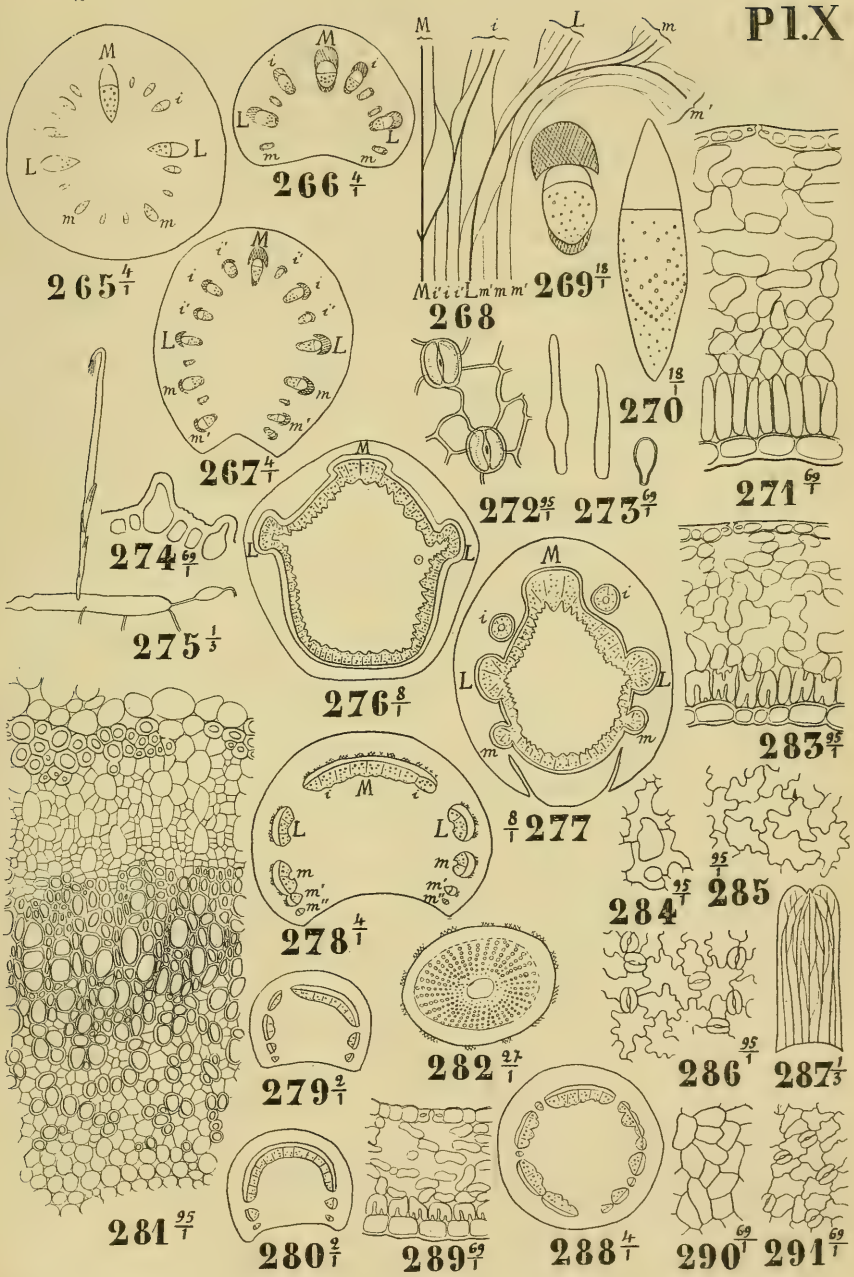
Dr JULES GOFFART ad nat. del.

ACONITUM (suite). Fig. 200-206.
DELPHINIUM. Fig. 207-213.
CALTHA PALUSTRIS L. Fig. 214-233.



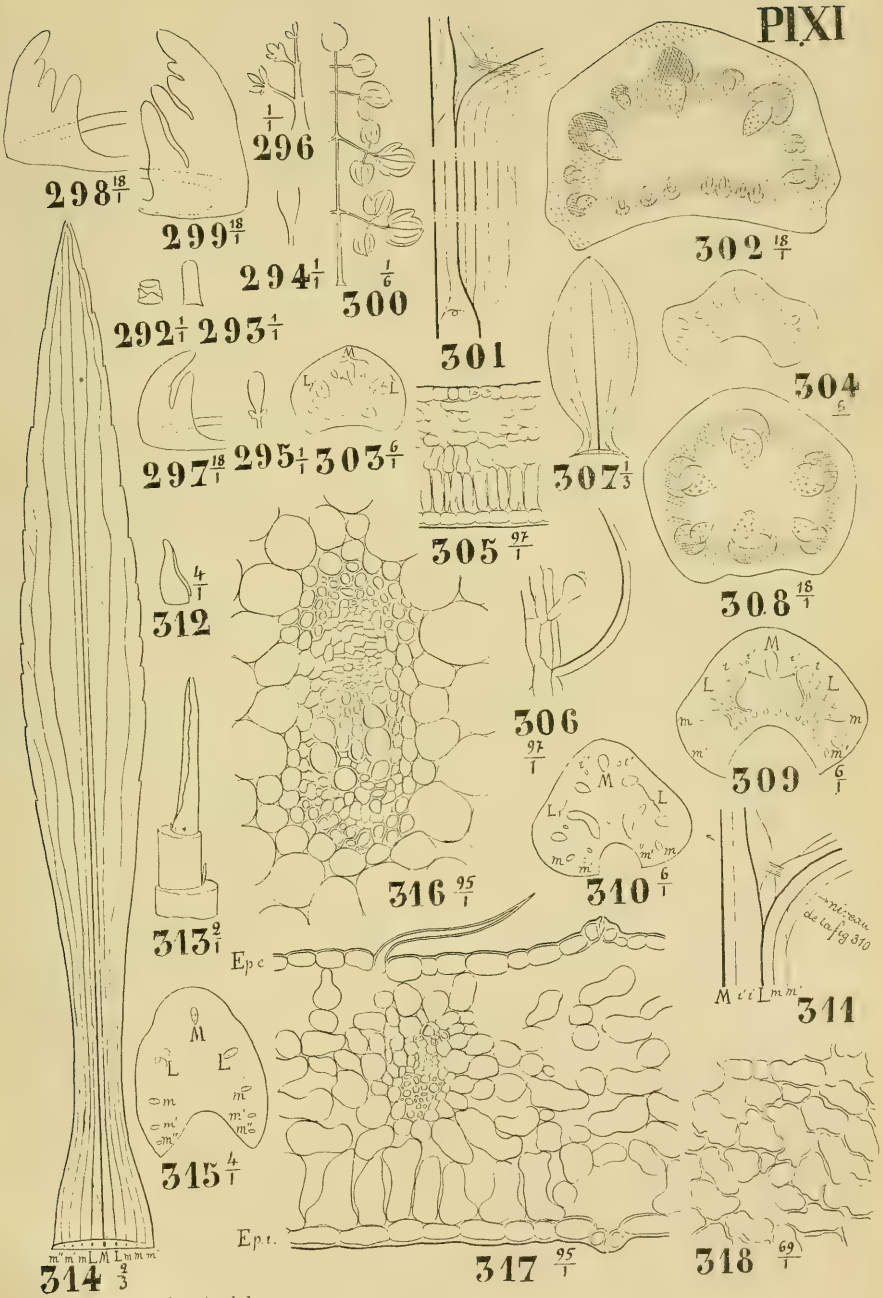
Dr JULES GOFFART ad nat. del.

FICARIA RANUNCULOIDES Mönch. Fig. 234-237.
HELLEBORUS FŒTIDUS L. 238-264.



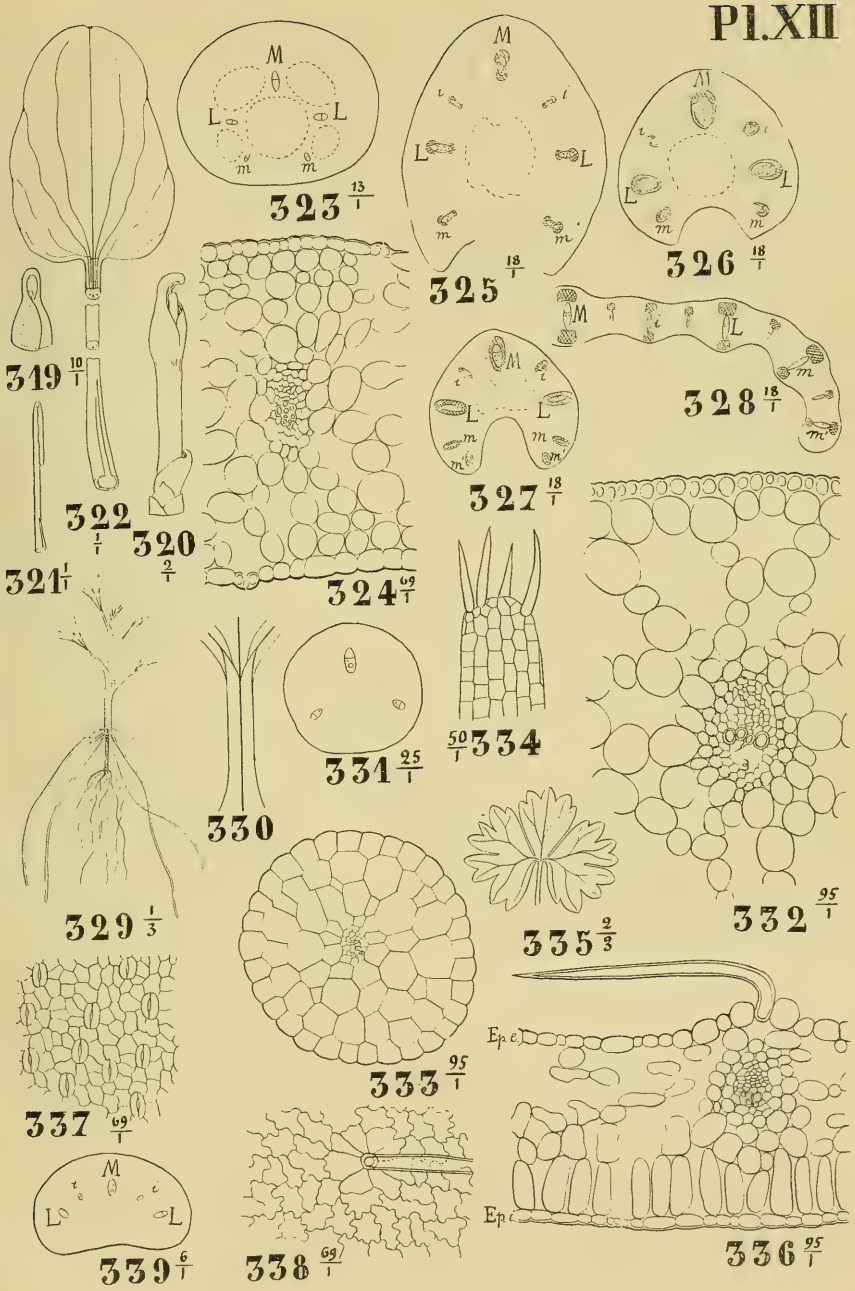
Dr JULES GOFFART ad nat. del.

HELLEBORUS. Fig. 265-274.
PAEONIA OFFICINALIS Retz. Fig. 275-287.
PAEONIA, espèces diverses. Fig. 288-291.



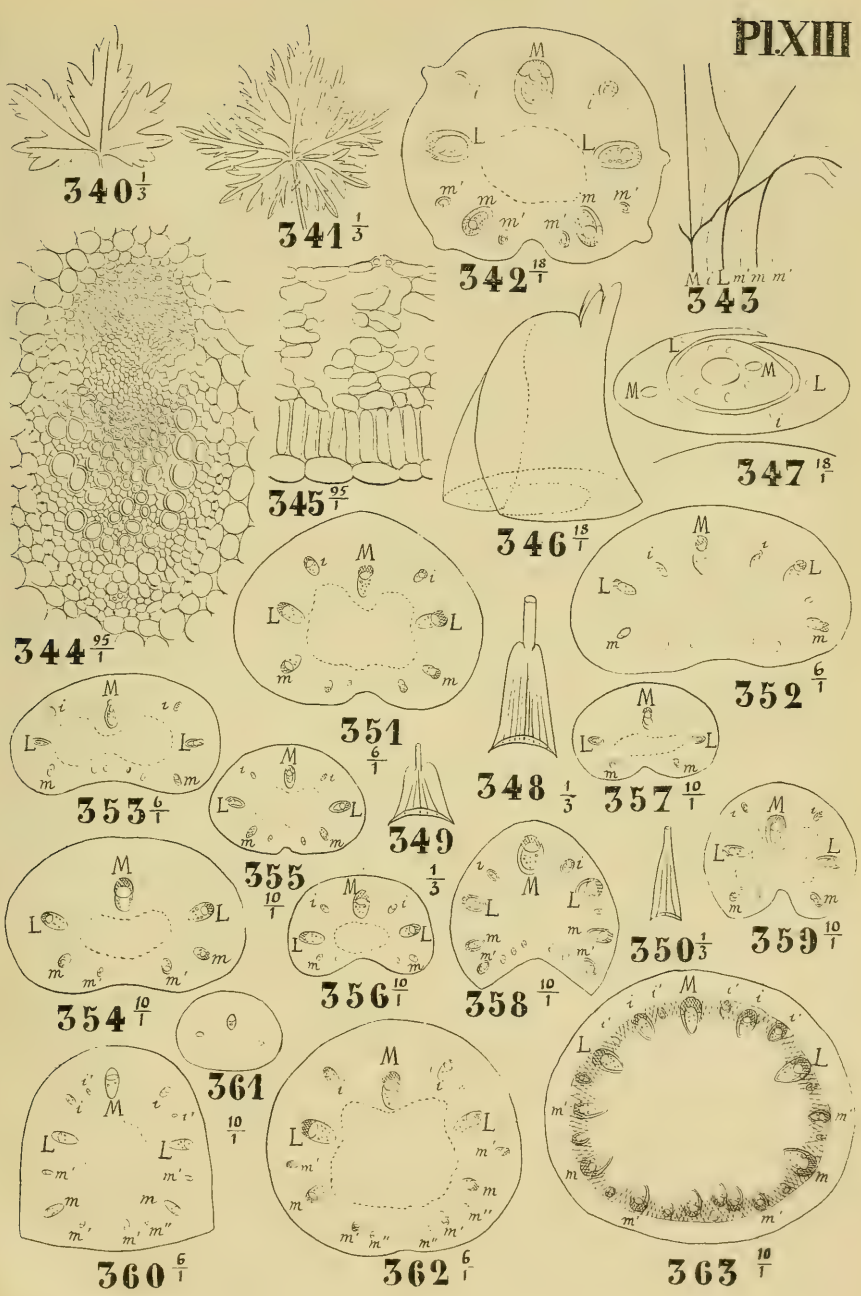
Dr JULES GOFFART ad nat. del.

CLEMATIS FLAMMULA L. Fig. 292-306.
CLEMATIS, espèces diverses. Fig. 307-311.
RANUNCULUS LINGUA L. Fig. 312-318.



Dr JULES GOFFART ad nat. del

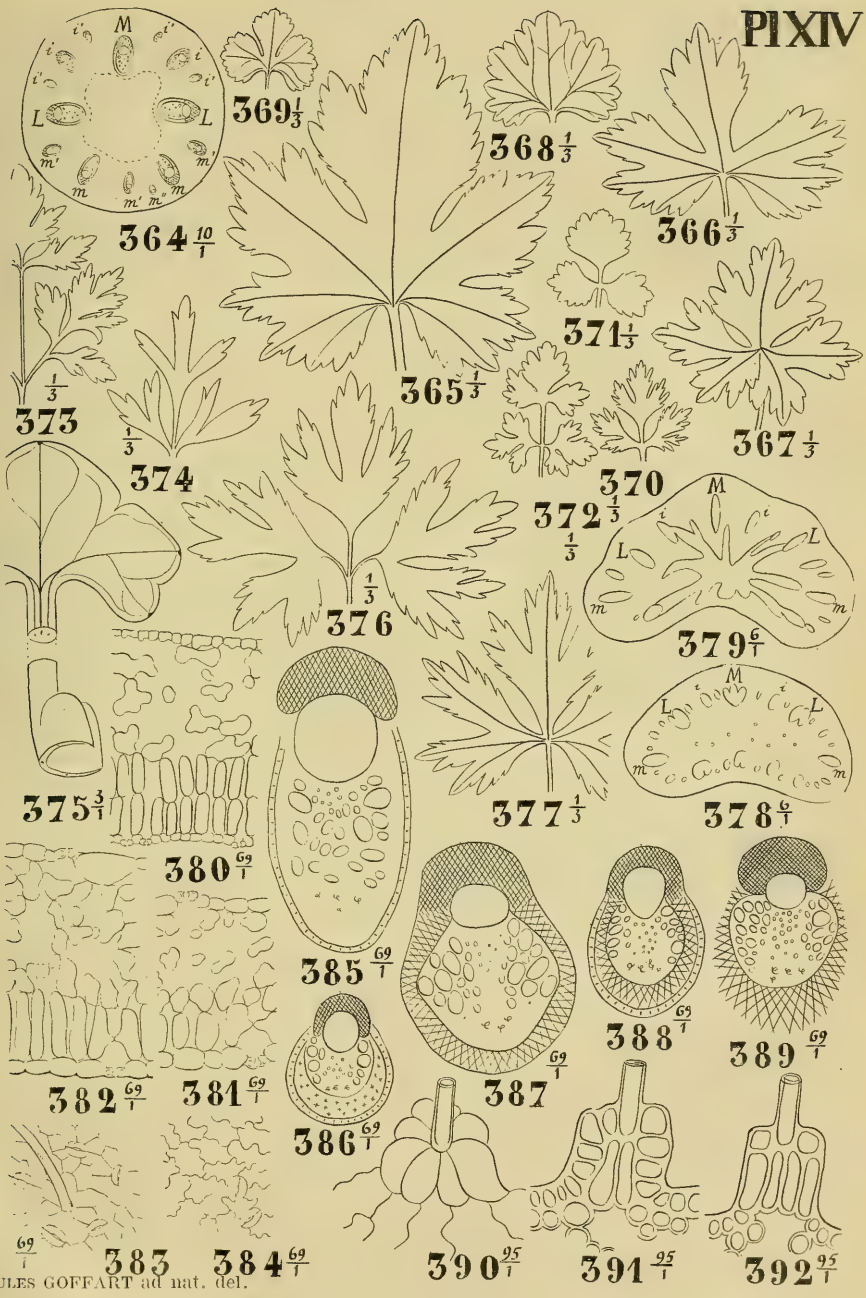
RANUNCULUS LINGUA L. (suite). Fig. 319-324.
RANUNCULUS, espèces à feuilles monacrones. Fig. 325-328.
RANUNCULUS AQUATILIS L. Fig. 329-338; R. FLUITANS Fig. 339.



Dr Jules GOFFART ad nat. del.

RANUNCULUS ACRIS L. Fig. 340-347.

RANUNCULUS, espèces à feuilles triacrones ou polacrones Fig. 348-363.



RANUNCULUS, espèces à feuilles triacrones ou polacrones (suite) Fig. 364-392.

3 2044 106 293 327